PUNJAB POLICE • PSSSB • PUNJAB PCS • GOVERNMENT EXAMS

HOUSE OF ASPIRANTS

QUANTITATIVE APTITUDE

CHAPTER 5

Average

Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for.

WEBSITE
houseofaspirants.in

EDITION
October 2026

LANGUAGE
Punjabi & English

House of Aspirants

Punjab's bilingual exam-preparation platform

houseofaspirants.in

Welcome, Aspirant

Thank you for choosing **House of Aspirants**. These notes are written for every serious government-exam aspirant: **exam-oriented, easy to understand and free**.

> *"Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for."*

HOW TO GET THE MOST FROM THESE NOTES

1 Read
Go through the chapter once and mark the points that are new to you.

2 Practise
Attempt this chapter's MCQ quiz on houseofaspirants.in.

3 Revise
Check previous year questions on the topic and revise your marked points.

Visit Our Website

- Bilingual notes: Punjabi & English
- Daily quiz & chapter-wise MCQs
- Monthly current affairs
- 10+ years of previous year papers
- Progress tracking

Scan to visit

www.houseofaspirants.in

Join Our Telegram Channel

- Latest notes, first
- Daily updates
- Exam notifications
- Weekly PDFs
- Live guidance sessions

Scan to join

t.me/HouseOfAspirant

Keep Learning. Keep Growing. Keep Achieving.

Team House of Aspirants

© 2026 House of Aspirants. These notes are for educational purposes only. Reproduction, redistribution or commercial use without permission is prohibited.

CHAPTER 5

Average

ਔਸਤ

IN THIS CHAPTER · ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ

- Average from total and count · ਕੁੱਲ ਅਤੇ ਗਿਣਤੀ ਤੋਂ ਔਸਤ
- Deviation / assumed mean shortcut · Deviation / assumed mean ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ
- Consecutive, odd and even numbers · Consecutive, odd ਅਤੇ even numbers
- Combined groups and weighted average · Groups ਦੀ ਮਿਲੀ ਅਤੇ weighted ਔਸਤ
- Age, marks, speed and cricket averages · ਉਮਰ, ਅੰਕ, Speed ਅਤੇ cricket ਦੀ ਔਸਤ
- Corrections, replacement and DI · ਗਲਤੀ ਸੁਧਾਰ, replacement ਅਤੇ DI

Basics you must know

ਜੋ Basics ਜ਼ਰੂਰ ਪਤਾ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ

An average is a fair-share number: if a shop sells ₹120, ₹150 and ₹180 over three days, the average daily sale is the total ₹450 divided equally among 3 days, ₹150. The average may be a value that was not actually observed.

Average ਦਾ ਮਤਲਬ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਾ ਹੈ। ਜੇ ਦੁਕਾਨ ਦੀ ਤਿੰਨ ਦਿਨਾਂ ਦੀ ਵਿਕਰੀ ₹120, ₹150 ਅਤੇ ₹180 ਹੈ ਤਾਂ ਕੁੱਲ ₹450 ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ average ₹150 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। Average ਉਹ number ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਦਿਨ ਨਾ ਆਇਆ ਹੋਵੇ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Average = total ÷ number. Therefore total = average × number. Every average question becomes easy when you first turn each average into a total. If the values are $x_1, x_2, \ldots, x_n$, then $A=(x_1+x_2+\ldots+x_n)/n$. Here A is average, x_i are observations and n is their count; the formula comes from sharing the total equally among n observations.

Average=ਕੁੱਲ ÷ ਗਿਣਤੀ। ਇਸ ਲਈ ਕੁੱਲ=Average × ਗਿਣਤੀ। ਹਰ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ average ਨੂੰ total ਬਣਾਓ। $x_1, x_2, \ldots, x_n$ values ਅਤੇ n ਗਿਣਤੀ ਹਨ; formula ਕੁੱਲ ਨੂੰ n ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਣ ਤੋਂ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning · ਮਤਲਬ	Small example · ਛੋਟੀ ਉਦਾਹਰਨ
$A=S/n$	S total, n observations, A average	S=48, n=6 ⇒ A=8
$S=nA$	Average ਤੋਂ total	A=17, n=5 ⇒ S=85
$A=M+\Sigma d/n$	M assumed mean; $d=x-M$ deviations	M=50; deviations sum=−6, n=4 ⇒ A=48.5
Combined $A=(n_1A_1+n_2A_2)/(n_1+n_2)$	Unequal groups ਨੂੰ weight ਕਰਦਾ ਹੈ	10×60 ਅਤੇ 20×75 ⇒ 70
Equal distances: $2xy/(x+y)$	x, y speeds ਅਤੇ distances equal	40, 60 ⇒ 48 km/h
Change rule: $y=kx+c \Rightarrow A_y=kA_x+c$	ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ transformation	x average 12; y=2 x+3 ⇒ 27

Deviation / assumed mean method Deviation / assumed mean ਦਾ ਤਰੀਕਾ

Choose a nearby M instead of adding large values. Write d=value−M. Positive values are above M and negative values below M. Since the total of values is nM+Σd, average=M+Σd/n. This is the main mental shortcut for clustered numbers.

ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜਨ ਦੀ ਥਾਂ ਨੇੜੇ M ਲਵੋ। d=value−M ਲਿਖੋ। M ਤੋਂ ਵੱਧ positive ਅਤੇ ਘੱਟ negative deviation ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੁੱਲ=nM+Σd, ਇਸ ਲਈ average=M+Σd/n। ਇਹ clustered numbers ਲਈ ਮੁੱਖ shortcut ਹੈ।

Value	38	42	47	53	60
M=50	d=−12	d=−8	d=−3	d=+3	d=+10

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ SHORTCUT

Pick M near the middle, pair deviations that cancel, then divide the small leftover by n. It works because replacing every x by M+d preserves x=M+d. It does not save time when values are not near one another or when the count is changing.

ਵਿਚਕਾਰਲਾ M ਲਵੋ, + ਅਤੇ − deviations ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ cancel ਕਰੋ, ਫਿਰ ਬਚਾ ਜੋੜ n ਨਾਲ ਵੰਡੋ। ਇਹ ਇਸ ਲਈ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ x=M+d। Values ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਹੋਣ ਜਾਂ count ਬਦਲਣ ਤੇ ਇਹ shortcut ਇਕੱਲਾ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ।

Memory facts ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਵਾਲੀਆਂ ਗੱਲਾਂ

Set · Set	Average · Average	Why · ਕਿਉਂ
n consecutive integers a to a+n−1	(first+last)/2	Symmetric pairs have same sum
n consecutive odd numbers starting 1	n	1, 3, ..., 2 n−1 balance around n
n consecutive even numbers 2 to 2 n	n+1	First+last=2+2 n
First n natural numbers	(n+1)/2	Sum=n(n+1)/2
First n odd numbers	n	Sum=n^2
First n even numbers	n+1	Sum=n(n+1)

Complete formula reference ਸਾਰੇ ਮੁੱਖ Formulas ਇੱਕ Table ਵਿੱਚ

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning / origin · ਮਤਲਬ / ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
A=S/n;S=nA	A mean, S total, n count; sharing into n equal portions. A ਔਸਤ, S ਕੁੱਲ, n ਗਿਣਤੀ; ਬਰਾਬਰ ਵੰਡ।	S=96, n=6 ⇒ A=16
A=M+Σd/n;d=x−M	M assumed mean, d signed deviation; total=nM+Σd. M base, d signed deviation; total=nM+Σd।	M=40, Σd=12, n=6 ⇒42
Missing=nA−K	K known total; subtract known contributions. K known total; ਲੋੜੀਂਦੇ total ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਢੋ।	n=5, A=20, K=72 ⇒28
Arithmetic mean=(first+last)/2	Equally spaced list; symmetric pair sums agree. ਬਰਾਬਰ gap ਵਾਲੀ list ਵਿੱਚ ਜੋੜੀਆਂ ਦੇ sums ਇੱਕੋ।	12, 16, 20, 24 ⇒18
First n natural mean= (n+1)/2;odd=n;even=n+1	Natural numbers begin 1; positive odd 1, 3 and even 2, 4. Pair endpoints. Natural 1 ਤੋਂ; odd 1, 3 ਅਤੇ even 2, 4; endpoints pair ਕਰੋ।	n=10 ⇒5.5, 10, 11
Square mean=(n+1)(2 n+1)/6;cube mean=$n(n+1)^2/4$	For 1^2 to n^2 or 1^3 to n^3; standard sums divided by n. 1 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ squares/cubes; total ਨੂੰ n ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	n=4 ⇒7.5 and 25
Mean of GP terms=$a(r^n-1)/[n(r-1)]$	Here means arithmetic average of GP terms; a first, r ratio, n count, r≠1; subtract rS−S. ਇੱਥੇ GP terms ਦੀ arithmetic ਔਸਤ ਹੈ; a first, r ratio, n count; r≠1।	1, 2, 4, 8 ⇒15/4
Every y=kx+c ⇒ new mean=kA+c	k, c applied to every observation; totals transform linearly. k, c ਹਰ entry ਉੱਤੇ; total ਵੀ ਉਹੀ rule ਨਾਲ।	A=10, k=3, c=2 ⇒32
Combined C=(nA+mB)/(n+m)	n, m disjoint counts, A, B means; add totals and counts. n, m ਵੱਖ counts; A, B means; totals/counts ਜੋੜੋ।	n=2, A=30, m=3, B=50 ⇒42
Low:high=(b−C):(C−a), a<C<b	a low, b high, C combined; deficit=excess. a low, b high, C combined; ਘਾਟ=ਵਾਧਾ।	a=20, b=50, C=38 ⇒2:3
Overlap total=aA+bB−NC	Two blocks cover N entries;a, b block counts, A, B block means, C overall. Shared count=a+b−N. ਪੂਰੀ coverage ਲਈ block totals ਦਾ ਜੋੜ ਘਟਾਓ overall; count=a+b−N।	a=b=4, N=7, A=20, B=24, C=22 ⇒22

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning / origin · ਮਤਲਬ / ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
Entering−leaving=n(B−A)	A, B equal-length window means;n window count; unchanged terms cancel. n ਇੱਕੋ window length; common entries ਕੱਟਦੀਆਂ।	n=5, means 20→22 ⇒gain 10
Join k: J=[(n+k)B−nA]/k	Old n at A;final B;newcomers mean J. Subtract old total. Old n, A; final B; ਨਵਿਆਂ ਦਾ J; old total ਕੱਢੋ।	n=4, A=20, k=1, B=22 ⇒J 30
Leave k: L=[nA−(n−k)B]/k	L removed mean; old total minus remaining total. L ਹਟੇ group ਦਾ mean; totals ਦਾ ਫ਼ਰਕ।	n=5, A=20, k=1, B=18 ⇒L 28
Fixed count: incoming−outgoing=n(B−A)	n unchanged; B final, A old. General count n−r+s uses old−removed+added totals. Count ਉਹੀ n; ਨਹੀਂ ਤਾਂ n−r+s ਅਤੇ actual totals।	n=10, mean+2 ⇒total+20
Correct mean=(used total−wrong+correct)/(correct count)	Reconstruct used total with the used divisor first. Used divisor ਨਾਲ total; ਫਿਰ correct entries/count।	10 marks mean 30;20→40 ⇒32
Fixed-members age after t years=A+t	Each of n members gains t; total rises nt. ਹਰ ਜੀਅ t ਵਧਿਆ; total nt।	A=24, t=5 ⇒29
Future mean=[(n+k)T−nA]/k	n completed at mean A, k future, target T; required total minus existing. n ਹੋਏ, A mean;k ਬਾਕੀ, T target; required−existing।	n=4, A=60, k=1, T=64 ⇒80
Weighted mean=Σws/Σw;overall%=100Σmarks/Σmaxima	w weight, s score; copies of scores have total weight as count. w weight, s score; maximum ਵੱਖ ਹੋਵੇ ਤਾਂ total marks/maxima।	scores 60, 90;weights 2, 1 ⇒70
Batting=R/d;bowling=Rc/W;run rate=6 R/Balls	R runs, d dismissals, Rc conceded runs, W wickets; positive denominator. Runs/dismissals ਅਤੇ conceded/wickets ਵੱਖ; denominator positive।	R=300, d=10 ⇒30
Average speed=Σdistance/elapsed time	Each moving time=d/v; include halt; equal distances 2 xy/(x+y), equal times(x+y)/2. ਹਰ time=d/v; halt ਵੀ; equal distance/time rule ਵੱਖ।	Equal distances 40, 60 ⇒48 km/h
Average unit cost=Σbill/Σquantity	Equal quantities use simple mean; equal spend at p, q gives 2 pq/(p+q). Quantities weights; equal money ਲਈ harmonic formula।	Equal spend 40, 60 ⇒48/unit

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning / origin · ਮਤਲਬ / ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
Income=expense+saving;hostel c=F/n+v	Same period for money;F fixed total, n people, v variable/person, c cost/person. Money ਇੱਕੋ period; F fixed, v per-person, n count।	F=3000, n=30, v=50 ⇒c 150
Frequency A=Σfx/Σf	f frequency, x value; expand repeated copies. Class midpoint=(lower+upper)/2 gives an estimate. f count, x value; class midpoint estimate ਹੈ।	x=10, 20;f=1, 3 ⇒17.5
Ratio unit k=nA/Σr;value=kr	r ratio parts; total of values=kΣr=nA. r ratio ਹਿੱਸੇ;kΣr=nA।	Ratio 2:3, mean 25 ⇒20, 30
Pair means P, Q, R: a=P+R−Q	P=(a+b)/2, Q=(b+c)/2, R=(a+c)/2; cancel unwanted terms. P, Q, R ਦੇ pairs ਕ੍ਰਮ ਸਹੀ ਰੱਖੋ।	P 20, Q 24, R 22 ⇒a 18
$\Sigma x^2=(\Sigma x)^2-2\Sigma$pair products	Expand square of sum; divide by count for square mean. ਜੋੜ ਦਾ square ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ pair products ਕੱਢੋ।	a+b=10, ab=21 ⇒$a^2+b^2$58
Last=A+d above all ⇒(n−1)(A−B)=d	A overall, B other-members mean;n full count. For last=B+d instead, A=B+d/n. All ਅਤੇ others ਦੇ bases ਵੱਖ; n ਕੁੱਲ count।	n 5, B 20, d 12 above all ⇒A 23
min≤mean≤max;bounded missing sum in[mL, mU]	m missing values each in[L, U]; sum bounds, then check attainability. m values ਦੀਆਂ limits ਜੋੜੋ; attainable ਵੀ ਚੈੱਕ ਕਰੋ।	x+y=150, 0≤x, y≤100 ⇒x≥50

Memory tables and counting checks ਯਾਦ ਵਾਲੀਆਂ Tables ਅਤੇ Count ਦੀ ਜਾਂਚ

Count zero as an observation. A list of five values containing zero still has five entries. Keep units identical before adding. A mean can be fractional even when all entries are whole; retain exact fractions until matching an option. Frequency weights count repeated copies, while test weights need not be whole numbers.

Zero ਵੀ observation ਹੈ। ਪੰਜ values ਵਿੱਚ zero ਹੋਵੇ ਤਾਂ count ਪੰਜ ਹੀ। Units ਇੱਕੋ ਕਰਕੇ ਜੋੜੋ। Whole entries ਦੀ mean fraction ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ; exact fraction ਅਖ਼ੀਰ ਤੱਕ ਰੱਖੋ। Frequencies copies ਗਿਣਦੀਆਂ; test weights fraction ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

Fraction · Fraction	Percentage · %	Mental use · ਮਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ
1/2	50%	Half the total. ਅੱਧਾ ਲਵੋ।
1/3	33 1/3%	Divide by 3. 3 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
1/4	25%	Half twice. ਦੋ ਵਾਰ ਅੱਧਾ।
1/5	20%	Divide by 10 then double. 10 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ਦੁੱਗਣਾ।
1/6	16 2/3%	Divide by 6. 6 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
1/8	12.5%	Half three times. ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਅੱਧਾ।
3/8	37.5%	Three times one-eighth. 1/8 ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ।

Memory checks: consecutive squares differ by 2 n+1, because $(n+1)^2-n^2=2\ n+1$. Cubes 1^3 to 10^3 can be checked by $n\times n^2$. Time:1 h=60 min;1 over=6 legal balls. Clock/over notation is not decimal notation. For a fixed remainder list the gap is the divisor; for first/last counts include both valid endpoints.

Squares ਦਾ ਅਗਲਾ ਫ਼ਰਕ 2 n+1 ਹੈ; cubes ਨੂੰ $n\times n^2$ ਨਾਲ ਚੈੱਕ ਕਰੋ।1 h=60 min;1 over=6 legal balls। Clock/over notation decimal ਨਹੀਂ। Fixed remainder list ਦਾ gap divisor ਹੈ; valid ਦੋਵੇਂ endpoints count ਵਿੱਚ ਲਵੋ।

TYPE 1 Basic average and deviation

Basic Average ਅਤੇ Deviation

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

This type asks for an average, a total, or a missing value when ordinary observations are given. For a farm, if five days produce 18, 22, 20, 25 and 15 kg, the fair daily production is total production divided by five.

ਇਸ type ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ values ਤੋਂ average, total ਜਾਂ missing value ਕੱਢੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਖੇਤ ਦੀ ਪੰਜ ਦਿਨਾਂ ਦੀ ਪੈਦਾਵਾਰ 18, 22, 20, 25, 15 kg ਹੋਵੇ ਤਾਂ fair daily production ਕੁੱਲ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ਮਿਲਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Keywords are average, arithmetic mean, mean marks, average salary, average weight, total of n values, or “the average is increased/decreased”. If values cluster near a round number, use deviation.

Average, arithmetic mean, mean marks, average salary/weight, total of n values ਜਾਂ average ਵਧਿਆ/ਘਟਿਆ ਵਰਗੇ ਸ਼ਬਦ ਵੇਖੋ। Values round number ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋਣ ਤਾਂ deviation ਲਵੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Add all observations and divide by their count. To find a missing value, first calculate required total nA, then subtract the known total. Average is not the most frequent value and not automatically the middle value.

ਸਾਰੀਆਂ values ਜੋੜ ਕੇ count ਨਾਲ ਵੰਡੋ। Missing value ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ required total nA ਕੱਢੋ, ਫਿਰ known total ਘਟਾਓ। Average ਨਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਆਉਣ ਵਾਲੀ value ਹੈ, ਨਾ ਆਪਣੇ ਆਪ middle value।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write the count n and required average A.
   Count n ਅਤੇ average A ਲਿਖੋ।
2. Turn the average into total S=nA.
   Average ਨੂੰ total S=nA ਬਣਾਓ।
3. Add known observations carefully, or make deviations from M.
   Known values ਜੋੜੋ ਜਾਂ M ਤੋਂ deviations ਬਣਾਓ।
4. Subtract known total from required total for a missing value.
   Missing value ਲਈ required total ਵਿੱਚੋਂ known total ਘਟਾਓ।
5. Check that the answer lies between the smallest and largest values unless an unknown is unrestricted.
   ਜਾਂਚੋ answer smallest ਅਤੇ largest ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇ, ਜੇ unknown ਉੱਤੇ ਹੋਰ ਸ਼ਰਤ ਨਾ ਹੋਵੇ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ shortcut

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For values around M, calculate only Σd. Example 48, 51, 52, 49, 55, 45 around M=50 have deviations −2, +1, +2, −1, +5, −5; Σd=0, so average is exactly 50. Pairing saves addition. Never use an assumed mean without dividing the deviation sum by the correct count.

M ਦੇ ਨੇੜੇ values ਲਈ ਸਿਰਫ਼ Σd ਕੱਢੋ। 48, 51, 52, 49, 55, 45 ਵਿੱਚ M=50 ਲੈ ਕੇ deviations ਦਾ ਜੋੜ 0 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ average 50। Pairing ਨਾਲ ਸਮਾਂ ਬਚਦਾ ਹੈ। Deviation sum ਨੂੰ ਸਹੀ count ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ ਨਾ ਭੁੱਲੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 1 **Easy — Find the average of 18, 24, 21, 17 and 25.**

ਸੌਖਾ — 18, 24, 21, 17 ਅਤੇ 25 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 21 B) 19 C) 20 D) 22

Answer: A — 21

Quick method (≈20–40 sec)

Pair 18+25=43 and 24+17=41, then add 21: total 105.

105÷5=21.

Full method

1. Total=18+24+21+17+25=105.
2. There are 5 observations.
3. Average=105÷5=21.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

18+25=43, 24+17=41, ਨਾਲ 21 total 105।

105÷5=21।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ 105 ਹੈ।
2. Values 5 ਹਨ।
3. Average=105÷5=21।

Ex 2 **Easy — The average of 7 numbers is 16. Find their total.**

ਸੌਖਾ — 7 numbers ਦਾ average 16 ਹੈ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ total ਲੱਭੋ।

A) 96 **B)** 112 **C)** 102 **D)** 128

Answer: B — 112

Quick method (≈20–40 sec)

Total=average×count=16×7=112.

No individual values are needed.

Full method

1. Use S=nA.
2. S=7×16=112.
3. Thus the total of all seven numbers is 112.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total=average×count=16×7=112।

Individual values ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. S=nA ਲਗਾਓ।
2. S=7×16=112।
3. ਸੱਤਾਂ ਦਾ total 112 ਹੈ।

Ex 3 **Medium — The average of 6 scores is 42. Five scores are 38, 47, 41, 50 and 36. Find the sixth score.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 6 scores ਦਾ average 42 ਹੈ। ਪੰਜ scores 38, 47, 41, 50, 36 ਹਨ। ਛੇਵਾਂ score ਲੱਭੋ।

A) 36 **B)** 38 **C)** 40 **D)** 42

Answer: C — 40

Quick method (≈20–40 sec)

Required total=6×42=252. Known total=212, so missing score=40.

Choose 40.

Full method

1. Total required=6×42=252.
2. Known total=38+47+41+50+36=212.
3. Sixth score=252−212=40.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਲੋੜੀਂਦਾ total=6×42=252। Known total 212 ਹੈ।

Missing=252−212=40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 6×42=252।
2. 38+47+41+50+36=212।
3. ਛੇਵਾਂ score=40।

Ex 4 **Medium — Find the average of 96, 103, 98, 101, 97 and 105.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 96, 103, 98, 101, 97 ਅਤੇ 105 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 98 **B)** 99 **C)** 101 **D)** 100

Answer: D — 100

Quick method (≈20–40 sec)

Take M=100: deviations −4, +3, −2, +1, −3, +5 sum 0. Average=100.

Balanced deviations mean no change from M.

Full method

1. M=100.
2. Σd=−4+3−2+1−3+5=0.
3. A=M+Σd/6=100+0=100.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

M=100 ਲਵੋ: deviations ਦਾ ਜੋੜ 0।

Average 100 ਹੀ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. M=100।
2. Σd=0।
3. A=100+0÷6=100।

Ex 5 **Medium — The average of 8 numbers is 27. If each number is increased by 5, find the new average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 8 numbers ਦਾ average 27 ਹੈ। ਹਰ number 5 ਵਧੇ ਤਾਂ ਨਵਾਂ average ਲੱਭੋ।

A) 32 **B)** 27 **C)** 30 **D)** 35

Answer: A — 32

Quick method (≈20–40 sec)

Adding 5 to every value adds 5 to the average. 27+5=32.

The count does not change.

Full method

1. Original total=8×27=216.
2. New total=216+8×5=256.
3. New average=256÷8=32.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ value ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਨ ਨਾਲ average ਵੀ 5 ਵਧਦਾ ਹੈ।

27+5=32।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੁਰਾਣਾ total 216।
2. ਨਵਾਂ total=216+40=256।
3. 256÷8=32।

Ex 6 **Hard — The average of 9 values is 44. One value 31 was written as 13. Find the correct average.**

ਔਖਾ — 9 values ਦਾ average 44 ਹੈ। ਇੱਕ value 31 ਦੀ ਥਾਂ 13 ਲਿਖੀ ਗਈ। ਸਹੀ average ਲੱਭੋ।

A) 45 **B)** 46 **C)** 47 **D)** 48

Answer: B — 46

Quick method (≈20–40 sec)

Wrong total is 18 too small because 31 became 13. Correct total=9×44+18=414. Average=46.

Correction is +18÷9=+2.

Full method

1. Recorded total=9×44=396.
2. Correction=correct−wrong=31−13=18.
3. Correct total=396+18=414.
4. Correct average=414÷9=46.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

31 ਦੀ ਥਾਂ 13 ਨਾਲ total 18 ਘੱਟ ਹੈ।

Average ਵਿੱਚ correction 18÷9=2; 44+2=46।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Recorded total=396।
2. Correction=31−13=18; ਸਹੀ total 414।
3. 414÷9=46।

Ex 7 **Hard — The average of 12 numbers is 35. The average of the first 7 is 31. Find the average of the remaining 5.**

ਔਖਾ — 12 numbers ਦਾ average 35 ਹੈ। ਪਹਿਲੇ 7 ਦਾ average 31 ਹੈ। ਬਾਕੀ 5 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 38 **B)** 39 **C)** 40.6 **D)** 41

Answer: C — 40.6

Quick method (≈20–40 sec)

Total=420; first seven total=217. Remaining=203; 203÷5=40.6.

The matching option is 40.6.

Full method

1. Total of 12=12×35=420.
2. Total of first 7=7×31=217.
3. Remaining total=420−217=203.
4. Remaining average=203÷5=40.6.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਕੁੱਲ 420; ਪਹਿਲੇ 7 ਦਾ total 217।

ਬਾਕੀ 203; 5 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 40.6।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 12×35=420।
2. 7×31=217।
3. 420−217=203।
4. 203÷5=40.6।

Ex 8 **SSC CGL pattern — The average of 10 numbers is 28. If one number 43 is removed and another number 35 is included, what is the new average?**

SSC CGL pattern — 10 numbers ਦਾ average 28 ਹੈ। 43 ਹਟਾ ਕੇ 35 ਸ਼ਾਮਲ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਨਵਾਂ average ਕੀ ਹੈ?

A) 26.2 **B)** 28.2 **C)** 29.2 **D)** 27.2

Answer: D — 27.2

Quick method (≈20–40 sec)

Total falls by 8 while count stays 10. Average falls by 8/10=0.8: 28−0.8=27.2.

Use replacement correction directly.

Full method

1. Old total=10×28=280.
2. New total=280−43+35=272.
3. Count remains 10.
4. New average=272÷10=27.2.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total 8 ਘੱਟ ਹੋਇਆ, count ਉਹੀ 10।

Average 0.8 ਘੱਟ: 28−0.8=27.2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੁਰਾਣਾ total 280।
2. ਨਵਾਂ total=280−43+35=272।
3. 272÷10=27.2।

7. Common mistakes ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Divide by the number of observations, not their sum. 2. Keep negative deviations negative. 3. A replacement changes the total by incoming minus outgoing; it does not change the count.

1. Values ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਵੰਡੋ, ਜੋੜ ਨਾਲ ਨਹੀਂ। 2. Negative deviation ਦਾ sign ਨਾ ਗੁਆਓ। 3. Replacement ਵਿੱਚ total ਦਾ ਫ਼ਰਕ incoming–outgoing ਹੈ; count ਉਹੀ ਹੈ।

8. Exam tip ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Direct averages and totals are recurring arithmetic patterns; no fixed question count applies to every paper. Aim for 20–35 seconds. Use a nearby assumed mean when numbers cluster, and reject an average outside the minimum–maximum range.

Direct averages ਅਤੇ totals ਵਾਰ-ਵਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੇ patterns ਹਨ; ਹਰ paper ਵਿੱਚ ਪੱਕੀ ਗਿਣਤੀ ਨਹੀਂ। 20–35 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Values ਨੇੜੇ ਹੋਣ ਤਾਂ assumed mean ਲਵੋ; minimum–maximum ਤੋਂ ਬਾਹਰ average ਰੱਦ ਕਰੋ।

TYPE 2 Consecutive, odd and even numbers

Consecutive, Odd ਅਤੇ Even Numbers

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Consecutive numbers stand next to one another, such as 14, 15, 16. Consecutive odd numbers differ by 2, such as 21, 23, 25. On a number line they are equally spaced, so the middle value is also the average.

Consecutive numbers ਇਕ-ਦੂਜੇ ਦੇ ਨਾਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ 14, 15, 16। Consecutive odd numbers ਵਿੱਚ ਫ਼ਰਕ 2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ 21, 23, 25। Number line ਉੱਤੇ gap ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ middle value average ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for consecutive, successive, in a row, odd/even numbers, first and last term, or a specified number of multiples. If the terms are equally spaced, pair the first with the last and use the midpoint.

Consecutive, successive, in a row, odd/even, first-last term ਜਾਂ multiples ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੇਖੋ। Terms ਦਾ gap ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ first ਅਤੇ last ਦਾ midpoint ਲਵੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For n equally spaced terms with first a and last l, average=(a+l)/2. The terms pair as (a+l), (a+d+l−d), and so on; every pair has the same average. For consecutive integers from a to a+n−1, last=a+n−1. For odd numbers 1 to 2 n−1, average=n; for even numbers 2 to 2 n, average=n+1.

n ਬਰਾਬਰ gap ਵਾਲੇ terms ਵਿੱਚ first a ਅਤੇ last l ਹੋਣ ਤਾਂ average=(a+l)/2। First-last, second-second-last ਦੀਆਂ ਜੋੜੀਆਂ ਦਾ average ਇੱਕੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। a ਤੋਂ a+n−1 consecutive integers ਵਿੱਚ last=a+n−1। 1 ਤੋਂ 2 n−1 odd ਦਾ average n ਅਤੇ 2 ਤੋਂ 2 n even ਦਾ average n+1।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify the first and last eligible term.
   First ਅਤੇ last eligible term ਪਛਾਣੋ।
2. Check the common gap: 1 for integers, 2 for odd/even, or another stated step.
   Common gap ਵੇਖੋ: integers ਲਈ 1, odd/even ਲਈ 2 ਜਾਂ ਦਿੱਤਾ step।
3. Use (first+last)/2 for an equally spaced list.
   ਬਰਾਬਰ spaced list ਲਈ (first+last)/2 ਲਵੋ।
4. If an endpoint is not eligible, move it to the next valid term.
   Endpoint eligible ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਗਲੀ valid value ਲਵੋ।
5. For a product or sum, find the average first and use total=nA when useful.
   Product ਜਾਂ sum ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ average ਅਤੇ ਜਿੱਥੇ ਲੋੜ ਹੋਵੇ total=nA ਲਵੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ shortcut

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

In any symmetric list, do not add every term. The average is the centre: 11 consecutive integers centred at 40 average 40; five odd numbers 17, 19, 21, 23, 25 average 21. This fails for an irregular selection, such as primes with gaps, unless you use the actual total.

Symmetric list ਵਿੱਚ ਹਰ term ਜੋੜਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ; centre ਹੀ average ਹੈ। 40 ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ 11 integers ਦਾ average 40; 17, 19, 21, 23, 25 ਦਾ average 21। Irregular selection, ਜਿਵੇਂ gaps ਵਾਲੇ primes, ਵਿੱਚ actual total ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 9 **Easy — Find the average of 17, 18, 19, 20 and 21.**

ਸੌਖਾ — 17, 18, 19, 20 ਅਤੇ 21 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 19 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 21

Answer: A — 19

Quick method (≈20–40 sec)

The middle term is 19.

Symmetric pairs 17+21 and 18+20 both average 19.

Full method

1. There are five equally spaced integers.
2. First+last=17+21=38.
3. Average=38÷2=19.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਵਿਚਕਾਰਲਾ term 19 ਹੈ।

17 ਅਤੇ 21, 18 ਅਤੇ 20 ਦੀਆਂ ਜੋੜੀਆਂ ਦਾ average 19।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Terms ਬਰਾਬਰ gap ਵਾਲੇ ਹਨ।

2. (17+21)÷2=19।

Ex 10 **Easy — Find the average of the first 12 positive even numbers.**

ਸੌਖਾ — ਪਹਿਲੇ 12 positive even numbers ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 24

Answer: B — 13

Quick method (≈20–40 sec)

First even=2 and twelfth=24. Midpoint=(2+24)/2=13.

Use n+1 for first n even numbers.

Full method

1. The list is 2, 4, ..., 24.
2. Average=(first+last)/2=(2+24)/2=13.
3. Equivalently, first n even numbers average=n+1=13 for n=12.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ 2 ਅਤੇ ਬਾਰ੍ਹਵਾਂ 24।

Midpoint=(2+24)÷2=13।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. List 2 ਤੋਂ 24 ਤੱਕ ਹੈ।
2. (2+24)/2=13; ਜਾਂ n+1=13।

Ex 11 **Medium — The average of five consecutive odd numbers is 37. Find the largest number.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪੰਜ consecutive odd numbers ਦਾ average 37 ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ number ਲੱਭੋ।

A) 39 **B)** 45 **C)** 41 **D)** 43

Answer: C — 41

Quick method (≈20–40 sec)

Five odd terms are 33, 35, 37, 39, 41 around the centre 37. Largest=41.

Move two odd steps upward: 37+4=41.

Full method

1. For five consecutive odd numbers, the middle term equals the average.
2. The terms are 37−4, 37−2, 37, 37+2, 37+4.
3. Largest=37+4=41.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Five odd terms ਦਾ centre 37।

ਦੋ odd steps ਉੱਪਰ: 37+4=41।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Terms 33, 35, 37, 39, 41 ਹਨ।
2. ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ 41।

Ex 12 **Medium — The average of 9 consecutive integers is 54. Find the smallest integer.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 9 consecutive integers ਦਾ average 54 ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ integer ਲੱਭੋ।

A) 49 **B)** 51 **C)** 52 **D)** 50

Answer: D — 50

Quick method (≈20–40 sec)

Nine terms have four on each side of the centre: smallest=54−4=50.

No addition is needed.

Full method

1. The middle, fifth term is 54.
2. Move four consecutive steps down: 54−4=50.
3. The list is 50 through 58.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

9 terms ਵਿੱਚ centre 54 ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 4 terms।

ਛੋਟਾ=54−4=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Fifth term 54 ਹੈ।
2. 50 ਤੋਂ 58 ਤੱਕ list ਹੈ; smallest 50।

Ex 13 **Medium — Find the average of all multiples of 6 from 18 through 72.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 18 ਤੋਂ 72 ਤੱਕ 6 ਦੇ ਸਾਰੇ multiples ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 45 **B)** 42 **C)** 48 **D)** 54

Answer: A — 45

Quick method (≈20–40 sec)

First=18, last=72, equal gap 6. Average=(18+72)/2=45.

The number of terms is irrelevant for the midpoint.

Full method

1. Multiples are 18, 24, ..., 72, equally spaced.
2. Average=(first+last)/2=(18+72)/2=90÷2=45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

First 18, last 72; gap 6 ਬਰਾਬਰ।

(18+72)/2=45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Multiples equally spaced ਹਨ।
2. Average=90÷2=45।

Ex 14 **Hard — The average of seven consecutive even numbers is 48. Find their product of the smallest and largest numbers.**

ਔਖਾ — 7 consecutive even numbers ਦਾ average 48 ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅਤੇ ਵੱਡੇ ਦਾ product ਲੱਭੋ।

A) 2116 B) 2268 C) 2208 D) 2400

Answer: B — 2268

Quick method (≈20–40 sec)

Three even steps on each side: smallest=42, largest=54. Product=42×54=2268.

The correct option is 2268.

Full method

1. The middle term is 48.
2. Seven even terms differ by 2, so smallest=48−3×2=42 and largest=48+3×2=54.
3. Product=42×54=42×(50+4)=2100+168=2268.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Centre 48; ਤਿੰਨ even steps ਹਰੇਕ ਪਾਸੇ।

ਛੋਟਾ 42, ਵੱਡਾ 54; product=2268।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Terms 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54।
2. 42×54=2268।

Ex 15 **Hard — The average of five consecutive integers is 32. If the smallest is multiplied by 3 and the largest by 2, find the sum of these two new values.**

ਔਖਾ — ਪੰਜ consecutive integers ਦਾ average 32 ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਨੂੰ 3 ਅਤੇ ਵੱਡੇ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਦੋ ਨਵੀਆਂ values ਦਾ sum ਲੱਭੋ।

A) 150 B) 156 C) 158 D) 168

Answer: C — 158

Quick method (≈20–40 sec)

Terms are 30, 31, 32, 33, 34. New sum=3×30+2×34=90+68=158.

The correct value is 158.

Full method

1. With five consecutive integers, smallest=32−2=30 and largest=32+2=34.
2. Multiply: 3×30=90.
3. Multiply: 2×34=68.
4. New sum=90+68=158.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Terms 30 ਤੋਂ 34 ਹਨ।

3×30+2×34=90+68=158।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Smallest 30, largest 34।
2. ਨਵੇਂ values 90 ਅਤੇ 68; sum 158।

Ex 16 **SSC CGL pattern — The average of all integers from 31 to 79 that are divisible by 4 is what?**

SSC CGL pattern — 31 ਤੋਂ 79 ਤੱਕ 4 ਨਾਲ divisible ਸਾਰੇ integers ਦਾ average ਕੀ ਹੈ?

A) 52 B) 55 C) 56 D) 54

Answer: D — 54

Quick method (≈20–40 sec)

First multiple 32, last 76. Average=(32+76)/2=54.

Check endpoints before applying the midpoint.

Full method

1. Multiples are 32, 36, ..., 76.
2. They are equally spaced by 4.
3. Average=(32+76)/2=108÷2=54.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

31 ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਪਹਿਲਾ multiple 32 ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ 76।

Midpoint=(32+76)/2=54।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Eligible list 32, 36, ..., 76 ਹੈ।
2. Average 54।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Dividing by the wrong count:** count observations, not the largest value.
2. **Forgetting a correction changes the total:** replace wrong by correct before dividing.
3. **Treating consecutive odd numbers as gap 1:** 21, 23, 25 differ by 2.
4. **Applying midpoint to an irregular set:** primes do not have equal gaps.
5. **Averaging group averages equally:** a group of 5 and a group of 50 need weighted totals.
6. **Losing decimals in a remaining-group question:** 203÷5=40.6 is valid.

1. **ਗਲਤ count ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ:** observations ਗਿਣੋ, ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ number ਨਹੀਂ।
2. **Correction ਦਾ total ਉੱਤੇ ਅਸਰ ਭੁੱਲਣਾ:** wrong ਨੂੰ correct ਨਾਲ ਬਦਲੋ।
3. **Odd numbers ਦਾ gap 1 ਮੰਨਣਾ:** 21, 23, 25 ਵਿੱਚ gap 2 ਹੈ।
4. **Irregular set ਵਿੱਚ midpoint ਲਾਉਣਾ:** primes ਦੇ gaps ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ।
5. **Group averages ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ weight ਦੇਣਾ:** 5 ਅਤੇ 50 ਦੀ groups weighted ਹੋਣਗੀਆਂ।
6. **Remaining average ਦਾ decimal ਛੱਡਣਾ:** 203÷5=40.6 ਠੀਕ ਹੈ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Average is a regular arithmetic topic in SSC, Railways, banking and state numerical tests, but the exact count varies by paper. Target 20–30 seconds for a direct average or midpoint and 35–50 seconds for correction or a remaining-group question. Reject options outside the minimum–maximum range. For a replacement, compare the incoming and outgoing values before doing a full division.

Average SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical tests ਵਿੱਚ ਆਮ topic ਹੈ, ਪਰ ਹਰ paper ਵਿੱਚ count ਬਦਲ ਸਕਦਾ ਹੈ। Direct average/midpoint ਲਈ 20–30 ਅਤੇ correction ਜਾਂ remaining group ਲਈ 35–50 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Minimum–maximum ਤੋਂ ਬਾਹਰ options ਤੁਰੰਤ ਹਟਾਓ। Replacement ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਆਉਣ ਵਾਲੀ ਅਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ value compare ਕਰੋ।

TYPE 3 Selected numbers in a range

Range ਵਿੱਚ ਚੁਣੇ ਹੋਏ Numbers

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A range question asks for the average of numbers meeting a condition: multiples of 7, numbers divisible by 5, primes, or numbers with a given remainder. First find the actual first and last eligible values. A midpoint shortcut works only when the eligible values are equally spaced.

Range ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ condition ਪੂਰੀ ਕਰਨ ਵਾਲੇ numbers ਦਾ average ਲੱਭਦੇ ਹਾਂ: 7 ਦੇ multiples, 5 ਨਾਲ divisible, primes ਜਾਂ remainder ਵਾਲੇ। ਪਹਿਲਾਂ ਪਹਿਲਾ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ eligible number ਲੱਭੋ। Midpoint shortcut ਤਦ ਹੀ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ gap ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Keywords include between, from...to, inclusive, divisible by, multiples, remainder, prime numbers, or numbers ending in a digit. “Between 20 and 50” normally excludes endpoints unless the question says inclusive; divisibility must be checked at the endpoints.

Between, from...to, inclusive, divisible, multiples, remainder, prime ਜਾਂ ending digit ਵਰਗੇ ਸ਼ਬਦ ਵੇਖੋ। “Between 20 and 50” ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ endpoints ਨੂੰ ਛੱਡਦਾ ਹੈ ਜਦ ਤੱਕ inclusive ਨਾ ਹੋਵੇ। Endpoints ਦੀ divisibility ਜ਼ਰੂਰ check ਕਰੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For an arithmetic list with first a, last l and constant gap d, the average is (a+l)/2. The number of terms is (l−a)/d+1. For a remainder condition, numbers are r, r+k, r+2 k, ... after the first valid value; the gap k is the divisor. Primes are not equally spaced, so add them or use a reliable pairing.

First a, last l ਅਤੇ constant gap d ਵਾਲੀ list ਦਾ average (a+l)/2 ਹੈ। Terms ਦੀ ਗਿਣਤੀ (l−a)/d+1। Remainder ਵਾਲੇ numbers ਪਹਿਲੀ valid value ਤੋਂ k-k ਦੇ gap ਨਾਲ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। Primes equally spaced ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ actual ਜੋੜ ਜਾਂ pairing ਕਰੋ।

Condition · ਸ਼ਰਤ	Procedure · ਤਰੀਕਾ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
Multiples of k	Ceiling(lower/k)×k to floor(upper/k)×k	18–74, k=6 ⇒ 18, 72
Remainder r on division by k	First valid r+tk; same gap k	1–30, remainder 2 on ÷5 ⇒ 2, 7, ..., 27
Primes	List each prime; no midpoint unless checked	11, 13, 17, 19, 23
Ending digit	Use the repeating 10-number pattern	Two-digit numbers ending 4: 14, 24, ..., 94

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Translate the wording into an exact interval and endpoint rule.
   Wording ਨੂੰ exact interval ਅਤੇ endpoint rule ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
2. Find the first valid number by moving upward from the lower boundary.
   Lower boundary ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਪਹਿਲਾ valid number ਲੱਭੋ।
3. Find the last valid number by moving downward from the upper boundary.
   Upper boundary ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਆਖ਼ਰੀ valid number ਲੱਭੋ।
4. Check whether the valid values have a constant gap.
   Valid values ਦਾ gap constant ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਵੇਖੋ।
5. Use midpoint for an arithmetic list; otherwise add the listed values and divide by their count.
   Arithmetic list ਲਈ midpoint; ਨਹੀਂ ਤਾਂ values ਜੋੜ ਕੇ count ਨਾਲ ਵੰਡੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ shortcut

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For equally spaced eligible numbers, ignore the count: average=(first+last)/2. For a fixed remainder, only the endpoints matter after the first valid term is found. This fails for primes or any list with unequal gaps. An option outside the first–last range is impossible immediately.

ਬਰਾਬਰ gap ਵਾਲੇ eligible numbers ਵਿੱਚ count ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ: average=(first+last)/2। Remainder condition ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੀ valid value ਮਿਲਣ ਮਗਰੋਂ endpoints ਕਾਫ਼ੀ ਹਨ। Primes ਜਾਂ unequal gaps ਵਿੱਚ ਇਹ ਨਹੀਂ ਚੱਲਦਾ। First-last range ਤੋਂ ਬਾਹਰ option ਤੁਰੰਤ ਗਲਤ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 17 **Easy — Find the average of all multiples of 8 from 16 to 80.**

ਸੌਖਾ — 16 ਤੋਂ 80 ਤੱਕ 8 ਦੇ multiples ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 48 **B)** 44 **C)** 52 **D)** 56

Answer: A — 48

Quick method (≈20–40 sec)

First=16, last=80; midpoint=(16+80)/2=48.

All valid terms differ by 8.

Full method

1. The list is 16, 24, 32, ..., 80.

2. It is equally spaced.
3. Average=(16+80)/2=96÷2=48.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

First 16, last 80; midpoint 48।

Gap 8 ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. List 16, 24, ..., 80।
2. (16+80)÷2=48।

Ex 18 **Easy — Find the average of numbers from 1 to 40 that leave remainder 1 on division by 6.**

ਸੌਖਾ — 1 ਤੋਂ 40 ਤੱਕ 6 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ remainder 1 ਦੇਣ ਵਾਲੇ numbers ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 17 **B)** 19 **C)** 21 **D)** 23

Answer: B — 19

Quick method (≈20–40 sec)

Values are 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37. Average=(1+37)/2=19.

The correct option is 19.

Full method

1. First valid=1 and last valid=37.
2. Gap=6 throughout.
3. Average=(1+37)/2=19.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Values 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37।

Midpoint=(1+37)/2=19।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ 1 ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ 37।
2. Gap 6 ਹੈ; average 19।

Ex 19 **Medium — Find the average of all two-digit numbers divisible by 9.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਸਾਰੇ two-digit numbers ਜੋ 9 ਨਾਲ divisible ਹਨ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 49.5 **B)** 54 **C)** 58.5 **D)** 63

Answer: C — 58.5

Quick method (≈20–40 sec)

First two-digit multiple=18, last=99. Midpoint=(18+99)/2=58.5.

Both endpoints are valid multiples of 9.

Full method

1. Two-digit multiples are 18, 27, ..., 99.
2. Average=(18+99)/2=117÷2=58.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ 18 ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ 99।

(18+99)/2=58.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 9 ਦੇ multiples ਦਾ gap 9 ਹੈ।
2. Midpoint 58.5।

Ex 20 **Medium — Find the average of prime numbers between 20 and 40.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 20 ਅਤੇ 40 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ prime numbers ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 27 **B)** 28 **C)** 29 **D)** 30

Answer: D — 30

Quick method (≈20–40 sec)

Primes are 23, 29, 31, 37; sum=120 and count=4. Average=30.

Here the listed primes happen to pair around 30; establish the complete prime list before using that pairing.

Full method

1. The primes strictly between 20 and 40 are 23, 29, 31, 37.
2. Their total=23+29+31+37=120.
3. Average=120÷4=30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Primes 23, 29, 31, 37 ਹਨ।

Total 120; 4 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 30।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 20 ਅਤੇ 40 endpoints ਨਹੀਂ।
2. 23+29+31+37=120; average 30।

Ex 21 **Medium — Find the average of all numbers from 50 to 100 that are divisible by 4 but not by 8.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 50 ਤੋਂ 100 ਤੱਕ 4 ਨਾਲ divisible ਪਰ 8 ਨਾਲ ਨਹੀਂ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 76 **B)** 70 **C)** 74 **D)** 78

Answer: A — 76

Quick method (≈20–40 sec)

Multiples of 4: 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 100. Remove multiples of 8: 56, 64, 72, 80, 88, 96. Remaining pair around 76 gives average 76.

The correct option is 76.

Full method

1. List divisible by 4 from 50–100: 52 through 100.
2. Remove numbers also divisible by 8: 56, 64, 72, 80, 88, 96.
3. Remaining: 52, 60, 68, 76, 84, 92, 100.
4. These are equally spaced by 8; average=(52+100)/2=76.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

4 ਦੇ multiples ਵਿੱਚੋਂ 8 ਦੇ multiples ਕੱਢੋ।

ਬਚੇ 52, 60, 68, 76, 84, 92, 100; midpoint 76।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. List ਪਹਿਲਾਂ 52 ਤੋਂ 100।
2. 56, 64, 72, 80, 88, 96 ਕੱਢੋ।
3. ਬਚੀ list ਦਾ average 76।

Ex 22 **Hard — Find the average of all two-digit numbers whose digits add to 9.**

ਔਖਾ — ਸਾਰੇ two-digit numbers ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ digits ਦਾ ਜੋੜ 9 ਹੈ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 49.5 **B)** 54 **C)** 45 **D)** 58.5

Answer: B — 54

Quick method (≈20–40 sec)

Eligible numbers are 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, an arithmetic list with gap 9.

Average=(18+90)/2=54. Remember that 90 is also two-digit and its digit sum is 9.

Full method

1. The tens digit can be 1 through 9; the units digit is 9 minus that digit.
2. The nine numbers are 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90.
3. Sum=18+27+36+45+54+63+72+81+90=486.
4. Average=486/9=54.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

18 ਤੋਂ 90 ਤੱਕ 9 ਦੇ gap ਵਾਲੇ numbers ਹਨ; 90 ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ।

Average=(18+90)/2=54।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Tens digit 1 ਤੋਂ 9 ਅਤੇ units digit=9−tens digit।
2. List 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90 ਹੈ।
3. ਸਾਰਿਆਂ ਦਾ total 486 ਹੈ।
4. 486÷9=54।

Ex 23 **Hard — Find the average of the first 8 prime numbers greater than 10.**

ਔਖਾ — 10 ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਪਹਿਲੇ 8 prime numbers ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 19.5 **B)** 20.5 **C)** 22.5 **D)** 21.5

Answer: C — 22.5

Quick method (≈20–40 sec)

Primes are 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37. Pairing gives total 180; average=180÷8=22.5.

List primes carefully; they are not an arithmetic progression.

Full method

1. Write the first eight primes after 10: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.
2. Sum=11+13+17+19+23+29+31+37=180.

3. Count=8.
4. Average=180÷8=22.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Primes ਦੀ list 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37।

Total 180; 8 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 22.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੇ 8 primes ਲਿਖੋ।
2. 11+13+17+19+23+29+31+37=180।
3. Average 22.5।

Ex 24 **SSC CHSL pattern — Find the average of all three-digit numbers divisible by 11.**

SSC CHSL pattern — ਸਾਰੇ three-digit numbers ਜੋ 11 ਨਾਲ divisible ਹਨ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 495 **B)** 500 **C)** 605 **D)** 550

Answer: D — 550

Quick method (≈20–40 sec)

First=110, last=990; midpoint=(110+990)/2=550.

Both are three-digit multiples of 11.

Full method

1. Three-digit multiples of 11 begin at 110 and end at 990.
2. They have constant gap 11.
3. Average=(110+990)/2=1100÷2=550.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ 110, ਆਖ਼ਰੀ 990।

Midpoint=550।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 11 ਦੇ multiples ਦਾ gap 11 ਹੈ।
2. (110+990)÷2=550।

7. Common mistakes ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Check both range endpoints against the condition. 2. Prime numbers require a complete list. 3. For digit-sum 9, the number 90 is valid and must be included. 4. A midpoint needs constant spacing or verified symmetry.

1. Endpoints condition ਪੂਰੀ ਕਰਨ। 2. Primes ਦੀ ਪੂਰੀ list ਬਣਾਓ। 3. Digit sum 9 ਲਈ 90 ਵੀ ਲਵੋ। 4. Midpoint ਲਈ gap ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ symmetry ਜਾਂਚੀ ਹੋਵੇ।

8. Exam tip ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This number-selection pattern occurs within arithmetic; its frequency varies. Aim for 20–40 seconds. Establish the eligible endpoints first; use the option range to reject impossible averages.

ਇਹ arithmetic ਦਾ selection pattern ਹੈ; ਗਿਣਤੀ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। 20–40 ਸਕਿੰਟ ਦਾ ਟੀਚਾ। ਪਹਿਲਾਂ eligible endpoints; ਫਿਰ ਗਲਤ size ਵਾਲੇ options ਰੱਦ ਕਰੋ।

TYPE 4 Special sequences: squares, cubes and geometric terms

Special Sequences: Squares, Cubes ਅਤੇ Geometric Terms

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A sequence follows a rule. Square numbers grow as 1, 4, 9, 16; cubes as 1, 8, 27; geometric terms multiply by the same ratio, such as 3, 6, 12, 24. Average questions may ask for a long sequence without listing every term.

Sequence ਇੱਕ rule ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਹੈ। Squares 1, 4, 9, 16; cubes 1, 8, 27; geometric terms ਹਰ ਵਾਰ ਇੱਕੋ ratio ਨਾਲ multiply ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ 3, 6, 12, 24। Average ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਲੰਬੀ sequence ਦੇ terms ਬਿਨਾਂ ਸਭ ਲਿਖੇ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for first n squares, first n cubes, powers of 2, a geometric progression, common ratio, nth term, or “average of the series”. Identify whether the question is arithmetic (add a fixed gap) or geometric (multiply by a fixed ratio).

First n squares/cubes, powers of 2, common ratio, nth term ਜਾਂ series ਦਾ average ਵੇਖੋ। ਪਛਾਣੋ sequence arithmetic ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ fixed gap ਜੋੜਦੇ ਹਨ, ਜਾਂ geometric, ਜਿਸ ਵਿੱਚ fixed ratio ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

Sequence · Sequence	Sum / average formula · Formula	Meaning · ਮਤਲਬ
$1^2+2^2+\ldots+n^2$	Sum=$n(n+1)(2n+1)/6$; average=$(n+1)(2n+1)/6$	n terms, last square n^2
$1^3+2^3+\ldots+n^3$	Sum=$[n(n+1)/2]^2$; average=$n(n+1)^2/4$	Cubes ਦਾ total
$a, ar, \ldots, ar^{n-1}$	Sum=$a(r^n-1)/(r-1)$; average=Sum/n, $r\neq1$	a first term, r common ratio
Arithmetic sequence	Average=(first+last)/2	Equal additive gap

WHY THE FORMULAS WORK · FORMULA ਕਿੱਥੋਂ ਆਇਆ

The square and cube formulas are compact totals proved by pairing or induction; for exam work, use them as standard totals and divide by n. A geometric total comes from subtracting rS−S: all middle terms cancel, leaving ar^n-a. Always check n and the last exponent before substituting.

Square/cube formulas standard totals ਹਨ; exam ਵਿੱਚ total ਲੈ ਕੇ n ਨਾਲ ਵੰਡੋ। Geometric ਵਿੱਚ rS−S ਕਰਨ ਨਾਲ ਵਿਚਕਾਰਲੇ terms cancel ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ar^n-a ਬਚਦਾ ਹੈ। n ਅਤੇ last exponent ਚੈੱਕ ਕਰੋ।

Formula origins: summing $(k+1)^3-k^3=3k^2+3k+1$ for k=1 to n, and using $\Sigma k=n(n+1)/2$, gives the square-sum formula. For cubes, $[k(k+1)/2]^2-[(k-1)k/2]^2=k^3$; summing these telescoping differences of triangular-number squares gives

$[n(n+1)/2]^2$. Dividing each total by n gives its mean.

Squares ਲਈ $(k+1)^3-k^3=3\,k^2+3\,k+1$ ਨੂੰ k=1 ਤੋਂ n ਜੋੜੋ ਅਤੇ $\Sigma k=n(n+1)/2$ ਪਾਓ। Cubes ਲਈ $[k(k+1)/2]^2-[(k-1)k/2]^2=k^3$ ਹੈ; ਜੋੜਣ ਨਾਲ ਵਿਚਕਾਰਲੇ terms ਕੱਟਦੇ ਅਤੇ $[n(n+1)/2]^2$ ਬਚਦਾ ਹੈ। Mean ਲਈ ਹਰ total ਨੂੰ n ਨਾਲ ਵੰਡੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write the first term, last term and number of terms.
   First term, last term ਅਤੇ terms ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਿਖੋ।
2. For squares/cubes, substitute n into the total formula, then divide by n.
   Squares/cubes ਲਈ n ਨੂੰ formula ਵਿੱਚ ਪਾਓ, ਫਿਰ n ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
3. For a geometric sequence, count exponents from 0 to n−1 and use the sum formula.
   Geometric sequence ਵਿੱਚ exponents 0 ਤੋਂ n−1 ਗਿਣੋ ਅਤੇ sum formula ਲਾਓ।
4. For a short sequence, pair terms or calculate directly to cross-check.
   ਛੋਟੀ sequence ਵਿੱਚ direct ਜੋੜ ਜਾਂ pairing ਨਾਲ cross-check ਕਰੋ।
5. Estimate the size: the average must lie between the smallest and largest term.
   ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਾਓ: average smallest ਅਤੇ largest ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇਗਾ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ shortcut

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For first n squares, cancel n immediately: average=$(n+1)(2\,n+1)/6$. For first n cubes, average=$(n+1)^2n/4$. For powers of 2, the last term dominates, so use the geometric sum and divide by n; do not use the arithmetic midpoint. These formulas fail if the sequence starts at another number unless you subtract the prefix total.

First n squares ਵਿੱਚ n cancel ਕਰਕੇ average=$(n+1)(2\,n+1)/6$। Cubes ਵਿੱਚ average=$n(n+1)^2/4$। Powers of 2 ਵਿੱਚ last term ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ; geometric formula ਲਵੋ, arithmetic midpoint ਨਹੀਂ। Sequence 1 ਤੋਂ ਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਵੇ ਤਾਂ prefix total subtract ਕਰੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 25 **Easy — Find the average of 1^2, 2^2, 3^2, 4^2 and 5^2.**

ਸੌਖਾ — 1^2, 2^2, 3^2, 4^2 ਅਤੇ 5^2 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 11 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 12

Answer: A — 11

Quick method (≈20–40 sec)

Sum of first 5 squares=5×6×11/6=55. Average=55/5=11.

Direct check: 1+4+9+16+25=55.

Full method

1. Use square sum $n(n+1)(2\,n+1)/6$ with n=5.
2. Sum=5×6×11÷6=55.
3. There are 5 squares. Average=55÷5=11.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲੇ 5 squares ਦਾ sum=55।

55÷5=11।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Formula ਵਿੱਚ n=5: 5×6×11÷6=55।
2. Average 11।

Ex 26 **Easy — Find the average of 1^3, 2^3, 3^3 and 4^3.**

ਸੌਖਾ — 1^3, 2^3, 3^3 ਅਤੇ 4^3 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 20 **B)** 25 **C)** 24 **D)** 35

Answer: B — 25

Quick method (≈20–40 sec)

Sum=$[4\times5/2]^2$=100; divide by 4 gives 25.

The answer is 25.

Full method

1. Cube sum=$[n(n+1)/2]^2$ for n=4.
2. Sum=$[4\times5\div2]^2=10^2$=100.
3. Average=100÷4=25.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Cubes ਦਾ total $[4\times5\div2]^2$=100।

4 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 25।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=4 ਪਾਓ।
2. Sum 100; average 25।

Ex 27 **Medium — Find the average of 2, 4, 8, 16 and 32.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 2, 4, 8, 16 ਅਤੇ 32 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 10.4 **B)** 12.5 **C)** 12.4 **D)** 16.4

Answer: C — 12.4

Quick method (≈20–40 sec)

Sum=$2(2^5-1)/(2-1)$=62; average=62/5=12.4.

Geometric, not arithmetic: midpoint (2+32)/2 would be wrong.

Full method

1. This is geometric with a=2, r=2, n=5.
2. Sum=$2(2^5-1)/(2-1)=2\times31$=62.
3. Average=62÷5=12.4.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਇਹ geometric sequence ਹੈ; total 62।

62÷5=12.4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. a=2, r=2, n=5।
2. Sum 62 ਅਤੇ average 12.4।

Ex 28 **Medium — Find the average of the first 10 positive squares.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪਹਿਲੇ 10 positive squares ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 35.5 **B)** 40.5 **C)** 42.5 **D)** 38.5

Answer: D — 38.5

Quick method (≈20–40 sec)

Average=(n+1)(2 n+1)/6=11×21/6=38.5.

Cancel 11×21=231, ÷6=38.5.

Full method

1. Square average formula=(n+1)(2 n+1)/6.
2. For n=10: A=11×21÷6=231÷6=38.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

n=10 ਪਾ ਕੇ 11×21÷6=38.5।

Formula ਨਾਲ direct answer।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Square average formula ਲਾਓ।
2. 231÷6=38.5।

Ex 29 **Medium — Find the average of the first 6 positive cubes.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪਹਿਲੇ 6 positive cubes ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 73.5 **B)** 49 **C)** 56 **D)** 63

Answer: A — 73.5

Quick method (≈20–40 sec)

Cube average=$n(n+1)^2/4=6\times49/4=73.5$.

The correct option is 73.5.

Full method

1. Cube sum=$[6\times7/2]^2=21^2=441$.
2. Average=441÷6=73.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Cube sum $21^2=441$।

6 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 73.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 6×7÷2=21; square 441।

2. 441÷6=73.5।

Ex 30 **Hard — Find the average of $3^2+4^2+...+12^2$.**

ਔਖਾ — $3^2+4^2+...+12^2$ terms ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 55.5 **B)** 64.5 **C)** 65.5 **D)** 70.5

Answer: B — 64.5

Quick method (≈20–40 sec)

Total of the first 12 squares=12×13×25/6=650. Remove the first two squares: 650−5=645; divide by 10 to get 64.5.

The correct option is 64.5.

Full method

1. Sum 1^2 to 12^2=12×13×25÷6=650.
2. Subtract 1^2+2^2=1+4=5: sum 3^2 to 12^2=645.
3. Terms count=12−3+1=10.
4. Average=645÷10=64.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

1^2 ਤੋਂ 12^2 ਦਾ total 650; 1 ਅਤੇ 4 ਕੱਢ ਕੇ 645।

10 terms ਲਈ average 64.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Formula ਨਾਲ total 650।
2. 1^2+2^2=5 ਘਟਾਓ; 645।
3. 10 terms; average 64.5।

Ex 31 **Hard — Find the average of 5, 15, 45, 135 and 405.**

ਔਖਾ — 5, 15, 45, 135 ਅਤੇ 405 ਦਾ average ਲੱਭੋ।

A) 101 **B)** 131 **C)** 121 **D)** 151

Answer: C — 121

Quick method (≈20–40 sec)

Geometric: sum=5(3^5−1)/(3−1)=5×121=605; average=121.

The ratio is 3, not an equal additive gap.

Full method

1. a=5, r=3, n=5.
2. Sum=5(3^5−1)/(3−1)=5(243−1)/2=605.
3. Average=605÷5=121.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Ratio 3 ਹੈ; total 605।

605÷5=121।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Geometric sum formula ਲਾਓ।
2. Average 121।

Ex 32 **SSC CHSL pattern — The average of 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 and 2^5 is what?**

SSC CHSL pattern — 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 ਅਤੇ 2^5 ਦਾ average ਕੀ ਹੈ?

A) 9.5 **B)** 10.75 **C)** 11.5 **D)** 10.5

Answer: D — 10.5

Quick method (≈20–40 sec)

Terms sum=2^6−1=63; 6 terms, so average=63/6=10.5.

The correct option is 10.5.

Full method

1. This is a geometric series with a=1, r=2, n=6.
2. Sum=(2^6−1)/(2−1)=63.
3. Average=63÷6=10.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

2^0 ਤੋਂ 2^5 ਦਾ sum=2^6−1=63।

6 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 10.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. a=1, r=2, n=6।
2. Sum 63; average 10.5।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Including an endpoint that fails the condition:** 31 is not divisible by 4.
2. **Using midpoint for primes:** unequal gaps make it unsafe.
3. **Counting terms incorrectly:** from 3 to 12 inclusive there are 10 terms.
4. **Confusing powers with arithmetic terms:** 2, 4, 8, 16 is geometric.
5. **Using the first-n formula after deleting a prefix:** subtract the omitted square/cube totals first.
6. **Forgetting 0^0 conventions:** only use the stated sequence; here 2^0=1 is unambiguous.

1. **Condition ਨਾ ਪੂਰੀ ਕਰਨ ਵਾਲਾ endpoint ਲੈਣਾ:** 31, 4 ਨਾਲ divisible ਨਹੀਂ।
2. **Primes ਵਿੱਚ midpoint:** gaps unequal ਹਨ।
3. **Terms count ਗਲਤ:** 3 ਤੋਂ 12 inclusive 10 terms ਹਨ।
4. **Powers ਨੂੰ arithmetic ਸਮਝਣਾ:** 2, 4, 8, 16 geometric ਹੈ।
5. **Prefix ਹਟਾ ਕੇ first-n formula ਹੀ ਲਾਉਣਾ:** ਪਹਿਲਾਂ omitted totals ਘਟਾਓ।
6. **0^0 ਦੀ convention ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾ ਲਾਓ:** ਦਿੱਤੀ sequence ਦਾ rule ਵੇਖੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Selected-range questions are usually direct marks; sequence questions become longer only when a prefix or geometric ratio is hidden. Target 20–35 seconds for arithmetic lists and 35–55 seconds for square/cube or geometric formulas. If the average is outside the first–last term range, reject it. In Type 3, always test the first and last values before using the midpoint.

Range ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ direct marks ਹੁੰਦੇ ਹਨ; prefix ਜਾਂ geometric ratio ਹੋਵੇ ਤਾਂ sequence ਥੋੜ੍ਹੀ ਲੰਬੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। Arithmetic list ਲਈ 20–35 ਅਤੇ square/cube/geometric ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Average first-last range ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ option ਹਟਾਓ। Type 3 ਵਿੱਚ midpoint ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ first-last eligibility ਚੈੱਕ ਕਰੋ।

TYPE 5 Missing values, totals and counts

ਗੁੰਮ Values, Total ਅਤੇ ਗਿਣਤੀ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A shop knows its average sale for five days but has lost one day’s entry. The missing sale is the required five-day total minus the four recorded sales. Two missing entries need one more relationship to separate them.

ਦੁਕਾਨ ਨੂੰ ਪੰਜ ਦਿਨਾਂ ਦੀ average sale ਪਤਾ ਹੈ, ਪਰ ਇੱਕ entry ਗੁੰਮ ਹੈ। ਪੰਜ ਦਿਨਾਂ ਦੇ required total ਵਿੱਚੋਂ ਚਾਰ ਦਿਨਾਂ ਦਾ total ਕੱਢੋ। ਦੋ entries ਵੱਖ ਲੱਭਣ ਲਈ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸ਼ਰਤ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for an empty entry, “remaining value”, unknown x, a ratio/difference between missing values, or “how many observations?”. Count every value, including a zero.

ਖਾਲੀ entry, remaining value, x, missing values ਦਾ Ratio/ਫ਼ਰਕ ਜਾਂ observations ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪੁੱਛੀ ਹੋਵੇ। Zero ਵੀ ਇੱਕ observation ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Convert the average into the total before solving. If n values average A and known values total K, the missing total is nA−K. With two missing values and a stated difference, use their sum and difference. Without the extra relationship only their combined total is fixed.

ਪਹਿਲਾਂ average ਤੋਂ total ਬਣਾਓ। n values ਦਾ average A ਅਤੇ known total K ਹੋਵੇ ਤਾਂ missing total=nA−K। ਦੋ missing values ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ sum/difference ਲਵੋ। ਹੋਰ ਸ਼ਰਤ ਬਿਨਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਹੈ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
x=nA−K	n is total count, A average, K known sum; subtract known contributions from nA. n ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ, A ਔਸਤ, K ਪਤਾ values ਦਾ total; nA ਵਿੱਚੋਂ K ਕੱਢੋ।
n=S/A, A≠0	S is the total; rearrange S=nA. If A=0, a zero sum does not determine n. S ਕੁੱਲ ਹੈ; S=nA ਨੂੰ ਉਲਟੋ। A=0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ zero total ਤੋਂ n ਨਹੀਂ ਨਿਕਲਦਾ।
High=(T+d)/2; low=(T−d)/2	T is the two missing values' total and d their positive difference; adding/subtracting their equations gives these halves. T ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ d ਫ਼ਰਕ; ਜੋੜ-ਘਟਾਓ ਕਰਕੇ ਅੱਧਾ ਕਰੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write the full count and form nA.
   ਪੂਰੀ ਗਿਣਤੀ ਲਿਖ ਕੇ nA ਬਣਾਓ।
2. Add the known observations; subtract their total.
   Known entries ਜੋੜ ਕੇ ਕੁੱਲ ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਢੋ।
3. Use the stated ratio/difference to split any missing total.
   Ratio/ਫ਼ਰਕ ਨਾਲ missing total ਵੰਡੋ।
4. Substitute into the original total and count.
   ਜਵਾਬ ਨੂੰ ਅਸਲ total/count ਵਿੱਚ ਪਾ ਕੇ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use A as an assumed mean. Known deviations must be balanced by the missing deviation: x=A−sum(known deviations). For a missing group, first find its total. This works because all deviations from the final mean sum to zero; it cannot split two unknowns without another relation.

A ਨੂੰ assumed mean ਲਵੋ। Known deviations ਦਾ ਉਲਟ missing deviation ਹੈ: x=A−known deviations ਦਾ ਜੋੜ। Group ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ total। ਸਾਰੀਆਂ deviations ਦਾ ਜੋੜ zero ਹੈ; ਦੋ unknowns ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਲਈ ਹੋਰ relation ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 33 **Easy — Four bags average 26 kg. Three weigh 20, 24, 28 kg. Find the fourth weight.**

ਸੌਖਾ — ਚਾਰ ਬੋਰੀਆਂ ਦਾ average 26 kg; ਤਿੰਨ 20, 24, 28 kg ਹਨ। ਚੌਥੀ ਲੱਭੋ।

A) 27 B) 32 C) 37 D) 42

Answer: B — 32

Quick method (≈20–40 sec)

From mean 26, known deviations total -6.

Missing=26−(-6)=32.

Full method

1. Required total=4×26=104.
2. Known total=20+24+28=72.
3. Missing=104−72=32; check 72+32=104.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

26 ਤੋਂ known deviations ਦਾ ਜੋੜ -6।

Missing=26−(-6)=32।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਲੋੜੀਂਦਾ total=4×26=104।
2. Known total=20+24+28=72।
3. Missing=32; ਜਾਂਚ 72+32=104।

Ex 34 **Easy — Six monthly receipts average ₹18000. Five are ₹16000, ₹17500, ₹18500, ₹19000, ₹17000. Find the sixth receipt in rupees.**

ਸੌਖਾ — ਛੇ ਮਹੀਨਿਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ₹18000; ਪੰਜ receipts ₹16000, ₹17500, ₹18500, ₹19000, ₹17000 ਹਨ। ਛੇਵੀਂ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 19995 B) 20005 C) 20010 D) 20000

Answer: D — 20000

Quick method (≈20–40 sec)

From mean 18000, known deviations total -2000.

Missing=18000−(-2000)=20000.

Full method

1. Required total=6×18000=108000.
2. Known total=16000+17500+18500+19000+17000=88000.
3. Missing=108000−88000=20000; check 88000+20000=108000.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

18000 ਤੋਂ known deviations ਦਾ ਜੋੜ -2000।

Missing=18000−(-2000)=20000।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਲੋੜੀਂਦਾ total=6×18000=108000।
2. Known total=16000+17500+18500+19000+17000=88000।
3. Missing=20000; ਜਾਂਚ 88000+20000=108000।

Ex 35 **Medium — Eight test scores average 65. Seven scores are 50, 60, 70, 55, 65, 75, 65. Find the eighth score.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਅੱਠ tests ਦਾ average 65; ਸੱਤ scores 50, 60, 70, 55, 65, 75, 65 ਹਨ। ਅੱਠਵਾਂ ਲੱਭੋ।

A) 80 B) 75 C) 85 D) 90

Answer: A — 80

Quick method (≈20–40 sec)

From mean 65, known deviations total -15.

Missing=65−(-15)=80.

Full method

1. Required total=8×65=520.
2. Known total=50+60+70+55+65+75+65=440.
3. Missing=520−440=80; check 440+80=520.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

65 ਤੋਂ known deviations ਦਾ ਜੋੜ -15।

Missing=65−(-15)=80।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਲੋੜੀਂਦਾ total=8×65=520।
2. Known total=50+60+70+55+65+75+65=440।
3. Missing=80; ਜਾਂਚ 440+80=520।

Ex 36 **Medium — Six values average 70. Four are 64, 68, 72, 76; the other two differ by 12. Find the smaller missing value.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਛੇ values ਦਾ average 70। ਚਾਰ 64, 68, 72, 76; ਬਾਕੀ ਦੋ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 12। ਛੋਟੀ missing value ਲੱਭੋ।

A) 59 B) 69 C) 64 D) 74

Answer: C — 64

Quick method (≈20–40 sec)

Missing sum=420−280=140; half-sum=70.

Smaller=70−6=64.

Full method

1. Full total=6×70=420.
2. Known total=64+68+72+76=280; missing sum=140.
3. Let smaller=x; larger=x+12. Then 2 x+12=140, so x=128/2=64.
4. 64+76=140; difference=12.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Missing sum=420−280=140; ਅੱਧਾ 70।

ਛੋਟੀ=70−6=64।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ=6×70=420।
2. Known total=280; missing ਜੋੜ 140।
3. ਛੋਟੀ x, ਵੱਡੀ x+12; 2 x+12=140; x=64।
4. ਜਾਂਚ 64+76=140 ਅਤੇ ਫ਼ਰਕ 12।

Ex 37 **Medium — Five values average 30. Three are 15, 25, 35; the other two are in ratio 2:3. Find the larger missing value.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪੰਜ values ਦਾ average 30; ਤਿੰਨ 15, 25, 35 ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੋ ਦਾ Ratio 2:3। ਵੱਡੀ missing value ਲੱਭੋ।

A) 40 B) 50 C) 55 D) 45

Answer: D — 45

Quick method (≈20–40 sec)

Unknown total=150−75=75; 5 ratio parts give 15 each.

Larger=3×15=45.

Full method

1. Required total=5×30=150.
2. Known sum=15+25+35=75; missing sum=150−75=75.
3. Two values=2 k, 3 k; 5 k=75 gives k=15.
4. Larger=3 k=45; smaller=30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Unknown total=75; ਪੰਜ ਹਿੱਸੇ, ਹਰ ਇੱਕ 15।

ਵੱਡੀ=3×15=45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ=150।
2. Known ਜੋੜ=75; ਬਾਕੀ=75।
3. Values 2 k, 3 k; 5 k=75; k=15।
4. ਵੱਡੀ 45 ਅਤੇ ਛੋਟੀ 30।

Ex 38 **Hard — A set totals 864 and averages 27. How many observations are there?**

ਔਖਾ — Set ਦਾ total 864 ਅਤੇ average 27 ਹੈ। Observations ਕਿੰਨੀਆਂ ਹਨ?

A) 27 B) 32 C) 37 D) 42

Answer: B — 32

Quick method (≈20–40 sec)

27×30=810; the remaining 54 gives 2 more observations.

Count=30+2=32.

Full method

1. S=nA gives 864=27 n.
2. Divide by 27: n=864/27=32.
3. Check: 32×27=864.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

27×30=810; ਬਾਕੀ 54 ਦੇ 2 ਹੋਰ।

ਗਿਣਤੀ=32।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 864=27 n।
2. 27 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ n=32।
3. ਜਾਂਚ: 32×27=864।

Ex 39 **Hard — Seven values average 48. Five of them average 44. The other two differ by 18. Find the larger of those two.**

ਔਖਾ — ਸੱਤ values ਦਾ average 48; ਪੰਜ ਦਾ 44। ਬਾਕੀ ਦੋ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 18। ਵੱਡੀ ਲੱਭੋ।

A) 62 B) 72 C) 67 D) 77

Answer: C — 67

Quick method (≈20–40 sec)

Missing sum=336−220=116; midpoint=58.

Larger=58+9=67.

Full method

1. All total=7×48=336; known five total=5×44=220.
2. Two-value total=336−220=116.
3. Larger=(116+18)/2=134/2=67; smaller=49.
4. Check: 67−49=18 and 67+49=116.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Missing sum=116; midpoint 58।

ਵੱਡੀ=58+9=67।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਾਰਿਆਂ ਦਾ 336; ਪੰਜਾਂ ਦਾ 220।
2. ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜ=116।
3. ਵੱਡੀ=67; ਛੋਟੀ=49।
4. ਜਾਂਚ ਫ਼ਰਕ 18 ਅਤੇ ਜੋੜ 116।

Ex 40 PSSSB Clerk pattern — Nine numbers average 44. On excluding one number, the remaining eight average 42. Find the excluded number.

PSSSB Clerk pattern — ਨੌਂ numbers ਦਾ average 44; ਇੱਕ ਹਟਾ ਕੇ ਬਾਕੀ ਅੱਠ ਦਾ 42। ਹਟਾਇਆ number ਲੱਭੋ।

A) 60 B) 55 C) 65 D) 70

Answer: A — 60

Quick method (≈20–40 sec)

The eight remaining numbers are each 2 below the old mean on average: total deficit 16.

Excluded=44+16=60.

Full method

1. Original total=9×44=396.
2. Remaining total=8×42=336.
3. Excluded=396−336=60; check (336+60)/9=44.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਾਕੀ ਅੱਠਾਂ ਦੀ old mean ਤੋਂ total ਘਾਟ 8×2=16।

ਹਟਾਇਆ=44+16=60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੁਰਾਣਾ total=396।
2. ਬਾਕੀ total=336।
3. ਹਟਾਇਆ=60; ਜਾਂਚ (336+60)/9=44।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Dividing the missing total again when only one observation is missing. 2. Using the count of known entries instead of the full count. 3. Assuming equal missing values without a condition.

1. ਇੱਕ missing value ਦੇ total ਨੂੰ ਮੁੜ ਨਾ ਵੰਡੋ। 2. ਪੂਰੀ ਗਿਣਤੀ ਲਵੋ, ਸਿਰਫ਼ known count ਨਹੀਂ। 3. ਬਿਨਾਂ ਸ਼ਰਤ unknowns ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਮੰਨੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 6 Changing every observation

ਹਰ Value ਨੂੰ ਬਦਲਣਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

If each worker receives a ₹200 raise, the average wage also rises ₹200. A common change to every value can be applied directly to the mean. The number of workers stays fixed.

ਹਰ worker ਨੂੰ ₹200 ਵਾਧਾ ਮਿਲੇ ਤਾਂ average wage ਵੀ ₹200 ਵਧਦੀ ਹੈ। ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ change ਸਿੱਧਾ mean ਉੱਤੇ ਲਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ; workers ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “each”, “every value”, multiplied/divided by a constant, a common percentage change, or the formula y=kx+c. Distinguish changing every observation from changing only selected observations.

Each, every value, ਇੱਕੋ ਗੁਣਾ/ਵੰਡ, common percentage ਜਾਂ y=kx+c ਵੇਖੋ। ਹਰ value ਬਦਲਣ ਅਤੇ ਕੁਝ values ਬਦਲਣ ਵਿੱਚ ਫ਼ਰਕ ਰੱਖੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For n values x with mean A, their sum is nA. Applying y=kx+c to all gives total k(nA)+nc. Dividing by the unchanged n gives mean kA+c. This linear rule does not generally apply to squares, reciprocals or absolute values.

n values ਦਾ total nA ਹੈ। ਹਰ ਇੱਕ ਨੂੰ y=kx+c ਬਣਾਉਣ ਨਾਲ total knA+nc; n ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ kA+c। ਇਹ linear rule squares, reciprocals ਜਾਂ modulus ਉੱਤੇ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਨਹੀਂ ਚੱਲਦਾ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
New mean=kA+c	k is the common multiplier and c the common added constant; both are applied to every value. k ਹਰ value ਦਾ multiplier ਅਤੇ c ਜੋੜੀ constant; ਦੋਵੇਂ ਸਭ ਉੱਤੇ ਲੱਗਣ।
Increase by r%: A(1+r/100)	Multiply every value by the same percentage factor. For decrease use 1−r/100. ਹਰ value ਇੱਕੋ % factor ਨਾਲ ਬਦਲੇ; ਘਟਾਉਣ ਲਈ minus ਵਾਲਾ factor।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify the exact order of operations on each value.
   ਹਰ value ਉੱਤੇ ਕੰਮਾਂ ਦੀ ਸਹੀ ਤਰਤੀਬ ਵੇਖੋ।
2. Perform the same linear operations on the mean.
   Mean ਉੱਤੇ ਉਹੀ linear ਕੰਮ ਕਰੋ।
3. For partial changes, calculate the total change and divide by n.
   ਕੁਝ values ਲਈ total change ਨੂੰ n ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
4. Check units and whether the final count is unchanged.
   Units ਅਤੇ final count ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Follow the operations on A without reconstructing the list: add c, multiply k, or reverse the stated steps. The total is linear, which proves the shortcut. Do not write average(x^2)=A^2 or average(1/x)=1/A; extra information is needed.

List ਬਣਾਏ ਬਿਨਾਂ A ਉੱਤੇ ਉਹੀ ਕੰਮ: c ਜੋੜੋ, k ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਉਲਟ ਕਦਮ। Total linear ਹੈ। Average(x^2)=A^2 ਜਾਂ average(1/x)=1/A ਨਾ ਮੰਨੋ; ਹੋਰ ਜਾਣਕਾਰੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 41 **Easy — Each of 8 values is increased by 7. Their old average is 18. Find the new average.**

ਸੌਖਾ — 8 values ਦਾ old average 18; ਹਰ value 7 ਵਧਾਈ। ਨਵਾਂ average?

A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35

Answer: B — 25

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the rule to the mean: (1)×18+(7)=25.

The count stays fixed, so every observation carries the same change.

Full method

1. Use a representative count n=8; original total=8×18=144.
2. Transformed total=(1)×144+8×(7)=200.
3. New mean=200/8=25. The n cancels, so the actual count does not alter this result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਉੱਤੇ rule: (1)×18+(7)=25।

Count ਉਹੀ ਹੈ; ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਬਦਲਾਅ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=8 ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣਾ total=144।
2. ਨਵਾਂ total=(1)×144+8×(7)=200।
3. ਨਵਾਂ mean=200/8=25; n ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 42 **Easy — Each of 12 values is reduced by 9. The old average is 65. Find the new average.**

ਸੌਖਾ — 12 values ਦਾ average 65; ਹਰ value 9 ਘਟਾਈ। ਨਵਾਂ average?

A) 51 **B)** 61 **C)** 66 **D)** 56

Answer: D — 56

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the rule to the mean: (1)×65+(-9)=56.

The count stays fixed, so every observation carries the same change.

Full method

1. Use a representative count n=12; original total=12×65=780.
2. Transformed total=(1)×780+12×(-9)=672.
3. New mean=672/12=56. The n cancels, so the actual count does not alter this result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਉੱਤੇ rule: (1)×65+(-9)=56।

Count ਉਹੀ ਹੈ; ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਬਦਲਾਅ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=12 ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣਾ total=780।
2. ਨਵਾਂ total=(1)×780+12×(-9)=672।
3. ਨਵਾਂ mean=672/12=56; n ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 43 **Medium — Every value is multiplied by 1.5. The old average is 24. Find the new average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹਰ value ਨੂੰ 1.5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ; old average 24। ਨਵਾਂ?

A) 36 **B)** 31 **C)** 41 **D)** 46

Answer: A — 36

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the rule to the mean: (1.5)×24+(0)=36.

The count stays fixed, so every observation carries the same change.

Full method

1. Use a representative count n=10; original total=10×24=240.
2. Transformed total=(1.5)×240+10×(0)=360.
3. New mean=360/10=36. The n cancels, so the actual count does not alter this result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਉੱਤੇ rule: (1.5)×24+(0)=36।

Count ਉਹੀ ਹੈ; ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਬਦਲਾਅ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=10 ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣਾ total=240।
2. ਨਵਾਂ total=(1.5)×240+10×(0)=360।
3. ਨਵਾਂ mean=360/10=36; n ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 44 **Medium — Each value x is replaced by 3 x+5. The old average is 16. Find the new average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹਰ x ਦੀ ਥਾਂ 3 x+5; old average 16। ਨਵਾਂ average?

A) 48 **B)** 58 **C)** 53 **D)** 63

Answer: C — 53

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the rule to the mean: (3)×16+(5)=53.

The count stays fixed, so every observation carries the same change.

Full method

1. Use a representative count n=6; original total=6×16=96.
2. Transformed total=(3)×96+6×(5)=318.
3. New mean=318/6=53. The n cancels, so the actual count does not alter this result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਉੱਤੇ rule: (3)×16+(5)=53।

Count ਉਹੀ ਹੈ; ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਬਦਲਾਅ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=6 ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣਾ total=96।
2. ਨਵਾਂ total=(3)×96+6×(5)=318।
3. ਨਵਾਂ mean=318/6=53; n ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 45 **Medium — Every value is divided by 4 and then reduced by 3. The old average is 80. Find the new average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹਰ value ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 3 ਘਟਾਏ; old average 80। ਨਵਾਂ?

A) 16 **B)** 18 **C)** 19 **D)** 17

Answer: D — 17

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the rule to the mean: (0.25)×80+(-3)=17.

The count stays fixed, so every observation carries the same change.

Full method

1. Use a representative count n=8; original total=8×80=640.
2. Transformed total=(0.25)×640+8×(-3)=136.

3. New mean=136/8=17. The n cancels, so the actual count does not alter this result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਉੱਤੇ rule: (0.25)×80+(-3)=17।

Count ਉਹੀ ਹੈ; ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਬਦਲਾਅ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=8 ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣਾ total=640।
2. ਨਵਾਂ total=(0.25)×640+8×(-3)=136।
3. ਨਵਾਂ mean=136/8=17; n ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 46 **Hard — All monthly payments increase by 15%. Their previous average is ₹250. Find the new average in rupees.**

ਔਖਾ — ਸਾਰੀਆਂ payments 15% ਵਧੀਆਂ; ਪਹਿਲਾਂ average ₹250। ਨਵਾਂ average ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ?

A) 282.5 **B)** 287.5 **C)** 292.5 **D)** 297.5

Answer: B — 287.5

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the rule to the mean: (1.15)×250+(0)=287.5.

The count stays fixed, so every observation carries the same change.

Full method

1. Use a representative count n=20; original total=20×250=5000.
2. Transformed total=(1.15)×5000+20×(0)=5750.
3. New mean=5750/20=287.5. The n cancels, so the actual count does not alter this result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਉੱਤੇ rule: (1.15)×250+(0)=287.5।

Count ਉਹੀ ਹੈ; ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਬਦਲਾਅ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=20 ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣਾ total=5000।
2. ਨਵਾਂ total=(1.15)×5000+20×(0)=5750।
3. ਨਵਾਂ mean=5750/20=287.5; n ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 47 **Hard — Each value x becomes 50−2 x. The original average is 12. Find the new mean.**

ਔਖਾ — ਹਰ x ਨੂੰ 50−2 x ਬਣਾਇਆ; old average 12। ਨਵਾਂ mean?

A) 21 **B)** 31 **C)** 26 **D)** 36

Answer: C — 26

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the rule to the mean: (−2)×12+(50)=26.

The count stays fixed, so every observation carries the same change.

Full method

1. Use a representative count n=9; original total=9×12=108.

2. Transformed total=(−2)×108+9×(50)=234.
3. New mean=234/9=26. The n cancels, so the actual count does not alter this result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਉੱਤੇ rule: (−2)×12+(50)=26।

Count ਉਹੀ ਹੈ; ਹਰ value ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਬਦਲਾਅ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n=9 ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣਾ total=108।
2. ਨਵਾਂ total=(−2)×108+9×(50)=234।
3. ਨਵਾਂ mean=234/9=26; n ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 48 **Railways NTPC pattern — Every x is changed to 4 x−7. The transformed mean is 65. Find the original mean.**

Railways NTPC pattern — ਹਰ x ਨੂੰ 4 x−7 ਕੀਤਾ; ਨਵਾਂ mean 65। ਪੁਰਾਣਾ mean ਲੱਭੋ।

A) 18 **B)** 17 **C)** 19 **D)** 20

Answer: A — 18

Quick method (≈20–40 sec)

Reverse: add 7, then divide by 4.

(65+7)/4=72/4=18.

Full method

1. Let the original mean be A; transformed mean=4 A−7.
2. 4 A−7=65 gives 4 A=72.
3. A=72/4=18; check 4×18−7=65.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉਲਟ: 7 ਜੋੜੋ, ਫਿਰ 4 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।

(65+7)/4=18।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੁਰਾਣਾ A; ਨਵਾਂ 4 A−7।
2. 4 A−7=65; 4 A=72।
3. A=18; ਜਾਂਚ 4×18−7=65।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Changing only the mean by c/n when every value rises c: the change is c. 2. Reversing multiply-then-add as subtract-then-divide in the wrong order. 3. Extending the rule to nonlinear operations.

1. ਹਰ value c ਵਧੇ ਤਾਂ mean c ਵਧਦਾ ਹੈ, c/n ਨਹੀਂ। 2. ਉਲਟ ਕੰਮ reverse order ਵਿੱਚ ਕਰੋ। 3. Nonlinear ਕੰਮਾਂ ਲਈ ਇਹ rule ਨਾ ਲਾਓ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 7 Combined averages and remaining groups

ਮਿਲੇ Groups ਅਤੇ ਬਾਕੀ Group ਦੀ ਔਸਤ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

One class has 12 children and another has 30. Combining their average marks must give each child equal importance, so the larger class contributes more. The same idea applies to salaries, crop yields and batches of goods.

ਇੱਕ class ਦੇ 12 ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਦੇ 30 ਬੱਚੇ ਹਨ। ਮਿਲੀ ਔਸਤ ਵਿੱਚ ਹਰ ਬੱਚੇ ਦਾ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਵੱਡੀ class ਦਾ weight ਵੱਧ। Salaries, ਫ਼ਸਲ ਅਤੇ batches ਲਈ ਵੀ ਇਹੀ ਗੱਲ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for groups with separate means and sizes, boys/girls, sections, departments, or the mean of the remaining subgroup. A simple average of group means needs equal group sizes.

ਵੱਖ means ਅਤੇ sizes ਵਾਲੇ groups, boys/girls, sections ਜਾਂ ਬਾਕੀ group ਦੀ ਔਸਤ ਵੇਖੋ। Group means ਦਾ ਸਿੱਧਾ average ਤਦ ਜਦ sizes ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

A group of n people with average A contributes total nA. Add group totals and counts separately. For a missing subgroup, subtract its complement’s total and count. Each person must appear exactly once: overlapping groups must be corrected before combining.

n ਬੰਦਿਆਂ ਅਤੇ average A ਦਾ total nA ਹੈ। Groups ਦੇ totals ਅਤੇ counts ਵੱਖ ਜੋੜੋ। Missing group ਲਈ ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ total ਅਤੇ count ਕੱਢੋ। ਹਰ ਬੰਦਾ ਇੱਕ ਵਾਰ ਹੀ ਆਵੇ; overlap ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਠੀਕ ਕਰੋ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
$C=(nA+mB)/(n+m)$	n, m are disjoint group sizes; A, B their means; C the combined mean. Divide the added totals by added counts. n, m ਵੱਖ groups ਦੇ counts; A, B means; C ਮਿਲਿਆ mean।
$C=M+[n(A-M)+m(B-M)]/(n+m)$	M is an assumed mean; the bracket adds group deviations with their counts. M assumed mean; group deviation ਨੂੰ ਉਸਦੇ count ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
Remaining mean $=(NA-nB)/(N-n)$	N total count, A overall mean; n excluded count with mean B; subtract their total. N ਕੁੱਲ count, A ਕੁੱਲ ਔਸਤ; n ਹਟਾਏ group ਦਾ count, B ਉਸਦੀ ਔਸਤ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write one total and one count for each group.
   ਹਰ group ਦਾ total/count ਲਿਖੋ।
2. Add totals for a combined mean; subtract for a remaining group.
   ਮਿਲਾਉਣ ਲਈ ਜੋੜੋ; ਬਾਕੀ ਲਈ ਘਟਾਓ।
3. Divide by the corresponding final count.
   ਉਸੇ final count ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
4. Check the combined mean lies between the group means.
   ਮਿਲੀ ਔਸਤ group means ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Take a group mean as M: only the other groups produce a nonzero deviation. Cancel common factors in the counts first. This works because n copies of a deviation contribute n times that deviation. Equal weight to unequal groups gives a wrong result.

ਇੱਕ mean ਨੂੰ M ਲਵੋ; ਸਿਰਫ਼ ਹੋਰ groups ਦੀ deviation ਬਚਦੀ ਹੈ। Counts ਦੇ common factors ਪਹਿਲਾਂ ਕੱਟੋ। n entries ਦੀ deviation n ਗੁਣਾ ਹੈ। Unequal groups ਨੂੰ equal weight ਨਾ ਦਿਓ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 49 **Easy — Groups have (count, average marks) (10, 40), (10, 60). Find the overall average.**

ਸੌਖਾ — Groups ਦੇ (ਗਿਣਤੀ, average marks) (10, 40), (10, 60) ਹਨ। ਮਿਲੀ ਔਸਤ ਲੱਭੋ।

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60

Answer: B — 50

Quick method (≈20–40 sec)

Use M=40; weighted deviation=200.

Overall=40+200/20=50.

Full method

1. Group totals=10×40=400, 10×60=600.
2. Total count=20; combined total=1000.
3. Mean=1000/20=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

M=40; weighted deviation=200।

ਮਿਲੀ ਔਸਤ=40+200/20=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Group totals=400, 600।
2. ਕੁੱਲ count=20; total=1000।
3. ਔਸਤ=1000/20=50।

Ex 50 **Easy — Groups have (count, average marks) (12, 50), (18, 70). Find the overall average.**

ਸੌਖਾ — Groups ਦੇ (ਗਿਣਤੀ, average marks) (12, 50), (18, 70) ਹਨ। ਮਿਲੀ ਔਸਤ ਲੱਭੋ।

A) 57 **B)** 67 **C)** 72 **D)** 62

Answer: D — 62

Quick method (≈20–40 sec)

Use M=50; weighted deviation=360.

Overall=50+360/30=62.

Full method

1. Group totals=12×50=600, 18×70=1260.
2. Total count=30; combined total=1860.
3. Mean=1860/30=62.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

M=50; weighted deviation=360।

ਮਿਲੀ ਔਸਤ=50+360/30=62।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Group totals=600, 1260।
2. ਕੁੱਲ count=30; total=1860।
3. ਔਸਤ=1860/30=62।

Ex 51 **Medium — Groups have (count, average marks) (10, 42), (15, 56), (5, 60). Find the overall average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Groups ਦੇ (ਗਿਣਤੀ, average marks) (10, 42), (15, 56), (5, 60) ਹਨ। ਮਿਲੀ ਔਸਤ ਲੱਭੋ।

A) 52 **B)** 47 **C)** 57 **D)** 62

Answer: A — 52

Quick method (≈20–40 sec)

Use M=42; weighted deviation=300.

Overall=42+300/30=52.

Full method

1. Group totals=10×42=420, 15×56=840, 5×60=300.
2. Total count=30; combined total=1560.
3. Mean=1560/30=52.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

M=42; weighted deviation=300।

ਮਿਲੀ ਔਸਤ=42+300/30=52।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Group totals=420, 840, 300।
2. ਕੁੱਲ count=30; total=1560।
3. ਔਸਤ=1560/30=52।

Ex 52 **Medium — 12 numbers average 60. A subgroup of 7 averages 55. Find the average of the remaining 5.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 12 numbers ਦੀ ਔਸਤ 60; 7 ਦੇ subgroup ਦੀ 55। ਬਾਕੀ 5 ਦੀ ਔਸਤ?

A) 62 **B)** 72 **C)** 67 **D)** 77

Answer: C — 67

Quick method (≈20–40 sec)

The removed group is 5 below the overall mean; its deficit is 35.

Remainder mean=60+35/5=67.

Full method

1. Overall total=12×60=720.
2. Subgroup total=7×55=385; remaining total=335.
3. Remaining count=5; average=335/5=67.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਟੇ group ਦੀ total ਘਾਟ 35।

ਬਾਕੀ mean=67।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ total=720।
2. Subgroup total=385; ਬਾਕੀ=335।
3. ਬਾਕੀ count=5; average=67।

Ex 53 **Medium — 7 family members average 30. A subgroup of 3 averages 14. Find the average of the remaining 4.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 7 ਪਰਿਵਾਰ ਦੇ ਜੀਅ ਦੀ ਔਸਤ 30; 3 ਦੇ subgroup ਦੀ 14। ਬਾਕੀ 4 ਦੀ ਔਸਤ?

A) 37 **B)** 47 **C)** 52 **D)** 42

Answer: D — 42

Quick method (≈20–40 sec)

The removed group is 16 below the overall mean; its deficit is 48.

Remainder mean=30+48/4=42.

Full method

1. Overall total=7×30=210.
2. Subgroup total=3×14=42; remaining total=168.
3. Remaining count=4; average=168/4=42.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਟੇ group ਦੀ total ਘਾਟ 48।

ਬਾਕੀ mean=42।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ total=210।
2. Subgroup total=42; ਬਾਕੀ=168।
3. ਬਾਕੀ count=4; average=42।

Ex 54 **Hard — 20 students average 66. A subgroup of 8 averages 60. Find the average of the remaining 12.**

ਔਖਾ — 20 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੀ ਔਸਤ 66; 8 ਦੇ subgroup ਦੀ 60। ਬਾਕੀ 12 ਦੀ ਔਸਤ?

A) 65 **B)** 70 **C)** 75 **D)** 80

Answer: B — 70

Quick method (≈20–40 sec)

The removed group is 6 below the overall mean; its deficit is 48.

Remainder mean=66+48/12=70.

Full method

1. Overall total=20×66=1320.
2. Subgroup total=8×60=480; remaining total=840.
3. Remaining count=12; average=840/12=70.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਟੇ group ਦੀ total ਘਾਟ 48।

ਬਾਕੀ mean=70।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ total=1320।
2. Subgroup total=480; ਬਾਕੀ=840।
3. ਬਾਕੀ count=12; average=70।

Ex 55 **Hard — Three sections have sizes in ratio 2:3:5 and average marks 40, 50, 60 respectively. Find the combined average.**

ਔਖਾ — ਤਿੰਨ sections ਦੇ counts ਦਾ Ratio 2:3:5 ਅਤੇ means 40, 50, 60 ਹਨ। ਮਿਲੀ ਔਸਤ?

A) 48 **B)** 58 **C)** 53 **D)** 63

Answer: C — 53

Quick method (≈20–40 sec)

Use base 50: weighted deviations=2(−10)+3(0)+5(10)=30.

Mean=50+30/10=53.

Full method

1. Let counts be 2 k, 3 k, 5 k; total=10 k.
2. Marks total=80 k+150 k+300 k=530 k.
3. Combined=530 k/(10 k)=53; k>0 cancels.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 50; weighted deviations ਦਾ ਜੋੜ 30।

Mean=50+30/10=53।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Counts 2 k, 3 k, 5 k; ਕੁੱਲ 10 k।
2. Marks total=530 k।
3. 530 k/(10 k)=53; k ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

Ex 56 **SSC CGL pattern — Fifty employees average age 64 years. Twenty average 70 and fifteen average 60. Find the average age of the remaining fifteen.**

SSC CGL pattern — 50 employees ਦੀ ਔਸਤ ਉਮਰ 64 ਸਾਲ; 20 ਦੀ 70 ਅਤੇ 15 ਦੀ 60। ਬਾਕੀ 15 ਦੀ ਔਸਤ?

A) 60 years **B)** 55 years **C)** 65 years **D)** 70 years

Answer: A — 60 years

Quick method (≈20–40 sec)

Base 60: total excess=50×4=200; first group uses all 20×10=200.

The remainder has zero excess, so its mean is 60.

Full method

1. Total age=50×64=3200 years.
2. Known groups total=20×70+15×60=1400+900=2300.
3. Remaining total=3200−2300=900; count=50−20−15=15.
4. Mean=900/15=60 years.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 60: ਕੁੱਲ excess 200; ਪਹਿਲਾ group ਵੀ 200।

ਬਾਕੀ excess zero; mean 60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ ਉਮਰ=3200 ਸਾਲ।
2. Known total=2300।
3. ਬਾਕੀ total=900; count=15।
4. ਔਸਤ=60 ਸਾਲ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Averaging averages without counts. 2. Removing a subgroup total but keeping the original denominator. 3. Counting overlapping people twice.

1. Counts ਬਿਨਾਂ means ਨਾ ਜੋੜੋ। 2. Group ਹਟੇ ਤਾਂ denominator ਵੀ ਘਟੇ। 3. Overlap ਦੋ ਵਾਰ ਨਾ ਗਿਣੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 8 Alligation: ratios and unknown group sizes

Alligation ਨਾਲ Ratio ਅਤੇ ਅਣਜਾਣ Count

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A class average lies closer to the larger group’s mean. If two groups have means below and above a target mean, their total shortfall and excess must balance. This gives their number ratio without large totals.

Class ਦੀ ਔਸਤ ਵੱਡੇ group ਦੇ mean ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। Target ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਅਤੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ groups ਦੀ total ਘਾਟ ਅਤੇ ਵਾਧਾ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੇ ਹਨ। ਇਸ ਤੋਂ count ਦਾ Ratio ਸਿੱਧਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Given two group means and a combined mean, look for the ratio, percentage, count, minimum possible strength, or difference in strengths. Both group sizes must be positive for strict between-mean alligation.

ਦੋ group means ਅਤੇ combined mean ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ; Ratio, %, count, least strength ਜਾਂ counts ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਪੁੱਛਿਆ ਹੋਵੇ। ਦੋਵੇਂ groups ਹੋਣ ਤਾਂ combined mean ਦੋਹਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Let low mean=a, high mean=b and combined mean=C, where a<C<b. Every low-group person supplies deficit C−a; every high-group person supplies excess b−C. Balance n(C−a)=m(b−C), so low:high=(b−C):(C−a).

Low mean a, high b ਅਤੇ combined C ਹੋਵੇ, a<C<b। Low ਦੇ ਹਰ ਬੰਦੇ ਦੀ ਘਾਟ C−a ਅਤੇ high ਦਾ ਵਾਧਾ b−C। n(C−a)=m(b−C), ਇਸ ਲਈ low:high=(b−C):(C−a)।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
n:m=(b−C):(C−a)	n low-group count and m high-group count; opposite differences come from balancing deviations. n low ਅਤੇ m high count; ਉਲਟ ਪਾਸੇ ਦੇ differences ਲਵੋ।
High fraction= (C−a)/(b−a)	Divide m by n+m in the ratio; multiply by total strength for the high count. Ratio ਵਿੱਚ high ਨੂੰ ਕੁੱਲ ਨਾਲ ਵੰਡੋ; total count ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ high count।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Arrange the means low, target, high.
   Low, target, high ਸਹੀ ਰੱਖੋ।
2. Take opposite gaps and reduce the ratio.
   ਉਲਟ differences ਲੈ ਕੇ Ratio ਛੋਟਾ ਕਰੋ।
3. Use total, one count, or count difference to find one ratio unit.
   Total, ਇੱਕ count ਜਾਂ ਫ਼ਰਕ ਨਾਲ ਇੱਕ Ratio unit ਕੱਢੋ।
4. Check weighted totals reproduce C.
   Weighted totals ਨਾਲ C ਮੁੜ ਕੱਢੋ।

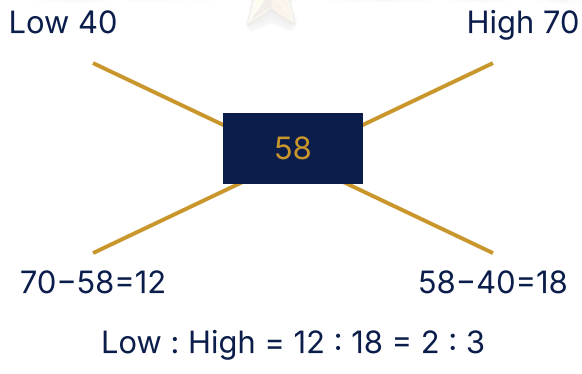
5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use a labelled alligation cross or the straight deviation equation. The cross is simply a picture of equal deficit and excess. It cannot separate three unknown group sizes from one combined mean, and cannot use raw percentages with different bases as if their weights were equal.

Label ਵਾਲਾ cross ਜਾਂ ਸਿੱਧੀ deviation equation ਲਵੋ। Cross ਘਾਟ ਅਤੇ ਵਾਧਾ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਦੀ ਤਸਵੀਰ ਹੈ। ਇੱਕ combined mean ਨਾਲ ਤਿੰਨ unknown counts ਵੱਖ ਨਹੀਂ ਨਿਕਲਦੇ; ਵੱਖ bases ਦੇ % ਨੂੰ equal weight ਨਾ ਦਿਓ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ



Opposite gaps give group counts. ਉਲਟ gaps ਨਾਲ counts ਦਾ Ratio ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

Ex 57 **Easy — Two groups average 40 and 70 marks. Their combined mean is 58, and total strength is 50. Find the high-mean group count.**

ਸੌਖਾ — ਦੋ groups ਦੇ means 40, 70 (ਅੰਕ); combined 58 ਅਤੇ ਕੁੱਲ count 50। High-mean group ਦਾ count?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40

Answer: B — 30

Quick method (≈20–40 sec)

Low:high=(70−58):(58−40)=12:18.

High=50×18/30=30.

Full method

1. Let high count=m and low count=50−m.
2. 40(50−m)+70 m=50×58=2900.
3. 30 m=900; m=30; low=20.
4. Check: (800+2100)/50=58.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Low:high=12:18।

High=50×18/30=30।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. High m ਅਤੇ low 50−m।
2. 40(50−m)+70 m=2900।
3. m=30; low=20।
4. ਜਾਂਚ ਮਿਲੀ ਔਸਤ=58।

Ex 58 **Easy — Two groups average 300 and 500 daily wage in rupees. Their combined mean is 420, and total strength is 60. Find the high-mean group count.**

ਸੌਖਾ — ਦੋ groups ਦੇ means 300, 500 (ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਮਜ਼ਦੂਰੀ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ); combined 420 ਅਤੇ ਕੁੱਲ count 60। High-mean group ਦਾ count?

A) 31 B) 41 C) 46 D) 36

Answer: D — 36

Quick method (≈20–40 sec)

Low:high=(500−420):(420−300)=80:120.

High=60×120/200=36.

Full method

1. Let high count=m and low count=60−m.
2. 300(60−m)+500 m=60×420=25200.
3. 200 m=7200; m=36; low=24.
4. Check: (7200+18000)/60=420.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Low:high=80:120।

High=60×120/200=36।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. High m ਅਤੇ low 60−m।
2. 300(60−m)+500 m=25200।

3. m=36; low=24।

4. ਜਾਂਚ ਮਿਲੀ ਔਸਤ=420।

Ex 59 **Medium — Two groups average 14 and 20 age in years. Their combined mean is 16, and total strength is 45. Find the high-mean group count.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਦੋ groups ਦੇ means 14, 20 (ਉਮਰ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ); combined 16 ਅਤੇ ਕੁੱਲ count 45। High-mean group ਦਾ count?

A) 15 **B)** 14 **C)** 16 **D)** 17

Answer: A — 15

Quick method (≈20–40 sec)

Low:high=(20−16):(16−14)=4:2.

High=45×2/6=15.

Full method

1. Let high count=m and low count=45−m.
2. 14(45−m)+20 m=45×16=720.
3. 6 m=90; m=15; low=30.
4. Check: (420+300)/45=16.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Low:high=4:2।

High=45×2/6=15।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. High m ਅਤੇ low 45−m।
2. 14(45−m)+20 m=720।
3. m=15; low=30।
4. ਜਾਂਚ ਮਿਲੀ ਔਸਤ=16।

Ex 60 **Medium — Two groups average 68 and 80 marks. Their combined mean is 75, and total strength is 72. Find the high-mean group count.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਦੋ groups ਦੇ means 68, 80 (ਅੰਕ); combined 75 ਅਤੇ ਕੁੱਲ count 72। High-mean group ਦਾ count?

A) 37 **B)** 47 **C)** 42 **D)** 52

Answer: C — 42

Quick method (≈20–40 sec)

Low:high=(80−75):(75−68)=5:7.

High=72×7/12=42.

Full method

1. Let high count=m and low count=72−m.
2. 68(72−m)+80 m=72×75=5400.
3. 12 m=504; m=42; low=30.
4. Check: (2040+3360)/72=75.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Low:high=5:7।

High=72×7/12=42।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. High m ਅਤੇ low 72−m।
2. 68(72−m)+80 m=5400।
3. m=42; low=30।
4. ਜਾਂਚ ਮਿਲੀ ਔਸਤ=75।

Ex 61 **Medium — Group L averages ₹25000 and group H ₹40000. Combined average is ₹31000. If L has 18 people, how many are in H?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — L ਦਾ mean ₹25000, H ਦਾ ₹40000 ਅਤੇ combined ₹31000। L ਵਿੱਚ 18; H ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ?

A) 11 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 12

Answer: D — 12

Quick method (≈20–40 sec)

Low:high=9000:6000=3:2.

3 parts=18, so 2 parts=12.

Full method

1. Low deficit per person=31000−25000=6000.
2. Total deficit=18×6000=108000.
3. High excess=40000−31000=9000; count=108000/9000=12.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Low:high=3:2।

3 ਹਿੱਸੇ 18; 2 ਹਿੱਸੇ 12।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Low ਦੀ ਘਾਟ 6000 ਪ੍ਰਤੀ ਬੰਦਾ।
2. ਕੁੱਲ ਘਾਟ=108000।
3. High ਦਾ ਵਾਧਾ 9000; count=12।

Ex 62 **Hard — Two groups average 38 and 78; the combined mean is 61. Find the least possible total strength, with both counts positive integers.**

ਔਖਾ — ਦੋ group means 38 ਅਤੇ 78; combined 61। ਦੋਵੇਂ counts positive whole ਹੋਣ ਤਾਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕੁੱਲ strength?

A) 35 **B)** 40 **C)** 45 **D)** 50

Answer: B — 40

Quick method (≈20–40 sec)

Low:high=(78−61):(61−38)=17:23, already coprime.

Least total=17+23=40.

Full method

1. Balance deficits: 23 n=17 m.

2. 17 and 23 are coprime, so n=17 k, m=23 k for positive integer k.
3. Minimum k=1 gives count=40; mean=(17×38+23×78)/40=61.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Low:high=17:23, ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ smallest Ratio।

ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕੁੱਲ 40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਘਾਟ-ਵਾਧਾ: 23 n=17 m।
2. 17 ਅਤੇ 23 coprime; n=17 k, m=23 k।
3. k=1 ਨਾਲ 40; weighted mean 61।

Ex 63 **Hard — Low and high groups average 45 and 75; combined mean is 57. The low group has 12 more members. Find the high-group strength.**

ਔਖਾ — Low/high means 45, 75; combined 57। Low ਵਿੱਚ 12 ਬੰਦੇ ਵੱਧ ਹਨ। High ਦਾ count?

A) 19 **B)** 29 **C)** 24 **D)** 34

Answer: C — 24

Quick method (≈20–40 sec)

Low:high=18:12=3:2. The difference of one part is 12.

High=2×12=24.

Full method

1. Let counts be 3 k and 2 k.
2. 3 k−2 k=12 gives k=12.
3. High=24, low=36; mean=(36×45+24×75)/60=57.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Low:high=3:2; ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 12।

High=24।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Counts 3 k ਅਤੇ 2 k।
2. ਫ਼ਰਕ 12 ਤੋਂ k=12।
3. High 24, low 36; ਜਾਂਚ mean 57।

Ex 64 **Punjab Police pattern — Eighty candidates are in two groups averaging 60 and 84 marks. Overall mean is 66. How many belong to the higher-scoring group?**

Punjab Police pattern — 80 ਉਮੀਦਵਾਰਾਂ ਦੇ ਦੋ group means 60, 84; overall 66। High group ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ?

A) 20 **B)** 15 **C)** 25 **D)** 30

Answer: A — 20

Quick method (≈20–40 sec)

A rise of 6 across a mean gap of 24 means 1/4 are high.

80/4=20.

Full method

1. Let high count=h; low=80−h.
2. 60(80−h)+84 h=80×66; 4800+24 h=5280.
3. h=480/24=20; check 60×60+20×84=5280.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Means ਦਾ gap 24; combined ਵਾਧਾ 6, ਇਸ ਲਈ high 1/4।

80/4=20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. High h, low 80−h।
2. Equation ਨਾਲ 24 h=480।
3. h=20; ਜਾਂਚ total 5280।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Reversing the ratio after using opposite differences. 2. Multiplying the high fraction by only the low count. 3. Reporting a fractional number of people.

1. Opposite differences ਮਗਰੋਂ Ratio ਮੁੜ ਨਾ ਉਲਟੋ। 2. High fraction ਨੂੰ ਕੁੱਲ count ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। 3. ਬੰਦਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ whole ਹੋਵੇ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 9 Subgroups, overlaps and sliding windows

Subgroups, ਸਾਂਝੇ ਹਿੱਸੇ ਅਤੇ ਬਦਲਦੀ Window

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A teacher may know the first five tests' average and the last five tests' average. If there are only nine tests, the fifth test was counted twice. Track the shared observations before adding totals. In a rolling average one old value leaves and one new value enters.

Teacher ਨੂੰ ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ ਪੰਜ tests ਦੀ ਔਸਤ ਪਤਾ ਹੈ। ਕੁੱਲ ਨੌਂ tests ਹੋਣ ਤਾਂ ਪੰਜਵਾਂ ਦੋ ਵਾਰ ਗਿਣਿਆ ਗਿਆ। Shared values ਦਾ ਖ਼ਿਆਲ ਰੱਖੋ। Rolling average ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪੁਰਾਣਾ ਬਾਹਰ ਅਤੇ ਇੱਕ ਨਵਾਂ ਅੰਦਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for first/last blocks, a middle observation, overlapping days, or consecutive windows of the same length. First+last block sizes greater than the full count signal overlap.

First/last blocks, middle observation, ਸਾਂਝੇ days ਜਾਂ ਇੱਕੋ length ਦੀਆਂ windows ਵੇਖੋ। ਦੋਵੇਂ block counts ਦਾ ਜੋੜ ਕੁੱਲ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ overlap ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Turn each block mean into a total. If two blocks cover the complete list, their sum counts the overlap twice, so subtract the overall total to get overlap total. For disjoint outer blocks, subtract both totals from the complete total to find the middle.

ਹਰ block mean ਤੋਂ total ਬਣਾਓ। ਦੋ blocks ਪੂਰੀ list cover ਕਰਨ ਤਾਂ overlap ਦੋ ਵਾਰ ਆਇਆ; overall total ਘਟਾ ਕੇ overlap total। Outer blocks ਵੱਖ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਘਟਾ ਕੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਹਿੱਸਾ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Overlap total=aA+bB−NC	a, b are block counts, A, B block means, N full count, C overall mean; valid when the two blocks cover all N. Overlap count=a+b−N. a, b block counts; A, B means; N ਕੁੱਲ count, C overall mean। ਦੋ blocks ਪੂਰੀ list cover ਕਰਨ। ਸਾਂਝਾ count=a+b−N।
Entering−leaving=n(B−A)	Equal-length windows of n observations have total change n(B−A); all unchanged observations cancel. n ਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ windows ਵਿੱਚ ਬਾਕੀ entries ਕੱਟਦੀਆਂ; total change n(B−A)।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Mark each block’s endpoints and find how many observations overlap.
   Block endpoints ਅਤੇ overlap count ਲਿਖੋ।
2. Convert every average into a block total.
   ਹਰ average ਨੂੰ block total ਕਰੋ।
3. Add/subtract totals according to coverage.
   Coverage ਅਨੁਸਾਰ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ।
4. Divide by overlap count only when the average of several shared values is asked.
   ਕਈ shared values ਦੀ ਔਸਤ ਪੁੱਛੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ overlap count ਨਾਲ ਵੰਡੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For equal rolling windows, directly multiply the mean change by the window length. For overlap, use block totals once; never subtract averages directly when block sizes differ. These methods work by cancelling unchanged observations.

Rolling windows ਵਿੱਚ mean ਦਾ ਫ਼ਰਕ window length ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। Overlap ਲਈ block totals; sizes ਵੱਖ ਹੋਣ ਤਾਂ means ਸਿੱਧੇ ਨਾ ਘਟਾਓ। ਇਹ unchanged entries ਕੱਟਣ ਕਾਰਨ ਚੱਲਦਾ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 65 **Easy — 7 observations average 50. The first 4 average 48 and last 4 average 55. Find the average of the shared observation(s).**

ਸੌਖਾ — 7 observations ਦੀ ਔਸਤ 50; ਪਹਿਲੇ 4 ਦੀ 48, ਆਖ਼ਰੀ 4 ਦੀ 55। ਸਾਂਝੇ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਔਸਤ?

A) 57 **B)** 62 **C)** 67 **D)** 72

Answer: B — 62

Quick method (≈20–40 sec)

Overlap count=4+4−7=1.

Overlap mean=(192+220−350)/1=62.

Full method

1. First total=4×48=192; last total=4×55=220.
2. Whole total=7×50=350.
3. Shared total=192+220−350=62; count=1.
4. Average=62/1=62.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Shared count=1।

Shared mean=62।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. First total=192; last=220।
2. ਕੁੱਲ total=350।
3. Shared total=62; count=1।
4. ਔਸਤ=62।

Ex 66 **Easy — 9 observations average 40. The first 5 average 38 and last 5 average 44. Find the average of the shared observation(s).**

ਸੌਖਾ — 9 observations ਦੀ ਔਸਤ 40; ਪਹਿਲੇ 5 ਦੀ 38, ਆਖ਼ਰੀ 5 ਦੀ 44। ਸਾਂਝੇ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਔਸਤ?

A) 45 **B)** 55 **C)** 60 **D)** 50

Answer: D — 50

Quick method (≈20–40 sec)

Overlap count=5+5−9=1.

Overlap mean=(190+220−360)/1=50.

Full method

1. First total=5×38=190; last total=5×44=220.
2. Whole total=9×40=360.
3. Shared total=190+220−360=50; count=1.
4. Average=50/1=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Shared count=1।

Shared mean=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. First total=190; last=220।
2. ਕੁੱਲ total=360।
3. Shared total=50; count=1।
4. ਔਸਤ=50।

Ex 67 **Medium — 10 observations average 50. The first 6 average 48 and last 6 average 54. Find the average of the shared observation(s).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 10 observations ਦੀ ਔਸਤ 50; ਪਹਿਲੇ 6 ਦੀ 48, ਆਖ਼ਰੀ 6 ਦੀ 54। ਸਾਂਝੇ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਔਸਤ?

A) 56 **B)** 51 **C)** 61 **D)** 66

Answer: A — 56

Quick method (≈20–40 sec)

Overlap count=6+6−10=2.

Overlap mean=(288+324−500)/2=56.

Full method

1. First total=6×48=288; last total=6×54=324.
2. Whole total=10×50=500.
3. Shared total=288+324−500=112; count=2.
4. Average=112/2=56.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Shared count=2।

Shared mean=56।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. First total=288; last=324।
2. ਕੁੱਲ total=500।
3. Shared total=112; count=2।
4. ਔਸਤ=56।

Ex 68 **Medium — Eleven results average 60. The first five average 56 and last five average 62. Find the sixth result.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 11 results ਦੀ ਔਸਤ 60; ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ ਦੀ 56, ਆਖ਼ਰੀ ਪੰਜ ਦੀ 62। ਛੇਵਾਂ result?

A) 65 **B)** 75 **C)** 70 **D)** 80

Answer: C — 70

Quick method (≈20–40 sec)

The two outer blocks cover ten results with no overlap.

Middle=660−280−310=70.

Full method

1. Overall total=11×60=660.
2. First five total=280; last five total=310.
3. Sixth=660−280−310=70.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਾਹਰਲੇ blocks ਵੱਖ ਹਨ ਅਤੇ 10 results cover ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਵਿਚਕਾਰਲਾ=70।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ=660।
2. ਬਾਹਰਲੇ totals 280 ਅਤੇ 310।
3. ਛੇਵਾਂ=70।

Ex 69 **Medium — Two consecutive windows of five-day sales have averages 40 and 43. The old value leaving is 28. Find the new entering value.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪੰਜ ਦਿਨਾਂ ਦੀ sale ਦੀਆਂ ਦੋ consecutive windows ਦੇ means 40, 43। ਬਾਹਰ ਗਈ value 28। ਨਵੀਂ value?

A) 38 **B)** 48 **C)** 53 **D)** 43

Answer: D — 43

Quick method (≈20–40 sec)

Total rise=5×(43−40)=15.

Entering=28+15=43.

Full method

1. Old-window total=200; new-window total=215.
2. Common entries total=200−28=172.
3. Entering=215−172=43.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total ਵਾਧਾ=15।

ਨਵੀਂ=43।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੁਰਾਣਾ total=200; ਨਵਾਂ=215।
2. Common total=172।
3. ਨਵੀਂ=43।

Ex 70 **Hard — Two consecutive windows of three-day temperatures have averages 30 and 32. The old value leaving is 26. Find the new entering value.**

ਔਖਾ — ਤਿੰਨ ਦਿਨਾਂ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਦੀਆਂ ਦੋ consecutive windows ਦੇ means 30, 32। ਬਾਹਰ ਗਈ value 26। ਨਵੀਂ value?

A) 27 **B)** 32 **C)** 37 **D)** 42

Answer: B — 32

Quick method (≈20–40 sec)

Total rise=3×(32−30)=6.

Entering=26+6=32.

Full method

1. Old-window total=90; new-window total=96.
2. Common entries total=90−26=64.
3. Entering=96−64=32.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total ਵਾਧਾ=6।

ਨਵੀਂ=32।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੁਰਾਣਾ total=90; ਨਵਾਂ=96।
2. Common total=64।
3. ਨਵੀਂ=32।

Ex 71 **Hard — A list of 9 values averages 52; the first 6 average 50, the last 5 average 56. Find the average of the overlap.**

ਔਖਾ — 9 values ਦਾ mean 52; first 6 ਦਾ 50, last 5 ਦਾ 56। Overlap ਦਾ mean?

A) 51 **B)** 61 **C)** 56 **D)** 66

Answer: C — 56

Quick method (≈20–40 sec)

Overlap count=2; sum of block totals=580.

(580−468)/2=56.

Full method

1. First block total=6×50=300; last=5×56=280.
2. Full total=9×52=468.
3. Double-counted overlap total=580−468=112.
4. Overlap count=6+5−9=2; average=56.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Overlap count=2; block totals ਦਾ ਜੋੜ=580।

Shared mean=56।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. First total=300; last=280।
2. ਕੁੱਲ total=468।
3. ਦੋ ਵਾਰ ਗਿਣੇ ਹਿੱਸੇ ਦਾ total=112।
4. Overlap count=2; average=56।

Ex 72 **SSC CGL pattern — A list of 12 values averages 58; the first 8 average 60, the last 8 average 55. Find the average of the overlap.**

SSC CGL pattern — 12 values ਦਾ mean 58; first 8 ਦਾ 60, last 8 ਦਾ 55। Overlap ਦਾ mean?

A) 56 **B)** 51 **C)** 61 **D)** 66

Answer: A — 56

Quick method (≈20–40 sec)

Overlap count=4; sum of block totals=920.

(920−696)/4=56.

Full method

1. First block total=8×60=480; last=8×55=440.
2. Full total=12×58=696.
3. Double-counted overlap total=920−696=224.
4. Overlap count=8+8−12=4; average=56.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Overlap count=4; block totals ਦਾ ਜੋੜ=920।

Shared mean=56।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. First total=480; last=440।
2. ਕੁੱਲ total=696।
3. ਦੋ ਵਾਰ ਗਿਣੇ ਹਿੱਸੇ ਦਾ total=224।
4. Overlap count=4; average=56।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Treating the shared value as absent rather than double-counted. 2. Assuming an overlap consists of one observation without counting. 3. Using the entire list length instead of window length for a rolling change.

1. Shared value ਦੋ ਵਾਰ ਆਈ ਹੈ। 2. Overlap count ਗਿਣੋ; ਆਪਣੇ ਆਪ ਇੱਕ ਨਾ ਮੰਨੋ। 3. Rolling change ਵਿੱਚ window length ਲਵੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 10 One or several members join

ਇੱਕ ਜਾਂ ਕਈ ਨਵੇਂ ਮੈਂਬਰ ਆਉਣ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A new child joins a class. The total marks or weight changes, and the count rises too. The newcomer must supply their own old-average share plus the increase needed across the enlarged group.

Class ਵਿੱਚ ਨਵਾਂ ਬੱਚਾ ਆਵੇ ਤਾਂ total ਅਤੇ count ਦੋਵੇਂ ਵਧਦੇ ਹਨ। ਨਵਾਂ ਬੱਚਾ old-average ਵਾਲਾ ਆਪਣਾ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ ਵੱਡੇ group ਦੇ ਵਾਧੇ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for joins, included, admitted, a teacher added, a new batch, or “average rises after k arrivals”. Read whether the question asks for one newcomer or the newcomers’ mean.

Joins, included, admitted, teacher added, new batch ਜਾਂ k arrivals ਮਗਰੋਂ mean ਬਦਲਣਾ ਵੇਖੋ। ਇੱਕ ਨਵੇਂ ਦੀ value ਜਾਂ group mean ਪੁੱਛੀ ਹੈ, ਪੜ੍ਹੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Let n original members average A, k newcomers average J and the final n+k members average B. Conservation of the measured total gives nA+kJ=(n+k)B. The change in count is essential.

n ਪੁਰਾਣੇ A mean, k ਨਵੇਂ J mean ਅਤੇ final n+k ਦਾ B mean। Total ਅਨੁਸਾਰ nA+kJ=(n+k)B। Count ਦਾ ਬਦਲਾਅ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
J=[(n+k)B−nA]/k	Subtract the old total from the new total, then divide by k newcomers. ਨਵੇਂ total ਵਿੱਚੋਂ ਪੁਰਾਣਾ ਕੱਢ ਕੇ k ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
One arrival x=A+(n+1)(B−A)	Set k=1 and expand the total equation: x=(n+1)B−nA. k=1 ਲੈ ਕੇ total equation ਖੋਲ੍ਹੋ।
n=k(J−B)/(B−A), B≠A	Solve the same equation for an unknown original strength. ਉਹੀ equation ਨੂੰ original n ਲਈ ਹੱਲ ਕਰੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Record old and new counts beside their means.
   Old ਅਤੇ new counts means ਨਾਲ ਲਿਖੋ।
2. Find new total minus old total.
   ਨਵਾਂ total ਘਟਾਓ ਪੁਰਾਣਾ total।
3. Divide by the number joining if their average is asked.
   ਨਵਿਆਂ ਦਾ average ਪੁੱਛਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ count ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
4. For successive joins, update both count and total at each step.
   Successive joins ਵਿੱਚ ਹਰ ਵਾਰ count/total update ਕਰੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

One newcomer=A+(new count)×mean rise, using a signed rise for a fall. This works by adding the deviations needed by all n+1 members. For k newcomers, use J=A+[(n+k)/k](B−A). Do not use the old count as the multiplier.

ਇੱਕ ਨਵਾਂ=A+(new count)×mean ਦਾ ਵਾਧਾ; ਘਟਣ ਲਈ negative ਫ਼ਰਕ। ਸਾਰੇ n+1 ਦੀਆਂ deviations ਜੋੜਦੀਆਂ ਹਨ। k ਨਵਿਆਂ ਲਈ J=A+[(n+k)/k](B−A)। Old count ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਨਾ ਕਰੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 73 **Easy — 5 members average 20. After 1 new member(s) join, the average becomes 22. Find the average value of the newcomer(s).**

ਸੌਖਾ — 5 ਮੈਂਬਰਾਂ ਦਾ mean 20; 1 ਨਵੇਂ ਆਉਣ ਮਗਰੋਂ 22। ਨਵਿਆਂ ਦੀ mean value?

A) 27 **B)** 32 **C)** 37 **D)** 42

Answer: B — 32

Quick method (≈20–40 sec)

Newcomer mean=20+(6/1)×2.

This equals 32.

Full method

1. Old total=5×20=100.
2. New count=6; new total=6×22=132.
3. Newcomer total=32; divide by 1: mean=32.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵਿਆਂ ਦਾ mean=20+(6/1)×2।

ਜਵਾਬ=32।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=100।
2. New count=6; total=132।
3. ਨਵਿਆਂ ਦਾ total=32; 1 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 32।

Ex 74 **Easy — 12 members average 48. After 1 new member(s) join, the average becomes 50. Find the average value of the newcomer(s).**

ਸੌਖਾ — 12 ਮੈਂਬਰਾਂ ਦਾ mean 48; 1 ਨਵੇਂ ਆਉਣ ਮਗਰੋਂ 50। ਨਵਿਆਂ ਦੀ mean value?

A) 69 **B)** 79 **C)** 84 **D)** 74

Answer: D — 74

Quick method (≈20–40 sec)

Newcomer mean=48+(13/1)×2.

This equals 74.

Full method

1. Old total=12×48=576.
2. New count=13; new total=13×50=650.
3. Newcomer total=74; divide by 1: mean=74.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵਿਆਂ ਦਾ mean=48+(13/1)×2।

ਜਵਾਬ=74।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=576।
2. New count=13; total=650।
3. ਨਵਿਆਂ ਦਾ total=74; 1 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 74।

Ex 75 **Medium — 20 members average 60. After 5 new member(s) join, the average becomes 62. Find the average value of the newcomer(s).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 20 ਮੈਂਬਰਾਂ ਦਾ mean 60; 5 ਨਵੇਂ ਆਉਣ ਮਗਰੋਂ 62। ਨਵਿਆਂ ਦੀ mean value?

A) 70 **B)** 65 **C)** 75 **D)** 80

Answer: A — 70

Quick method (≈20–40 sec)

Newcomer mean=60+(25/5)×2.

This equals 70.

Full method

1. Old total=20×60=1200.
2. New count=25; new total=25×62=1550.
3. Newcomer total=350; divide by 5: mean=70.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵਿਆਂ ਦਾ mean=60+(25/5)×2।

ਜਵਾਬ=70।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=1200।
2. New count=25; total=1550।
3. ਨਵਿਆਂ ਦਾ total=350; 5 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 70।

Ex 76 **Medium — 18 members average 40. After 2 new member(s) join, the average becomes 42. Find the average value of the newcomer(s).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 18 ਮੈਂਬਰਾਂ ਦਾ mean 40; 2 ਨਵੇਂ ਆਉਣ ਮਗਰੋਂ 42। ਨਵਿਆਂ ਦੀ mean value?

A) 55 **B)** 65 **C)** 60 **D)** 70

Answer: C — 60

Quick method (≈20–40 sec)

Newcomer mean=40+(20/2)×2.

This equals 60.

Full method

1. Old total=18×40=720.
2. New count=20; new total=20×42=840.
3. Newcomer total=120; divide by 2: mean=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵਿਆਂ ਦਾ mean=40+(20/2)×2।

ਜਵਾਬ=60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=720।
2. New count=20; total=840।
3. ਨਵਿਆਂ ਦਾ total=120; 2 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 60।

Ex 77 Medium — A group averages 18. When a person with value 30 joins, its average becomes 19. Find the original strength.

ਦਰਮਿਆਨਾ — Group ਦਾ mean 18; value 30 ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਆਇਆ ਤਾਂ mean 19। ਪੁਰਾਣਾ count?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 11

Answer: D — 11

Quick method (≈20–40 sec)

Newcomer brings 30−18=12 extra units; the mean rises 1.

Final count=12/1=12; original=11.

Full method

1. Let old count=n; total=18 n.
2. 18 n+30=19(n+1)=19 n+19.
3. n=30−19=11; check (198+30)/12=19.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵਾਂ old mean ਤੋਂ 12 ਵੱਧ ਲਿਆਇਆ; mean 1 ਵਧਿਆ।

Final count 12; old 11।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old count n; total 18 n।
2. 18 n+30=19 n+19।
3. n=11; ਜਾਂਚ mean 19।

Ex 78 Hard — Fifteen members average 50. One with value 66 joins, followed by another. The final seventeen average 52. Find the second newcomer's value.

ਔਖਾ — 15 ਮੈਂਬਰਾਂ ਦਾ mean 50; ਪਹਿਲਾਂ 66 ਵਾਲਾ, ਫਿਰ ਹੋਰ ਇੱਕ ਆਇਆ। Final 17 ਦਾ mean 52। ਦੂਜੇ ਦੀ value?

A) 63 B) 68 C) 73 D) 78

Answer: B — 68

Quick method (≈20–40 sec)

Compared with base 50, all 17 need total excess 34; first newcomer supplies 16.

Second supplies 18 above base: 50+18=68.

Full method

1. Old total=15×50=750.
2. After first arrival total=750+66=816 and count=16.
3. Final total=17×52=884; second value=884−816=68.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 50 ਤੋਂ final excess 34; ਪਹਿਲੇ ਨੇ 16 ਦਿੱਤਾ।

ਦੂਜਾ 50+18=68।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=750।
2. ਪਹਿਲੇ ਮਗਰੋਂ total 816, count 16।
3. Final total 884; ਦੂਜਾ 68।

Ex 79 **Hard — Seven members average 30. Three newcomers average 40. Find the final average.**

ਔਖਾ — ਸੱਤਾਂ ਦਾ mean 30; ਤਿੰਨ ਨਵਿਆਂ ਦਾ mean 40। Final mean?

A) 28 **B)** 38 **C)** 33 **D)** 43

Answer: C — 33

Quick method (≈20–40 sec)

Base 30; newcomers add 3×10=30 excess across 10 people.

Final=30+30/10=33.

Full method

1. Old total=7×30=210; newcomers total=3×40=120.
2. Combined total=330 and count=10.
3. Mean=330/10=33.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 30; excess 30, ਕੁੱਲ 10 ਬੰਦੇ।

Final mean=33।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old 210, ਨਵੇਂ 120।
2. Total 330, count 10।
3. Mean=33।

Ex 80 **Banking Clerk pattern — A group averages 50. Six newcomers averaging 70 raise the combined mean to 54. Find the original strength.**

Banking Clerk pattern — Group ਦਾ mean 50; 70 mean ਵਾਲੇ ਛੇ ਨਵੇਂ ਆਉਣ ਨਾਲ combined 54। Old count?

A) 24 **B)** 19 **C)** 29 **D)** 34

Answer: A — 24

Quick method (≈20–40 sec)

Newcomers bring 6×20=120 excess above 50; final mean is 4 above 50.

Final count=120/4=30; old=30−6=24.

Full method

1. Let old count=n; total=50 n.
2. 50 n+6×70=54(n+6); 50 n+420=54 n+324.
3. n=24; check (1200+420)/30=54.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵਿਆਂ ਦਾ base 50 ਤੋਂ excess 120; final mean 4 ਵੱਧ।

Final 30; old 24।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old n; total 50 n।
2. Equation: 4 n=96।
3. n=24; ਜਾਂਚ mean 54।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Multiplying the mean change by n instead of n+k. 2. Reporting the combined new-member total as their average. 3. Forgetting to update the count for a second arrival.

1. Mean change ਨੂੰ n+k ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। 2. ਨਵਿਆਂ ਦਾ total ਅਤੇ mean ਵੱਖ ਹਨ। 3. ਦੂਜੇ arrival ਵੇਲੇ count update ਕਰੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 11 Members leaving a group

Group ਵਿੱਚੋਂ ਮੈਂਬਰ ਜਾਣ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

When a heavy sack is removed, the remaining sacks may have a lower average weight. Both the total and count decrease. Find the removed contribution by comparing the original and remaining totals.

ਭਾਰੀ ਬੋਰੀ ਹਟੇ ਤਾਂ ਬਾਕੀਆਂ ਦੀ average weight ਘਟ ਸਕਦੀ ਹੈ। Total ਅਤੇ count ਦੋਵੇਂ ਘਟਦੇ ਹਨ। Old ਅਤੇ remaining totals ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਹਟਾਈ ਬੋਰੀ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for leaves, excluded, absent, removed, remaining members, or an average after deleting a score. The removed mean is different from the remaining mean.

Leaves, excluded, absent, removed ਜਾਂ ਬਾਕੀ members ਦੀ average ਵੇਖੋ। Removed group ਅਤੇ remaining group ਦੇ means ਵੱਖ ਹਨ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

If n original entries average A and k removed entries average L, the remaining n−k average B. Thus nA−kL=(n−k)B. A rise in the remaining average means the removed group was below the original mean.

n old entries ਦਾ A mean, k ਹਟੀਆਂ ਦਾ L ਅਤੇ ਬਾਕੀ n−k ਦਾ B। nA−kL=(n−k)B। ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ mean ਵਧਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹਟੀਆਂ entries old mean ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਸਨ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
L=[nA−(n−k)B]/k	L removed mean; subtract remaining total then divide by removed count k. L ਹਟੇ group ਦੀ mean; remaining total ਘਟਾ ਕੇ k ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
One departure x=A−(n−1)(B−A)	k=1 in the total equation; use a signed change B−A. k=1; mean change ਦਾ sign ਰੱਖੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write n before and n−k after deletion.
   ਪਹਿਲਾਂ n ਅਤੇ ਮਗਰੋਂ n−k ਲਿਖੋ।
2. Multiply each mean by its own count.
   ਹਰ mean ਉਸਦੇ count ਨਾਲ ਗੁਣਾ।
3. Subtract new total from old total.
   Old total ਵਿੱਚੋਂ new total ਕੱਢੋ।
4. Divide by k when a removed-group mean is asked; verify.
   Group mean ਲਈ k ਨਾਲ ਵੰਡੋ; ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Removed value=old mean minus (remaining count×mean rise). If the mean falls, the signed rise is negative and this correctly increases the removed value. This is deviation balance; it fails if the original count is used in place of remaining count.

ਹਟਾਈ value=old mean−remaining count×mean ਦਾ ਵਾਧਾ। Mean ਘਟੇ ਤਾਂ negative ਫ਼ਰਕ ਨਾਲ removed value ਵੱਧ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ deviation balance ਹੈ; original count ਦੀ ਥਾਂ remaining count ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 81 **Easy — 10 observations average 50. Removing 1 leaves a mean of 48. Find the mean of the removed observation(s).**

ਸੌਖਾ — 10 values ਦਾ mean 50; 1 ਹਟਾ ਕੇ ਬਾਕੀ mean 48। ਹਟੀਆਂ ਦਾ mean?

A) 63 **B)** 68 **C)** 73 **D)** 78

Answer: B — 68

Quick method (≈20–40 sec)

Removed mean=50−(9/1)×(-2).

Result=68.

Full method

1. Old total=10×50=500.
2. Remaining total=9×48=432.
3. Removed total=68; divide by 1: 68.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Removed mean=50−(9/1)×(-2)।

ਜਵਾਬ=68।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=500।
2. ਬਾਕੀ total=432।
3. ਹਟਿਆ total=68; mean=68।

Ex 82 **Easy — 15 observations average 24. Removing 1 leaves a mean of 25. Find the mean of the removed observation(s).**

ਸੌਖਾ — 15 values ਦਾ mean 24; 1 ਹਟਾ ਕੇ ਬਾਕੀ mean 25। ਹਟੀਆਂ ਦਾ mean?

A) 9 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 10

Answer: D — 10

Quick method (≈20–40 sec)

Removed mean=24−(14/1)×(1).

Result=10.

Full method

1. Old total=15×24=360.
2. Remaining total=14×25=350.
3. Removed total=10; divide by 1: 10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Removed mean=24−(14/1)×(1)।

ਜਵਾਬ=10।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=360।

2. ਬਾਕੀ total=350।
3. ਹਟਿਆ total=10; mean=10।

Ex 83 **Medium — 20 observations average 60. Removing 4 leaves a mean of 58. Find the mean of the removed observation(s).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 20 values ਦਾ mean 60; 4 ਹਟਾ ਕੇ ਬਾਕੀ mean 58। ਹਟੀਆਂ ਦਾ mean?

A) 68 **B)** 63 **C)** 73 **D)** 78

Answer: A — 68

Quick method (≈20–40 sec)

Removed mean=60−(16/4)×(-2).

Result=68.

Full method

1. Old total=20×60=1200.
2. Remaining total=16×58=928.
3. Removed total=272; divide by 4: 68.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Removed mean=60−(16/4)×(-2)।

ਜਵਾਬ=68।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=1200।
2. ਬਾਕੀ total=928।
3. ਹਟਿਆ total=272; mean=68।

Ex 84 **Medium — 18 observations average 40. Removing 3 leaves a mean of 42. Find the mean of the removed observation(s).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 18 values ਦਾ mean 40; 3 ਹਟਾ ਕੇ ਬਾਕੀ mean 42। ਹਟੀਆਂ ਦਾ mean?

A) 25 **B)** 35 **C)** 30 **D)** 40

Answer: C — 30

Quick method (≈20–40 sec)

Removed mean=40−(15/3)×(2).

Result=30.

Full method

1. Old total=18×40=720.
2. Remaining total=15×42=630.
3. Removed total=90; divide by 3: 30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Removed mean=40−(15/3)×(2)।

ਜਵਾਬ=30।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=720।
2. ਬਾਕੀ total=630।
3. ਹਟਿਆ total=90; mean=30।

Ex 85 **Medium — A group averages 50. Removing 1 observation(s) averaging 80 leaves mean 48. Find the original count.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Group mean 50; 80 mean ਵਾਲੀਆਂ 1 entries ਹਟੀਆਂ ਤਾਂ ਬਾਕੀ mean 48। Old count?

A) 15 **B)** 17 **C)** 18 **D)** 16

Answer: D — 16

Quick method (≈20–40 sec)

Removed excess above 50=1×30=30.

Remaining count=30/2=15; add 1 to get 16.

Full method

1. Let original count=n; old total=50 n.
2. 50 n−80=48(n−1).
3. (50−48)n=32; n=16.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Old mean ਤੋਂ removed excess=30।

Remaining=15; old=16।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old n; total 50 n।
2. Equation: 50 n−80=48(n−1)।
3. n=16।

Ex 86 **Hard — A group averages 60. Removing 2 observation(s) averaging 90 leaves mean 58. Find the original count.**

ਔਖਾ — Group mean 60; 90 mean ਵਾਲੀਆਂ 2 entries ਹਟੀਆਂ ਤਾਂ ਬਾਕੀ mean 58। Old count?

A) 27 **B)** 32 **C)** 37 **D)** 42

Answer: B — 32

Quick method (≈20–40 sec)

Removed excess above 60=2×30=60.

Remaining count=60/2=30; add 2 to get 32.

Full method

1. Let original count=n; old total=60 n.
2. 60 n−180=58(n−2).
3. (60−58)n=64; n=32.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Old mean ਤੋਂ removed excess=60।

Remaining=30; old=32।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old n; total 60 n।
2. Equation: 60 n−180=58(n−2)।
3. n=32।

Ex 87 **Hard — Twelve scores average 40. A score of 50 is removed, then one more score is removed. The remaining ten average 38. Find the second removed score.**

ਔਖਾ — 12 scores ਦਾ mean 40; ਪਹਿਲਾਂ 50, ਫਿਰ ਹੋਰ score ਹਟਿਆ। ਬਾਕੀ 10 ਦਾ mean 38। ਦੂਜਾ ਹਟਿਆ score?

A) 45 **B)** 55 **C)** 50 **D)** 60

Answer: C — 50

Quick method (≈20–40 sec)

Two removed scores total=480−380=100.

After the first 50, the second is also 50.

Full method

1. Original total=12×40=480.
2. After first removal total=480−50=430.
3. Final total=10×38=380; second removed=430−380=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦੋ ਹਟੇ scores ਦਾ total=100।

ਪਹਿਲੇ 50 ਮਗਰੋਂ ਦੂਜਾ ਵੀ 50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=480।
2. ਪਹਿਲੇ ਮਗਰੋਂ 430।
3. Final 380; ਦੂਜਾ ਹਟਿਆ 50।

Ex 88 **SSC CGL pattern — Twenty scores average 45. After the highest and lowest are removed, the other eighteen average 43. Their difference was 54. Find the highest score.**

SSC CGL pattern — 20 scores ਦਾ mean 45; highest/lowest ਹਟਾ ਕੇ 18 ਦਾ mean 43। ਦੋ ਹਟੇ scores ਦਾ ਫ਼ਰਕ 54। Highest?

A) 90 **B)** 85 **C)** 95 **D)** 100

Answer: A — 90

Quick method (≈20–40 sec)

Removed sum=900−774=126; half-sum=63.

Highest=63+27=90.

Full method

1. Original total=900; remaining=18×43=774.
2. High+low=126; high−low=54.

3. Adding gives 2 high=180; high=90, low=36. The remaining mean 43 lies between 36 and 90.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Removed ਜੋੜ 126; ਅੱਧਾ 63।

Highest=90।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old 900; ਬਾਕੀ 774।
2. ਜੋੜ 126, ਫ਼ਰਕ 54।
3. 2 high=180; high 90, low 36; ਬਾਕੀ mean 43 ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Using n instead of n−k for the remaining total. 2. Assuming a higher remaining mean means a high value left. 3. Confusing removed total with removed mean.

1. Remaining total ਲਈ n−k ਲਵੋ। 2. ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ mean ਵਧੇ ਤਾਂ low value ਗਈ। 3. Removed total ਅਤੇ mean ਵੱਖ ਕਰੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 12 Replacement and simultaneous changes

Replacement ਅਤੇ ਇਕੱਠੇ ਬਦਲਾਅ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

One worker leaves and another takes the same place. The count stays fixed, so only the total difference matters. If more people leave than arrive, use the full total equation because the denominator changes.

ਇੱਕ worker ਗਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਥਾਂ ਦੂਜਾ ਆਇਆ ਤਾਂ count ਉਹੀ ਹੈ; ਸਿਰਫ਼ total ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਲੱਗੇਗਾ। ਜਾਣ ਅਤੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਹੋਣ ਤਾਂ denominator ਬਦਲੇਗਾ; ਪੂਰੀ equation ਲਵੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for replaced, exchanged, retired/new teacher, a corrected team, or several arrivals and departures together. First decide whether the final strength equals the original strength.

Replaced, exchanged, retired/new teacher ਜਾਂ ਇਕੱਠੇ arrivals/departures ਵੇਖੋ। ਪਹਿਲਾਂ final strength old ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For unchanged n, the total change is n(B−A). This equals incoming total minus outgoing total. In the general case, final total=nA−outgoing total+incoming total, divided by the final count n−r+s.

Count n ਉਹੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ total change=n(B−A)=incoming total−outgoing total। General case ਵਿੱਚ final total=nA−outgoing+incoming ਅਤੇ count=n−r+s।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Incoming−outgoing=n(B−A)	A old mean and B new mean, with unchanged n. It follows from new total minus old total. A old, B new; n ਉਹੀ। New total−old total ਲਵੋ।
B=[nA−rL+sJ]/(n−r+s)	r leave at mean L; s join at mean J. Each group contributes its actual total. r ਜਾਣ L mean ਨਾਲ; s ਆਉਣ J mean ਨਾਲ; actual counts ਲਵੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write old count, removed count and added count.
   Old, removed ਅਤੇ added counts ਲਿਖੋ।
2. Use n×mean change only if strength is unchanged.
   Strength ਉਹੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੀ n×mean change।
3. Otherwise update totals and count separately.
   ਨਹੀਂ ਤਾਂ totals/count ਵੱਖ update ਕਰੋ।
4. Check direction and substitute both member values.
   Direction ਅਤੇ member values ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For one-for-one replacement, new person=old person+n×mean rise. For multiple equal-count replacements, divide the total change by the number replaced to compare their means. It works by cancellation of unchanged members. Unequal counts require the general formula.

ਇੱਕ-ਬਦਲੇ-ਇੱਕ: new person=old person+n×mean rise। ਬਰਾਬਰ ਗਿਣਤੀ ਦੇ ਕਈ replacements ਲਈ total change ਨੂੰ replaced count ਨਾਲ ਵੰਡੋ। Unchanged members ਕੱਟਦੇ ਹਨ। Unequal counts ਵਿੱਚ general formula।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 89 **Easy — 10 values average 50. One value 40 is replaced; the new mean is 52. Find the incoming value.**

ਸੌਖਾ — 10 values ਦਾ mean 50; 40 ਦੀ ਥਾਂ ਨਵੀਂ value ਨਾਲ mean 52। ਨਵੀਂ value?

A) 55 B) 60 C) 65 D) 70

Answer: B — 60

Quick method (≈20–40 sec)

Total change=10×(52−50)=20.

Incoming=40+(20)=60.

Full method

1. Old total=500; remove 40: remaining=460.
2. New total=10×52=520.
3. Incoming=520−460=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total change=20।

Incoming=60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=500; ਹਟਾ ਕੇ 460।
2. New total=520।
3. Incoming=60।

Ex 90 **Easy — 12 values average 30. One value 50 is replaced; the new mean is 28. Find the incoming value.**

ਸੌਖਾ — 12 values ਦਾ mean 30; 50 ਦੀ ਥਾਂ ਨਵੀਂ value ਨਾਲ mean 28। ਨਵੀਂ value?

A) 21 **B)** 31 **C)** 36 **D)** 26

Answer: D — 26

Quick method (≈20–40 sec)

Total change=12×(28−30)=-24.

Incoming=50+(-24)=26.

Full method

1. Old total=360; remove 50: remaining=310.
2. New total=12×28=336.
3. Incoming=336−310=26.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total change=-24।

Incoming=26।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=360; ਹਟਾ ਕੇ 310।
2. New total=336।
3. Incoming=26।

Ex 91 **Medium — Twenty members average 60. Two averaging 55 are replaced by two newcomers. New mean is 61. Find the newcomers' average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 20 ਦਾ mean 60; 55 mean ਵਾਲੇ ਦੋ ਹਟਾ ਕੇ ਦੋ ਨਵੇਂ ਆਏ। New mean 61। ਨਵਿਆਂ ਦਾ mean?

A) 65 **B)** 60 **C)** 70 **D)** 75

Answer: A — 65

Quick method (≈20–40 sec)

Total rise=20; shared between 2 replacements, their mean rises 10.

Newcomer mean=55+10=65.

Full method

1. Old total=1200; removed total=2×55=110.
2. New total=20×61=1220; newcomers total=1220−1090=130.
3. Mean=130/2=65.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total ਵਾਧਾ 20; ਦੋ ਨਵਿਆਂ ਦੀ mean 10 ਵੱਧ।

ਨਵਿਆਂ ਦਾ mean=65।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old 1200; removed 110।
2. New total 1220; ਨਵਿਆਂ ਦਾ total 130।
3. Mean=65।

Ex 92 **Medium — Fifteen observations average 40. One is replaced by 35, and the mean becomes 42. Find the outgoing value.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 15 values ਦਾ mean 40; ਇੱਕ ਦੀ ਥਾਂ 35 ਰੱਖਿਆ ਤਾਂ mean 42। ਹਟਾਈ value?

A) 4 B) 6 C) 5 D) 7

Answer: C — 5

Quick method (≈20–40 sec)

Incoming−outgoing=15×2=30.

Outgoing=35−30=5.

Full method

1. Old total=600; new total=630.
2. 600−x+35=630 gives x=635−630.
3. Outgoing x=5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Incoming−outgoing=30।

Outgoing=5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old 600; new 630।
2. 600−x+35=630।
3. Outgoing=5।

Ex 93 **Medium — Replacing a value 45 by 75 raises the average by 2. Find the unchanged number of observations.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 45 ਦੀ ਥਾਂ 75 ਨਾਲ mean 2 ਵਧਿਆ। Count ਉਹੀ ਹੈ। Count ਲੱਭੋ।

A) 14 B) 16 C) 17 D) 15

Answer: D — 15

Quick method (≈20–40 sec)

Total gain=30, mean gain=2.

Count=30/2=15.

Full method

1. Let count=n; total gain=2 n.
2. The replacement adds 75−45=30.
3. 2 n=30, so n=15.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total ਵਾਧਾ 30; mean ਵਾਧਾ 2।

Count=15।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Count n; gain=2 n।
2. Replacement gain 30।
3. n=15।

Ex 94 **Hard — Twenty-four workers average age 50. Four averaging 45 leave; three averaging 51 join. Find the final average age.**

ਔਖਾ — 24 workers ਦਾ mean age 50; 45 mean ਵਾਲੇ 4 ਗਏ, 51 mean ਵਾਲੇ 3 ਆਏ। Final mean age?

A) 46 years B) 51 years C) 56 years D) 61 years

Answer: B — 51 years

Quick method (≈20–40 sec)

Base 51: old group deficit=24; removing four at 45 removes deficit 24.

Newcomers are at base 51, so final mean=51.

Full method

1. Old total=1200; removed=180; added=153.
2. Final total=1200−180+153=1173; count=24−4+3=23.
3. Average=1173/23=51 years.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 51 ਤੋਂ old ਘਾਟ 24; ਚਾਰ 45 ਵਾਲਿਆਂ ਦੀ ਘਾਟ ਵੀ 24।

ਨਵੇਂ ਵੀ base 51; final 51।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old 1200; removed 180; added 153।
2. Final total 1173, count 23।
3. ਔਸਤ=51 ਸਾਲ।

Ex 95 **Hard — Twenty values average 60. Replace 50 by 70, then 80 by 40. Find the final mean.**

ਔਖਾ — 20 values ਦਾ mean 60। 50 ਦੀ ਥਾਂ 70, ਫਿਰ 80 ਦੀ ਥਾਂ 40। Final mean?

A) 54 B) 64 C) 59 D) 69

Answer: C — 59

Quick method (≈20–40 sec)

Net change=(70−50)+(40−80)=−20.

Mean change=−20/20=−1; final=59.

Full method

1. Original total=1200.
2. After changes: 1200−50+70−80+40=1180.
3. Count stays 20; mean=1180/20=59.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Net change=20−40=−20।

Mean 1 ਘਟਿਆ; final 59।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old total=1200।
2. ਬਦਲਾਅ ਮਗਰੋਂ total 1180।
3. Count 20; mean 59।

Ex 96 Railways Group D pattern — In a group of 30, a value is replaced by twice itself. The mean rises by 1.5. Find the outgoing value.

Railways Group D pattern — 30 ਦੇ group ਵਿੱਚ ਇੱਕ value ਦੀ ਥਾਂ ਉਸਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਰੱਖਿਆ। Mean 1.5 ਵਧਿਆ। Old value?

A) 45 B) 40 C) 50 D) 55

Answer: A — 45

Quick method (≈20–40 sec)

Replacing x by 2 x adds exactly x to the total.

x=30×1.5=45.

Full method

1. Let outgoing=x; incoming=2 x; gain=x.
2. Mean increase 1.5 across 30 gives total gain=45.
3. x=45; incoming=90, gain=45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

x ਦੀ ਥਾਂ 2 x ਨਾਲ total ਵਿੱਚ x ਵਧਦਾ ਹੈ।

x=45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old x, new 2 x; gain x।
2. 30 ਵਿੱਚ mean 1.5 ਦਾ total gain 45।
3. Old 45, new 90; gain 45।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Using n+1 for a replacement. 2. Reversing incoming–outgoing. 3. Applying the fixed-count shortcut when different numbers leave and join.

1. Replacement ਵਿੱਚ n+1 ਨਹੀਂ। 2. Incoming–outgoing ਦਾ sign ਸਹੀ। 3. Unequal counts ਵਿੱਚ fixed-count shortcut ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 13 Wrong entries, omissions and wrong divisors

ਗਲਤ Entry, ਛੁੱਟੀ Value ਅਤੇ ਗਲਤ Divisor

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A clerk enters 84 as 48 in a marks register. The recorded average uses the wrong total. Repair the total first; also repair the count if an entry was omitted or duplicated.

Clerk ਨੇ register ਵਿੱਚ 84 ਦੀ ਥਾਂ 48 ਲਿਖਿਆ। Recorded mean ਗਲਤ total ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ total ਠੀਕ ਕਰੋ; entry ਛੁੱਟੀ ਜਾਂ ਦੋ ਵਾਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ count ਵੀ ਠੀਕ ਕਰੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Keywords are wrongly recorded, misread, reversed digits, omitted, counted twice, divided by the wrong number, or corrected mean. Identify which recorded average belongs to which count.

Wrongly recorded, misread, reversed digits, omitted, counted twice, wrong divisor ਜਾਂ corrected mean ਵੇਖੋ। Recorded average ਕਿਸ count ਨਾਲ ਬਣੀ, ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

A wrong value w used in place of the correct value c changes the total by c−w. With unchanged n the mean changes by (c−w)/n. An omitted or duplicated observation also changes the denominator, so use the corrected total and corrected count.

Correct c ਦੀ ਥਾਂ wrong w ਨਾਲ total correction c−w ਹੈ। n ਉਹੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ mean correction=(c−w)/n। Omitted/duplicate ਵਿੱਚ denominator ਵੀ ਬਦਲੇ; corrected total/count ਦੋਵੇਂ ਲਵੋ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Correct mean=[nA+Σ(c−w)]/n	A recorded mean, n unchanged count; each correction replaces one wrong entry. A recorded mean, n ਉਹੀ count; ਹਰ wrong ਨੂੰ correct ਨਾਲ ਬਦਲੋ।
Correct mean=corrected total/corrected count	Use when entries were omitted, duplicated or the divisor was wrong. Omitted/duplicate/wrong divisor ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਠੀਕ ਕਰੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Reconstruct exactly the total the clerk used.
   Clerk ਨੇ ਜੋ total ਵਰਤਿਆ, ਉਹ ਬਣਾਓ।
2. Remove wrong/duplicate contributions and add correct/omitted ones.
   Wrong/duplicate ਕੱਢੋ; correct/omitted ਜੋੜੋ।
3. Use the actual correct observation count.
   ਅਸਲ correct count ਲਵੋ।
4. Check the direction: replacing a too-small entry must raise the mean.
   Too-small entry ਸਹੀ ਕਰਨ ਨਾਲ mean ਵਧਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

With a fixed count, apply only the net correction divided by n to the recorded mean. Multiple mistakes combine into one signed correction. If the count or divisor changes, reconstruct the total instead of using this fixed-count shortcut.

Count ਉਹੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ net correction/n recorded mean ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ। ਕਈ ਗਲਤੀਆਂ ਦਾ signed ਜੋੜ ਲਵੋ। Count/divisor ਬਦਲੇ ਤਾਂ total ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 97 **Easy — 10 entries have recorded mean 40. Wrong entries 36 should be 63. Find the corrected mean.**

ਸੌਖਾ — 10 entries ਦਾ recorded mean 40; wrong 36 ਦੀ ਥਾਂ correct 63 ਹਨ। Corrected mean?

A) 37.7 **B)** 42.7 **C)** 47.7 **D)** 52.7

Answer: B — 42.7

Quick method (≈20–40 sec)

Net correction=63−36=27.

Correct mean=40+(27)/10=42.7.

Full method

1. Recorded total=10×40=400.
2. Correct total=400−36+63=427.
3. Count remains 10; average=42.7.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Net correction=27।

Correct mean=42.7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Recorded total=400।
2. Correct total=427।
3. Count 10; mean=42.7।

Ex 98 **Easy — 20 entries have recorded mean 55. Wrong entries 48 should be 84. Find the corrected mean.**

ਸੌਖਾ — 20 entries ਦਾ recorded mean 55; wrong 48 ਦੀ ਥਾਂ correct 84 ਹਨ। Corrected mean?

A) 51.8 **B)** 61.8 **C)** 66.8 **D)** 56.8

Answer: D — 56.8

Quick method (≈20–40 sec)

Net correction=84−48=36.

Correct mean=55+(36)/20=56.8.

Full method

1. Recorded total=20×55=1100.
2. Correct total=1100−48+84=1136.
3. Count remains 20; average=56.8.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Net correction=36।

Correct mean=56.8।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Recorded total=1100।
2. Correct total=1136।
3. Count 20; mean=56.8।

Ex 99 **Medium — 25 entries have recorded mean 60. Wrong entries 34, 56 should be 54, 61. Find the corrected mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 25 entries ਦਾ recorded mean 60; wrong 34, 56 ਦੀ ਥਾਂ correct 54, 61 ਹਨ। Corrected mean?

A) 61 **B)** 56 **C)** 66 **D)** 71

Answer: A — 61

Quick method (≈20–40 sec)

Net correction=115−90=25.

Correct mean=60+(25)/25=61.

Full method

1. Recorded total=25×60=1500.
2. Correct total=1500−90+115=1525.

3. Count remains 25; average=61.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Net correction=25।

Correct mean=61।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Recorded total=1500।
2. Correct total=1525।
3. Count 25; mean=61।

Ex 100 **Medium — 12 entries have recorded mean 35. Wrong entries 82 should be 28. Find the corrected mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 12 entries ਦਾ recorded mean 35; wrong 82 ਦੀ ਥਾਂ correct 28 ਹਨ। Corrected mean?

A) 25.5 **B)** 35.5 **C)** 30.5 **D)** 40.5

Answer: C — 30.5

Quick method (≈20–40 sec)

Net correction=28−82=-54.

Correct mean=35+(-54)/12=30.5.

Full method

1. Recorded total=12×35=420.
2. Correct total=420−82+28=366.
3. Count remains 12; average=30.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Net correction=-54।

Correct mean=30.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Recorded total=420।
2. Correct total=366।
3. Count 12; mean=30.5।

Ex 101 **Medium — Nine values were intended, but one value 81 was omitted. The remaining eight were averaged correctly as 45. Find the mean of all nine.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਨੌਂ values ਵਿੱਚੋਂ 81 ਛੁੱਟ ਗਈ; ਬਾਕੀ ਅੱਠ ਦਾ mean 45 ਠੀਕ ਕੱਢਿਆ। ਪੂਰੇ ਨੌਂ ਦਾ mean?

A) 44 **B)** 54 **C)** 59 **D)** 49

Answer: D — 49

Quick method (≈20–40 sec)

Relative to base 45, omitted 81 brings excess 36 over 9 values.

Mean=45+36/9=49.

Full method

1. Recorded total=8×45=360.

2. Add omitted 81: correct total=441.
3. Correct count=9; mean=441/9=49.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 45 ਤੋਂ 81 ਦਾ excess 36, ਕੁੱਲ 9 values।

Mean=49।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Recorded total=360।
2. 81 ਜੋੜ ਕੇ total 441।
3. Count 9; mean 49।

Ex 102 **Hard — Ten actual scores were averaged as 40 because a score of 60 was entered twice, using count 11. Find the correct average.**

ਔਖਾ — ਅਸਲ 10 scores ਦਾ mean ਗਲਤੀ ਨਾਲ 40 ਬਣਿਆ; score 60 ਦੋ ਵਾਰ ਲਿਖ ਕੇ count 11 ਵਰਤਿਆ। Correct mean?

A) 33 **B)** 38 **C)** 43 **D)** 48

Answer: B — 38

Quick method (≈20–40 sec)

The extra 60 is 20 above the recorded mean 40. Removing it lowers mean by 20/10=2.

Correct=40−2=38.

Full method

1. Used total=11×40=440.
2. Remove one extra copy of 60: total=380.
3. Use actual count 10: mean=380/10=38.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਵਾਧੂ 60 recorded mean ਤੋਂ 20 ਵੱਧ; ਹਟਾ ਕੇ mean 2 ਘਟੇਗਾ।

Correct mean 38।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Used total=440।
2. Extra 60 ਕੱਢ ਕੇ 380।
3. ਅਸਲ count 10; mean 38।

Ex 103 **Hard — A sum of 24 observations was mistakenly divided by 20, giving 60. Find the correct average.**

ਔਖਾ — 24 observations ਦੇ total ਨੂੰ ਗਲਤੀ ਨਾਲ 20 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 60 ਮਿਲਿਆ। Correct mean?

A) 45 **B)** 55 **C)** 50 **D)** 60

Answer: C — 50

Quick method (≈20–40 sec)

The same total is shared among more observations: 60×20/24.

Cancel 20/24=5/6; answer=50.

Full method

1. The used divisor was 20, so total=20×60=1200.
2. Actual count=24.
3. Correct average=1200/24=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉਹੀ total ਵੱਧ observations ਵਿੱਚ: 60×20/24।

5/6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Used divisor 20; total 1200।
2. ਅਸਲ count 24।
3. Correct mean 50।

Ex 104 **PSSSB Clerk pattern — An entry 50 was written as 80. Correcting it lowers the average by 1.5. Find the unchanged number of entries.**

PSSSB Clerk pattern — 50 ਦੀ ਥਾਂ 80 ਲਿਖਿਆ। Correct ਕਰਨ ਨਾਲ mean 1.5 ਘਟਿਆ। Count ਕਿੰਨਾ ਸੀ?

A) 20 **B)** 15 **C)** 25 **D)** 30

Answer: A — 20

Quick method (≈20–40 sec)

Total falls by 30; average falls by 1.5.

Count=30/1.5=20.

Full method

1. Let count=n. Total correction=50−80=−30.
2. Mean correction=−30/n=−1.5.
3. 1.5 n=30; n=20.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total 30 ਘਟਿਆ; mean 1.5 ਘਟਿਆ।

Count=20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Count n; correction −30।
2. −30/n=−1.5।
3. n=20।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Adding the correct value without removing the wrong one. 2. Using the correct count to reconstruct a total calculated with the wrong divisor. 3. Keeping a duplicated entry in the denominator.

1. Correct ਜੋੜਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ wrong ਕੱਢੋ। 2. Recorded total ਉਸਦੇ used divisor ਨਾਲ ਬਣੇਗਾ। 3. Duplicate ਨਾਲ denominator ਵੀ ਠੀਕ ਕਰੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 14 Average age: classes and family timelines

Average Age: Class ਅਤੇ ਪਰਿਵਾਰ ਦੀ Timeline

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A family's members each grow one year older in one year. With the same members, its average also grows one year. A birth, marriage or death changes the membership, so separate ageing from the arrival or departure.

ਇੱਕ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਾਰ ਦਾ ਹਰ ਜੀਅ ਇੱਕ ਸਾਲ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਹੀ members ਹੋਣ ਤਾਂ average ਵੀ ਇੱਕ ਸਾਲ ਵਧਦੀ ਹੈ। ਜਨਮ, ਵਿਆਹ ਜਾਂ ਮੌਤ ਵਿੱਚ membership ਬਦਲਦੀ ਹੈ; ageing ਵੱਖ ਕਰੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for years ago/hence, a teacher included, newborn children, marriage, death, or ages at two different dates. Draw a short timeline before combining totals.

Years ago/hence, teacher included, newborn, marriage, death ਜਾਂ ਦੋ dates ਦੀਆਂ ages ਵੇਖੋ। Totals ਜੋੜਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਛੋਟੀ timeline ਬਣਾਓ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For unchanged n, total age rises by nt in t years; average rises by t. To compare changing families, first move the original members to the same date. A deceased member's hypothetical present age must be moved back to the date of death if that is asked.

ਉਹੀ n members ਲਈ t ਸਾਲ ਵਿੱਚ total age nt ਅਤੇ mean t ਵਧਦਾ ਹੈ। ਬਦਲਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਵਿੱਚ ਪੁਰਾਣੇ members ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ date ਉੱਤੇ ਲਿਆਓ। ਮਰਨ ਵਾਲੇ ਦੀ hypothetical present age ਨੂੰ death date ਉੱਤੇ ਵਾਪਸ ਲੈ ਜਾਓ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Fixed-members mean after t years=A+t	Every member gains t, so the sum gains nt and the mean nt/n=t. ਹਰ ਜੀਅ t ਵਧਿਆ; total nt, average t।
Teacher age=(n+1)B−nA	n students average A and students with teacher average B at the same date. n students ਦਾ A; teacher ਸਮੇਤ B; ਦੋਵੇਂ ਇੱਕ date ਉੱਤੇ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write all dates and members present at each date.

Dates ਅਤੇ ਹਰ date ਉੱਤੇ members ਲਿਖੋ।

2. Age only the members who already existed at the earlier date.
   ਪਹਿਲਾਂ ਮੌਜੂਦ members ਨੂੰ ਹੀ ਉਹਨੇ ਸਾਲ ਵਧਾਓ।
3. Add/remove birth, marriage or death contributions at a common date.
   ਇੱਕ date ਉੱਤੇ birth/marriage/death ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਜੋੜੋ/ਕੱਢੋ।
4. Verify nonnegative, realistic ages and the requested date.
   Age nonnegative ਅਤੇ ਪੁੱਛੀ date ਸਹੀ ਹੋਵੇ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use mean+t for fixed membership. For changing membership, work in total person-years; a base age can reduce arithmetic. The shortcut fails if you age newborn children for years before their birth or treat a past family size as the present one.

Fixed members ਲਈ mean+t। ਬਦਲਦੇ members ਵਿੱਚ total ages ਲਵੋ; base age ਹਿਸਾਬ ਸੌਖਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਬੱਚੇ ਦੇ ਜਨਮ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੇ ਸਾਲ ਉਸਦੀ age ਵਿੱਚ ਨਾ ਪਾਓ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 105 **Easy — A fixed group averages 24 years today. Find its average after 6 years.**

ਸੌਖਾ — ਉਹੀ group ਅੱਜ mean age 24 ਸਾਲ; 6 ਸਾਲ ਮਗਰੋਂ mean?

A) 25 years B) 30 years C) 35 years D) 40 years

Answer: B — 30 years

Quick method (≈20–40 sec)

Every member gains 6 years.

Average=24+6=30 years.

Full method

1. For n members, present total=24 n.
2. After 6 years total=24 n+6 n=30 n.
3. Mean=30 n/n=30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ ਜੀਅ 6 ਸਾਲ ਵੱਡਾ।

Mean=30 ਸਾਲ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n ਦਾ total 24 n।
2. ਮਗਰੋਂ total 30 n।
3. Mean 30।

Ex 106 **Easy — Twenty students average age 12. Including the teacher, the average is 13. Find the teacher's age.**

ਸੌਖਾ — 20 students ਦੀ ਔਸਤ ਉਮਰ 12; teacher ਨਾਲ 13। Teacher ਦੀ ਉਮਰ?

A) 28 years B) 38 years C) 43 years D) 33 years

Answer: D — 33 years

Quick method (≈20–40 sec)

New count=21, mean rise=1.

Teacher=12+21×1=33.

Full method

1. Student total=20×12=240.
2. Teacher included total=21×13=273.
3. Teacher=273−240=33.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵਾਂ count 21, mean ਵਾਧਾ 1।

Teacher 33 ਸਾਲ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Students total 240।
2. Teacher ਸਮੇਤ total 273।
3. Teacher 33।

Ex 107 Medium — Five years ago four family members averaged 28. A child was born three years ago. These are the only membership changes. Find the present five-member average.

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪੰਜ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਚਾਰਾਂ ਦਾ mean 28; ਤਿੰਨ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਬੱਚਾ ਹੋਇਆ। ਹੋਰ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ। ਅੱਜ ਪੰਜਾਂ ਦਾ mean?

A) 27 years B) 22 years C) 32 years D) 37 years

Answer: A — 27 years

Quick method (≈20–40 sec)

Original four now average 33, total 132.

Add child's 3: total 135; divide by 5=27.

Full method

1. Earlier original total=4×28=112.
2. Age those four by 5 years: 112+20=132.
3. Child age=3; total=135 and count=5; mean=27.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪੁਰਾਣੇ ਚਾਰ ਅੱਜ mean 33, total 132।

ਬੱਚੇ ਦੇ 3 ਜੋੜ ਕੇ 135; mean 27।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾਂ total 112।
2. ਚਾਰਾਂ ਦੇ 20 ਜੋੜ ਕੇ 132।
3. ਬੱਚਾ 3; total 135, count 5; mean 27।

Ex 108 **Medium — Ten years ago a family of six averaged 30. Two children were born since then; no one left. Today eight members average 31. The children differ by 4 years. Find the younger child's age.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਦਸ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਛੇ ਜੀਅ mean 30; ਬਾਅਦ ਦੋ ਬੱਚੇ ਹੋਏ, ਕੋਈ ਨਹੀਂ ਗਿਆ। ਅੱਜ ਅੱਠ ਦਾ mean 31। ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 4। ਛੋਟੇ ਦੀ age?

A) 1 years **B)** 3 years **C)** 2 years **D)** 4 years

Answer: C — 2 years

Quick method (≈20–40 sec)

Original six now total=180+60=240; family total=248.

Children sum=8; younger=(8−4)/2=2.

Full method

1. Earlier six total=6×30=180.
2. Present original-six total=180+6×10=240.
3. Two children total=8×31−240=8.
4. Younger=(8−4)/2=2; elder=6.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪੁਰਾਣੇ ਛੇ ਅੱਜ total 240; ਸਾਰਿਆਂ ਦਾ 248।

ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ 8; ਛੋਟਾ 2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾਂ 180।
2. ਅੱਜ ਪੁਰਾਣੇ ਛੇ ਦਾ 240।
3. ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ 8।
4. ਛੋਟਾ 2, ਵੱਡਾ 6।

Ex 109 **Medium — Three years ago five family members averaged 30. Today a bride joins and the six-member average becomes 32. Find her age.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਤਿੰਨ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਪੰਜਾਂ ਦਾ mean 30; ਅੱਜ bride ਆਈ ਅਤੇ ਛੇ ਦਾ mean 32। Bride ਦੀ age?

A) 22 years **B)** 32 years **C)** 37 years **D)** 27 years

Answer: D — 27 years

Quick method (≈20–40 sec)

Original five now average 33. The bride is below that mean.

Bride=33+6(32−33)=27.

Full method

1. Original five present total=5×33=165.
2. Six-member total=6×32=192.
3. Bride age=192−165=27.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪੁਰਾਣੇ ਪੰਜ ਹੁਣ mean 33; bride ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ।

Bride 27।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅੱਜ ਪੁਰਾਣੇ ਪੰਜ ਦਾ total 165।
2. ਛੇ ਦਾ total 192।
3. Bride 27।

Ex 110 **Hard — Six years ago five family members averaged 40. One died two years ago; the other four today average 42. No one else joined or left. Find the deceased person's age at death.**

ਔਖਾ — ਛੇ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਪੰਜਾਂ ਦਾ mean 40। ਇੱਕ ਦੋ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਮਰਿਆ; ਬਾਕੀ ਚਾਰ ਅੱਜ mean 42। ਹੋਰ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ। ਮੌਤ ਵੇਲੇ ਉਮਰ?

A) 55 years **B)** 60 years **C)** 65 years **D)** 70 years

Answer: B — 60 years

Quick method (≈20–40 sec)

If all lived, present total=200+30=230; survivors total=168.

Hypothetical present age=62; age at death=62−2=60.

Full method

1. At the death date, four years had passed since the earlier date.
2. All five total then=200+5×4=220.
3. Survivors then averaged 42−2=40; total=4×40=160.
4. Age at death=220−160=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਸਾਰੇ ਜਿਉਂਦੇ ਹੁੰਦੇ ਤਾਂ ਅੱਜ total 230; ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ 168।

Hypothetical ਅੱਜ 62; death ਵੇਲੇ 60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ date ਤੋਂ death ਤੱਕ 4 ਸਾਲ।
2. ਉਸ ਵੇਲੇ ਪੰਜਾਂ ਦਾ total 220।
3. ਬਾਕੀ ਚਾਰ ਉਸ ਵੇਲੇ mean 40, total 160।
4. ਮੌਤ ਵੇਲੇ 60।

Ex 111 **Hard — A family of four including a 4-year-old child averages 25 today. Find the average age of the other three exactly four years ago.**

ਔਖਾ — ਅੱਜ ਚਾਰਾਂ ਵਿੱਚ 4 ਸਾਲ ਦਾ ਬੱਚਾ ਵੀ ਹੈ; mean 25। ਬਾਕੀ ਤਿੰਨਾਂ ਦੀ ਚਾਰ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ mean age?

A) 23 years **B)** 33 years **C)** 28 years **D)** 38 years

Answer: C — 28 years

Quick method (≈20–40 sec)

Remove child: other three total=100−4=96, mean 32 today.

Four years earlier mean=32−4=28.

Full method

1. Present total=4×25=100.
2. Others' present total=96; four years earlier=96−3×4=84.
3. Mean then=84/3=28.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬੱਚਾ ਕੱਢ ਕੇ ਤਿੰਨਾਂ ਦਾ total 96, mean 32 ਅੱਜ।

ਚਾਰ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ 28।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅੱਜ total 100।
2. ਬਾਕੀ ਅੱਜ 96; ਪਹਿਲਾਂ 84।
3. ਉਸ ਵੇਲੇ mean 28।

Ex 112 **Punjab Police pattern — Two people average 30 years and their ages are in ratio 2:3. What will be the younger person's age after 5 years?**

Punjab Police pattern — ਦੋਹਾਂ ਦਾ mean age 30 ਅਤੇ Ratio 2:3। ਛੋਟੇ ਦੀ ਪੰਜ ਸਾਲ ਮਗਰੋਂ ਉਮਰ?

A) 29 years **B)** 24 years **C)** 34 years **D)** 39 years

Answer: A — 29 years

Quick method (≈20–40 sec)

Total=60; five ratio parts give 12 each. Younger=24.

After five years=29.

Full method

1. Let ages=2 k, 3 k; sum=5 k=60.
2. k=12; younger=24 now.
3. After 5 years: 24+5=29.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total 60; ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ 12; ਛੋਟਾ 24।

ਪੰਜ ਸਾਲ ਮਗਰੋਂ 29।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Ages 2 k, 3 k; 5 k=60।
2. k=12; ਛੋਟਾ 24।
3. ਮਗਰੋਂ 29।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Increasing total age by t instead of nt. 2. Adding a newborn's age as t without reading its birth date. 3. Giving hypothetical present age when age at death is asked.

1. Total age nt ਵਧਦੀ ਹੈ। 2. ਬੱਚੇ ਦੀ birth date ਪੜ੍ਹੋ। 3. Age at death ਅਤੇ present hypothetical age ਵੱਖ ਹਨ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 15 Marks, targets and weighted examinations

Marks, Target ਅਤੇ Weighted Exams

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A student wants an average of 75 over ten tests. Each test below 75 creates a deficit that future tests must cover. Tests with different weightages or maximum marks need the correct weights.

Student ਦਸ tests ਵਿੱਚ mean 75 ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। 75 ਤੋਂ ਘੱਟ test ਘਾਟ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਗਲੇ tests ਪੂਰੀ ਕਰਨ। Weightage ਜਾਂ maximum marks ਵੱਖ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸਹੀ weights ਲਵੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for a target average, remaining tests, weighted final exam, overall percentage, or excluded highest/lowest marks. Read each test's maximum before declaring a target possible.

Target average, remaining tests, weighted final, overall % ਜਾਂ highest/lowest ਹਟਾਉਣਾ ਵੇਖੋ। Target possible ਦੱਸਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ maximum marks ਪੜ੍ਹੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

A target mean T over n+k equally weighted tests requires total (n+k)T. Subtract the existing nA. Weighted scores contribute weight×score, while overall marks percentage uses total obtained divided by total maximum. These are different questions.

n+k equal-weight tests ਦਾ target total (n+k)T। Existing nA ਕੱਢੋ। Weighted score ਲਈ weight×score; overall marks % ਲਈ total obtained/total maximum। ਦੋਵੇਂ ਵੱਖ ਸਵਾਲ ਹਨ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Required future mean=[(n+k)T−nA]/k	n existing tests average A; k future tests; target T. n ਹੋਏ tests ਦਾ A; k ਅਗਲੇ; target T।
Weighted mean=Σws/Σw	s score and w its stated weight; treat each weight unit as one copy of that score. s score, w weight; ਹਰ weight unit score ਦੀ ਇੱਕ copy।
Overall percentage=100×Σobtained/Σmaximum	Add marks first, not percentages with unequal maxima. Maximum ਵੱਖ ਹੋਣ ਤਾਂ percentages ਸਿੱਧੇ ਨਾ ਜੋੜੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify equal-weight marks, weighted scores or an overall percentage.
   ਕਿਹੜਾ mean/percentage ਪੁੱਛਿਆ ਪਛਾਣੋ।
2. Calculate the required/weighted total.
   Required ਜਾਂ weighted total ਬਣਾਓ।
3. Use actual test count, sum of weights or total maximum as denominator.
   Denominator ਸਹੀ count/weights/maximum ਹੋਵੇ।
4. Check future marks fit each test's limits.
   ਅਗਲੇ marks test limit ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For a target T, accumulate past deviations from T. Future tests need the opposite total deviation. It is quicker than a large total when scores are near T. This applies to equal-weight tests; unequal weights need weighted deviations.

Target T ਤੋਂ ਪਿਛਲੀਆਂ deviations ਜੋੜੋ; ਅਗਲੇ tests ਉਲਟ total deviation ਪੂਰੀ ਕਰਨ। Scores ਨੇੜੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹਿਸਾਬ ਛੋਟਾ। Unequal weights ਵਿੱਚ weighted deviations ਲਵੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 113 **Easy — 4 equal-weight tests average 70. What average is needed in the next 1 to achieve 72 overall?**

ਸੌਖਾ — 4 equal-weight tests ਦਾ mean 70; ਅਗਲੇ 1 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ mean ਚਾਹੀਦਾ ਤਾਂ overall 72 ਹੋਵੇ?

A) 75 B) 80 C) 85 D) 90

Answer: B — 80

Quick method (≈20–40 sec)

Past deficit from target=4×2=8.

Future mean=72+8/1=80.

Full method

1. Target total=5×72=360.
2. Existing total=4×70=280; needed=80.
3. Divide by 1: required mean=80.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Target ਤੋਂ ਪੁਰਾਣੀ ਘਾਟ=8।

ਅਗਲਾ mean=80।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Target total=360।
2. Existing=280; needed=80।
3. 1 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 80।

Ex 114 **Easy — 5 equal-weight tests average 64. What average is needed in the next 3 to achieve 70 overall?**

ਸੌਖਾ — 5 equal-weight tests ਦਾ mean 64; ਅਗਲੇ 3 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ mean ਚਾਹੀਦਾ ਤਾਂ overall 70 ਹੋਵੇ?

A) 75 **B)** 85 **C)** 90 **D)** 80

Answer: D — 80

Quick method (≈20–40 sec)

Past deficit from target=5×6=30.

Future mean=70+30/3=80.

Full method

1. Target total=8×70=560.
2. Existing total=5×64=320; needed=240.
3. Divide by 3: required mean=80.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Target ਤੋਂ ਪੁਰਾਣੀ ਘਾਟ=30।

ਅਗਲਾ mean=80।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Target total=560।
2. Existing=320; needed=240।
3. 3 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 80।

Ex 115 **Medium — Six papers average 55. Removing highest and lowest leaves four averaging 52. Their difference is 18. Find the highest mark.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਛੇ papers ਦਾ mean 55; highest/lowest ਹਟਾ ਕੇ ਚਾਰ ਦਾ 52। ਦੋ ਹਟਿਆਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 18। Highest?

A) 70 **B)** 65 **C)** 75 **D)** 80

Answer: A — 70

Quick method (≈20–40 sec)

Excluded sum=330−208=122.

Highest=(122+18)/2=70.

Full method

1. All-paper total=6×55=330.
2. Four remaining total=4×52=208; two excluded sum=122.
3. High+low=122, high−low=18; high=70, low=52.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਟਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ=122।

Highest=70।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਾਰਿਆਂ ਦਾ 330।
2. ਬਾਕੀ 208; ਦੋਹਾਂ ਦਾ 122।
3. ਜੋੜ/ਫ਼ਰਕ ਤੋਂ high 70, low 52।

Ex 116 **Medium — Scores 60, 70, 80 have weights 1, 1, 2 respectively. Find the weighted mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Scores 60, 70, 80 ਦੇ weights 1, 1, 2 ਹਨ। Weighted mean?

A) 67.5 **B)** 77.5 **C)** 72.5 **D)** 82.5

Answer: C — 72.5

Quick method (≈20–40 sec)

Treat the last score twice: 60, 70, 80, 80.

Base 70 gives excess 10 over four units: 72.5.

Full method

1. Weighted total=1×60+1×70+2×80=290.
2. Total weight=1+1+2=4.
3. Mean=290/4=72.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਆਖ਼ਰੀ score ਦੋ ਵਾਰ: 60, 70, 80, 80।

Base 70 ਤੋਂ excess 10; 4 units ਵਿੱਚ mean 72.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Weighted total=290।
2. ਕੁੱਲ weight=4।
3. Mean 72.5।

Ex 117 **Medium — A student scores 80/100, 105/150 and 130/200. Find the overall marks percentage.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Student ਦੇ marks 80/100, 105/150, 130/200 ਹਨ। Overall percentage?

A) 65% **B)** 75% **C)** 80% **D)** 70%

Answer: D — 70%

Quick method (≈20–40 sec)

Obtained=315; maximum=450.

315/450=7/10, so percentage=70%.

Full method

1. Add obtained marks: 80+105+130=315.
2. Add maxima:100+150+200=450.
3. Percentage=(315/450)×100=70%.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Obtained 315; maximum 450।

7/10 ਤੋਂ 70%।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Obtained ਜੋੜ=315।
2. Maximum ਜੋੜ=450।
3. Percentage 70%।

Ex 118 **Hard — Eight tests, each out of 100, average 75. Two tests out of 100 remain. Find the average needed in them to reach 80 over ten tests.**

ਔਖਾ — 100 ਵਿੱਚੋਂ ਅੱਠ tests ਦਾ mean 75; ਦੋ tests ਬਾਕੀ। ਦਸਾਂ ਦਾ mean 80 ਕਰਨ ਲਈ ਅਗਲੇ ਦੋ ਦਾ mean?

A) 95 **B)** 100 **C)** 105 **D)** 110

Answer: B — 100

Quick method (≈20–40 sec)

Past deficit from 80=8×5=40.

Each future test needs 80+20=100, exactly the maximum.

Full method

1. Target total=10×80=800.
2. Existing total=8×75=600; future needed=200.
3. Average required=200/2=100; both must score 100.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

80 ਤੋਂ ਪਿਛਲੀ ਘਾਟ 40।

ਹਰ ਅਗਲੇ ਵਿੱਚ 100, maximum ਹੀ ਚਾਹੀਦਾ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Target 800।
2. Existing 600; needed 200।
3. Mean 100; ਦੋਵੇਂ 100 ਲੈਣੇ ਲਾਜ਼ਮੀ।

Ex 119 **Hard — Monthly tests score 70, 80, 90 and carry equal weight 1. A final score of 100 carries weight 2. Find the weighted mean.**

ਔਖਾ — Monthly scores 70, 80, 90 ਦੇ weights 1-1; final 100 ਦਾ weight 2। Weighted mean?

A) 83 **B)** 93 **C)** 88 **D)** 98

Answer: C — 88

Quick method (≈20–40 sec)

Base 80: weighted deviations −10+0+10+40=40.

Mean=80+40/5=88.

Full method

1. Weighted total=70+80+90+200=440.
2. Weights sum=1+1+1+2=5.
3. Mean=440/5=88.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 80 ਤੋਂ weighted deviations ਦਾ ਜੋੜ 40।

Mean 88।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Weighted total=440।
2. Weights ਦਾ ਜੋੜ 5।
3. Mean 88।

Ex 120 SSC CHSL pattern — Eighty students consist of a passed group averaging 70 and a failed group averaging 30. Overall mean is 60. Find the failed count.

SSC CHSL pattern — 80 students ਵਿੱਚ passed mean 70, failed mean 30 ਅਤੇ overall 60। Failed ਕਿੰਨੇ?

A) 20 **B)** 15 **C)** 25 **D)** 30

Answer: A — 20

Quick method (≈20–40 sec)

Deficit from 70 is 10 overall; each failed student contributes deficit 40.

Failed=80×10/40=20.

Full method

1. Let failed count=f; passed=80−f.
2. 30 f+70(80−f)=80×60; 5600−40 f=4800.
3. f=20; passed=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

70 ਤੋਂ overall ਘਾਟ 10; ਹਰ failed ਦੀ 40।

Failed 20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Failed f; passed 80−f।
2. Equation ਤੋਂ 40 f=800।
3. Failed 20, passed 60।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Averaging unequal-base percentages directly. 2. Dividing a weighted sum by test count instead of total weight. 3. Giving a target requiring more than maximum possible marks without flagging impossibility.

1. Unequal bases ਦੇ % ਸਿੱਧੇ ਨਹੀਂ। 2. Weighted sum ਨੂੰ weights ਦੇ ਜੋੜ ਨਾਲ ਵੰਡੋ। 3. Maximum ਤੋਂ ਵੱਧ required marks possible ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 16 Cricket batting averages

Cricket ਵਿੱਚ Batting Average

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

In ordinary exam arithmetic, an innings average often means total runs divided by innings, with every innings counted. Actual batting average is total runs divided by dismissals. A not-out increases runs without increasing dismissals, so read the stated convention.

ਆਮ exam ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ innings average ਅਕਸਰ runs/innings ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ batting average runs/dismissals ਹੈ। Not-out runs ਵਧਾਉਂਦਾ ਹੈ ਪਰ dismissals ਨਹੀਂ; ਸਵਾਲ ਦੀ convention ਪੜ੍ਹੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for next innings, a rise in average, target after several innings, highest/lowest excluded, or not-out. Examples without not-outs below explicitly use all innings as dismissals.

Next innings, average ਵਧਣਾ, ਕਈ innings ਮਗਰੋਂ target, highest/lowest ਜਾਂ not-out ਵੇਖੋ। Not-out ਬਿਨਾਂ ਹੇਠਲੇ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰ innings dismissed ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

When all n innings are dismissals, old runs=nA. After one more dismissal with score R, (n+1)B=nA+R. With not-outs use the dismissal count d; adding an unbeaten score keeps d fixed. A zero-dismissal batting average is undefined.

ਸਾਰੀਆਂ n innings ਵਿੱਚ out ਹੋਵੇ ਤਾਂ old runs nA। ਅਗਲੀ dismissed score R ਨਾਲ (n+1)B=nA+R। Not-out ਵਿੱਚ denominator dismissal count d ਹੈ, ਜੋ ਨਹੀਂ ਵਧਦਾ। Zero dismissals ਉੱਤੇ average defined ਨਹੀਂ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
$R=(n+1)B-nA$	A old average; B new average after the next dismissed innings. A old mean; B ਅਗਲੀ dismissed innings ਮਗਰੋਂ।
$\text{New mean}=A+(R-A)/(n+1)$	The new score's excess over A is shared over the enlarged count. R ਦਾ A ਤੋਂ excess ਨਵੇਂ count ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।
$\text{Actual batting average}=\text{total runs/dismissals}$	Dismissals=innings−not-outs, when every innings is classified that way. Dismissals=innings−not-outs; ਸਵਾਲ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਗਿਣਤੀ ਮੰਨੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Confirm innings or dismissals is the required denominator.
   Denominator innings ਜਾਂ dismissals, ਪਹਿਲਾਂ ਪੱਕਾ ਕਰੋ।
2. Convert the existing average into runs.
   Existing mean ਤੋਂ runs ਕੱਢੋ।
3. Update runs and dismissals separately.
   Runs ਅਤੇ dismissals ਵੱਖ update ਕਰੋ।
4. Check target scores are nonnegative and use the requested final/old mean.
   Scores nonnegative; old/final mean ਸਹੀ ਦਿਓ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For a mean rise Δ in the nth final dismissed innings, required score=old mean+$n\Delta$. For several innings, use the target-deficit method. These are total-run identities; they fail if a not-out is incorrectly counted as a dismissal.

Final nth dismissed innings ਵਿੱਚ mean Δ ਵਧੇ ਤਾਂ score=old mean+$n\Delta$। ਕਈ innings ਲਈ target ਦੀ ਘਾਟ ਲਵੋ। ਇਹ total runs ਦੀ ਬਰਾਬਰੀ ਹੈ; not-out ਨੂੰ dismissal ਗਿਣਿਆ ਤਾਂ ਗਲਤ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 121 **Easy — A batter averages 30 after 4 innings and scores 50 in the next. Every innings ends in dismissal. Find the new average.**

ਸੌਖਾ — 4 innings ਦਾ mean 30; ਅਗਲੇ ਵਿੱਚ 50। ਹਰ innings ਵਿੱਚ out। New average?

A) 29 B) 34 C) 39 D) 44

Answer: B — 34

Quick method (≈20–40 sec)

Excess score=50−30=20, shared over 5 innings.

New mean=30+20/5=34.

Full method

1. Old runs=4×30=120.
2. New runs=170; new dismissals=5.
3. Average=170/5=34.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Excess 20, ਨਵੀਆਂ 5 innings ਵਿੱਚ।

New mean=34।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old runs=120।
2. New runs=170; dismissals=5।
3. Average=34।

Ex 122 **Easy — A batter averages 40 after 9 innings and scores 70 in the next. Every innings ends in dismissal. Find the new average.**

ਸੌਖਾ — 9 innings ਦਾ mean 40; ਅਗਲੇ ਵਿੱਚ 70। ਹਰ innings ਵਿੱਚ out। New average?

A) 38 **B)** 48 **C)** 53 **D)** 43

Answer: D — 43

Quick method (≈20–40 sec)

Excess score=70−40=30, shared over 10 innings.

New mean=40+30/10=43.

Full method

1. Old runs=9×40=360.
2. New runs=430; new dismissals=10.
3. Average=430/10=43.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Excess 30, ਨਵੀਆਂ 10 innings ਵਿੱਚ।

New mean=43।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old runs=360।
2. New runs=430; dismissals=10।
3. Average=43।

Ex 123 **Medium — A batter averages 35 after 10 dismissed innings. What score in the eleventh dismissed innings makes the average 38?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 10 dismissed innings ਦਾ mean 35; ਅਗਲੇ dismissed innings ਨਾਲ mean 38 ਲਈ score?

A) 68 **B)** 63 **C)** 73 **D)** 78

Answer: A — 68

Quick method (≈20–40 sec)

Final count=11, required rise=3.

Score=35+11×3=68.

Full method

1. Old runs=10×35=350.
2. Target runs=11×38=418.
3. Required=418−350=68.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Final count 11; rise 3।

Score 68।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old runs 350।
2. Target 418।
3. ਲੋੜੀਂਦੇ 68।

Ex 124 **Medium — A score of 90 in the sixteenth innings raises a batter's mean by 3. All sixteen innings are dismissals. Find the new average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 16 ਵੀਂ innings ਵਿੱਚ 90 ਨਾਲ mean 3 ਵਧਿਆ; ਹਰ ਵਾਰ out। New mean?

A) 40 **B)** 50 **C)** 45 **D)** 55

Answer: C — 45

Quick method (≈20–40 sec)

The latest score exceeds the final mean by the old 15 innings' total deficit 15×3.

New mean=90−45=45.

Full method

1. Let old mean=A; new=A+3.
2. 15 A+90=16(A+3); A=90−48=42.
3. New mean=42+3=45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Latest score final mean ਤੋਂ old 15 ਦੀ ਘਾਟ 45 ਵੱਧ ਹੈ।

New mean 45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old A; new A+3।
2. Equation ਤੋਂ A=42।
3. New mean 45।

Ex 125 **Medium — Twenty dismissed innings average 50. Find the mean score required in the next five dismissed innings for an overall average of 55.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 20 dismissed innings ਦਾ mean 50; ਅਗਲੀਆਂ 5 ਦਾ ਕਿੰਨਾ mean ਚਾਹੀਦਾ ਤਾਂ overall 55 ਹੋਵੇ?

A) 70 **B)** 80 **C)** 85 **D)** 75

Answer: D — 75

Quick method (≈20–40 sec)

Past target deficit=20×5=100; divide over 5 future innings gives 20 above 55.

Required mean=75.

Full method

1. Existing runs=1000.
2. Target=25×55=1375; next five need 375.
3. Required mean=375/5=75.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Target ਤੋਂ ਘਾਟ 100; ਪੰਜ ਵਿੱਚ 20 extra ਪ੍ਰਤੀ innings।

ਲੋੜੀਂਦਾ mean 75।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Existing runs 1000।
2. Target 1375; ਲੋੜ 375।
3. Mean 75।

Ex 126 **Hard — Forty innings average 45 runs. Excluding highest and lowest leaves 38 averaging 42. Highest exceeds lowest by 180. Find the highest score.**

ਔਖਾ — 40 innings ਦਾ mean 45; highest/lowest ਹਟਾ ਕੇ 38 ਦਾ 42। ਫ਼ਰਕ 180। Highest?

A) 187 **B)** 192 **C)** 197 **D)** 202

Answer: B — 192

Quick method (≈20–40 sec)

Removed sum=1800−1596=204.

Highest=(204+180)/2=192.

Full method

1. Original runs=1800; remaining runs=38×42=1596.
2. High+low=204 and high−low=180.
3. High=192, low=12; check total and difference.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਟੇ scores ਦਾ sum 204।

Highest 192।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old 1800; ਬਾਕੀ 1596।
2. ਜੋੜ 204; ਫ਼ਰਕ 180।
3. High 192, low 12; ਜਾਂਚ ਜੋੜ/ਫ਼ਰਕ।

Ex 127 **Hard — A batter has 480 runs and 12 dismissals. The next innings is 60 not out. Find the actual batting average afterwards.**

ਔਖਾ — Batter ਦੇ 480 runs, 12 dismissals। ਅਗਲਾ score 60 not out। ਅਸਲ batting average ਮਗਰੋਂ?

A) 40 **B)** 50 **C)** 45 **D)** 55

Answer: C — 45

Quick method (≈20–40 sec)

Not out adds runs but no dismissal.

540/12=45.

Full method

1. New runs=480+60=540.
2. Dismissals remain 12.
3. Average=540/12=45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Not-out ਨਾਲ ਸਿਰਫ਼ runs ਵਧੇ।

540/12=45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. New runs 540।
2. Dismissals 12 ਹੀ।
3. Average 45।

Ex 128 **SSC CGL pattern — A batter averaging 40 is dismissed for 82 in the next innings; the new actual average is 42. Find the earlier dismissal count.**

SSC CGL pattern — Actual batting mean 40; ਅਗਲੇ ਵਿੱਚ 82 ਤੇ out ਹੋ ਕੇ mean 42। ਪਹਿਲਾਂ dismissals ਕਿੰਨੇ?

A) 20 **B)** 15 **C)** 25 **D)** 30

Answer: A — 20

Quick method (≈20–40 sec)

82 exceeds new mean 42 by 40; each old dismissal needs 2 extra runs.

Old dismissals=40/2=20.

Full method

1. Let old dismissals=d; old runs=40 d.
2. 40 d+82=42(d+1); 2 d=40.
3. d=20; check 882/21=42.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

82 ਦਾ new mean ਤੋਂ excess 40; ਹਰ old dismissal ਲਈ 2 extra।

Old dismissals 20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old d; runs 40 d।
2. Equation ਤੋਂ 2 d=40।
3. d=20; ਜਾਂਚ 882/21=42।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Confusing final innings count with old count. 2. Dividing runs by innings despite explicit not-outs. 3. Treating highest–lowest as their sum.

1. Final ਅਤੇ old count ਵੱਖ। 2. Not-outs ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ ਤਾਂ dismissals ਲਵੋ। 3. Highest-lowest ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਅਤੇ ਜੋੜ ਵੱਖ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 17 Bowling averages, run rates and overs

Bowling Average, Run Rate ਅਤੇ Overs

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Bowling average tells runs conceded per wicket; run rate tells runs per over. A spell of 4 overs 2 balls is 26 legal balls, not 4.2 decimal overs. These averages have different denominators.

Bowling average runs ਪ੍ਰਤੀ wicket ਅਤੇ run rate runs ਪ੍ਰਤੀ over ਦੱਸਦਾ ਹੈ। 4 overs 2 balls=26 legal balls, 4.2 decimal overs ਨਹੀਂ। ਦੋਹਾਂ ਦੇ denominators ਵੱਖ ਹਨ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for runs per wicket, wickets in the next spell, overs bowled, required run rate, or runs still needed. Treat a stated chase target as the final runs needed, not the opponent's score.

Runs per wicket, next spell, overs, required run rate ਜਾਂ runs still needed ਵੇਖੋ। Chase target ਨੂੰ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ final runs target ਮੰਨੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Bowling average R/W uses total runs R and wickets W>0. After a spell add runs and wickets separately. For overs, legal-ball count B=6 o+b for o whole overs and b extra legal balls, 0≤b≤5. Run rate=6 R/B.

Bowling mean R/W; W>0। ਨਵੇਂ spell ਦੇ runs ਅਤੇ wickets ਵੱਖ ਜੋੜੋ। o ਪੂਰੇ overs ਅਤੇ b extra balls ਲਈ B=6 o+b, 0≤b≤5। Run rate=6 R/B।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
New bowling average=(R+r)/(W+w)	R, W are previous runs/wickets; r, w are new spell runs/wickets. R, W ਪਹਿਲਾਂ ਦੇ; r, w ਨਵੇਂ spell ਦੇ।
Run rate=6 R/B; required rate=6(T−R)/(L−B)	T target, R scored, L total scheduled legal balls, B used; subtract remaining runs and balls first. T target, R ਬਣੇ runs, L ਕੁੱਲ balls, B ਹੋਈਆਂ; ਪਹਿਲਾਂ ਬਾਕੀ runs/balls।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify runs/wicket versus runs/over.
   Runs/wicket ਅਤੇ runs/over ਪਛਾਣੋ।
2. Convert all overs to legal balls.
   Overs ਨੂੰ legal balls ਕਰੋ।
3. Update numerator and denominator separately.
   Numerator/denominator ਵੱਖ update ਕਰੋ।
4. For a target use remaining runs divided by remaining overs.
   Target ਲਈ ਬਾਕੀ runs/overs ਲਵੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use the target bowling mean as base: old wickets' total excess must be cancelled by the new spell's deficit. For rate problems cancel factors of 6 only after converting balls. A decimal like 3.5 hours is valid; 3 overs 5 balls uses base 6.

Target bowling mean ਨੂੰ base ਲਵੋ; ਪੁਰਾਣੇ wickets ਦਾ excess ਨਵਾਂ spell ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। Rate ਵਿੱਚ balls ਕਰਨ ਮਗਰੋਂ 6 cancel ਕਰੋ। Overs/balls base 6 ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 129 **Easy — A bowler has conceded 240 runs for 20 wickets. The next spell is 36 runs for 4 wickets. Find the combined bowling average.**

ਸੌਖਾ — Bowler ਦੇ 240 runs, 20 wickets; ਅਗਲਾ spell 36 runs, 4 wickets। Combined bowling mean?

A) 10.5 **B)** 11.5 **C)** 12.5 **D)** 13.5

Answer: B — 11.5

Quick method (≈20–40 sec)

New runs=276; wickets=24.

Average=276/24=11.5.

Full method

1. Old runs=240, old wickets=20.

2. Add spell separately: runs=240+36=276; wickets=20+4=24.
3. Runs per wicket=11.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵੇਂ runs=276; wickets=24।

Mean=11.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾਂ runs 240, wickets 20।
2. ਜੋੜ ਕੇ runs 276, wickets 24।
3. Runs ਪ੍ਰਤੀ wicket=11.5।

Ex 130 **Easy — A bowler has conceded 300 runs for 15 wickets. The next spell is 50 runs for 5 wickets. Find the combined bowling average.**

ਸੌਖਾ — Bowler ਦੇ 300 runs, 15 wickets; ਅਗਲਾ spell 50 runs, 5 wickets। Combined bowling mean?

A) 16.5 **B)** 18.5 **C)** 19.5 **D)** 17.5

Answer: D — 17.5

Quick method (≈20–40 sec)

New runs=350; wickets=20.

Average=350/20=17.5.

Full method

1. Old runs=300, old wickets=15.
2. Add spell separately: runs=300+50=350; wickets=15+5=20.
3. Runs per wicket=17.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਨਵੇਂ runs=350; wickets=20।

Mean=17.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾਂ runs 300, wickets 15।
2. ਜੋੜ ਕੇ runs 350, wickets 20।
3. Runs ਪ੍ਰਤੀ wicket=17.5।

Ex 131 **Medium — A bowler averages 15. A spell conceding 20 runs for 4 wickets changes the mean to 14. Find the old wicket count.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Bowling mean 15; spell 20 runs/4 wickets ਮਗਰੋਂ mean 14। Old wickets?

A) 36 **B)** 31 **C)** 41 **D)** 46

Answer: A — 36

Quick method (≈20–40 sec)

New-spell deficit from target 14=56−20=36.

Each old wicket has excess 1; count=36.

Full method

1. Let old wickets=W; old runs=15 W.
2. 15 W+20=14(W+4).
3. (1)W=36; W=36.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Target ਤੋਂ spell ਦੀ ਘਾਟ=36।

ਹਰ old wicket ਦਾ excess 1; count=36।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old wickets W; runs 15 W।
2. Equation: 15 W+20=14(W+4)।
3. W=36।

Ex 132 **Medium — A bowler averages 12.5. A spell conceding 30 runs for 5 wickets changes the mean to 12. Find the old wicket count.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Bowling mean 12.5; spell 30 runs/5 wickets ਮਗਰੋਂ mean 12। Old wickets?

A) 55 B) 65 C) 60 D) 70

Answer: C — 60

Quick method (≈20–40 sec)

New-spell deficit from target 12=60−30=30.

Each old wicket has excess 0.5; count=60.

Full method

1. Let old wickets=W; old runs=12.5 W.
2. 12.5 W+30=12(W+5).
3. (0.5)W=30; W=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Target ਤੋਂ spell ਦੀ ਘਾਟ=30।

ਹਰ old wicket ਦਾ excess 0.5; count=60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old wickets W; runs 12.5 W।
2. Equation: 12.5 W+30=12(W+5)।
3. W=60।

Ex 133 **Medium — A team has 40 runs after 10 overs of a 20-over innings. It needs a final total of 200. Find the required run rate in the remaining overs.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 20-over innings ਵਿੱਚ 10 overs ਮਗਰੋਂ 40 runs; final target 200। ਬਾਕੀ required rate?

A) 15 B) 17 C) 18 D) 16

Answer: D — 16

Quick method (≈20–40 sec)

Remaining runs=160; remaining overs=10.

Required=160/10=16 runs/over.

Full method

1. Target minus scored=200−40=160.
2. Overs remaining=20−10=10.
3. Rate=160/10=16.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਾਕੀ runs 160; overs 10।

Required rate 16।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਬਾਕੀ runs 160।
2. ਬਾਕੀ overs 10।
3. Rate 16।

Ex 134 **Hard — A team scores 52 in 4 overs 2 legal balls. Find the run rate.**

ਔਖਾ — Team ਦੇ 4 overs 2 legal balls ਵਿੱਚ 52 runs। Run rate?

A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14

Answer: B — 12

Quick method (≈20–40 sec)

4 overs 2 balls=26 balls.

Rate=52×6/26=12.

Full method

1. Legal balls=4×6+2=26.
2. Overs as an exact fraction=26/6.
3. Runs/over=52÷(26/6)=52×6/26=12.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

4 overs 2 balls=26 balls।

Rate 12।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Balls 26।
2. Exact overs=26/6।
3. Rate=12।

Ex 135 **Hard — A team scores 33 in 3 overs 4 balls and another 27 in the next 2 overs 2 balls. Find its run rate across both spells.**

ਔਖਾ — Team ਦੇ ਪਹਿਲੇ 3 overs 4 balls ਵਿੱਚ 33 ਅਤੇ ਅਗਲੇ 2 overs 2 balls ਵਿੱਚ 27 runs। Combined run rate?

A) 9 **B)** 11 **C)** 10 **D)** 12

Answer: C — 10

Quick method (≈20–40 sec)

Balls=22+14=36, exactly 6 overs.

Runs=60; rate=60/6=10.

Full method

1. First balls=3×6+4=22; second=2×6+2=14.
2. Total balls=36=6 overs; runs=33+27=60.
3. Rate=60/6=10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Balls 22+14=36, ਅਰਥਾਤ 6 overs।

Runs 60; rate 10।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੇ 22 ਅਤੇ ਦੂਜੇ 14 balls।
2. ਕੁੱਲ 36 balls, 60 runs।
3. Rate 10।

Ex 136 **Banking PO pattern — A chase requires 180 runs in 20 overs. After 12 overs the score is 108. Find the required rate for the remaining 8 overs.**

Banking PO pattern — 20 overs ਵਿੱਚ target 180; 12 ਮਗਰੋਂ 108। ਬਾਕੀ 8 overs ਦਾ required rate?

A) 9 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 11

Answer: A — 9

Quick method (≈20–40 sec)

Runs left=72.

72/8=9 runs/over.

Full method

1. Remaining target=180−108=72.
2. Overs left=20−12=8.
3. Required rate=72/8=9.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਾਕੀ runs 72।

72/8=9।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਬਾਕੀ 72।
2. Overs 8।
3. Required rate 9।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Reading 4.2 overs as 4.2 decimal overs. 2. Dividing bowling runs by overs instead of wickets. 3. Using total overs instead of remaining overs in a chase.

1. 4.2 notation ਨੂੰ decimal ਨਾ ਮੰਨੋ। 2. Bowling runs ਨੂੰ wickets ਨਾਲ ਵੰਡੋ। 3. Chase ਵਿੱਚ ਬਾਕੀ overs ਲਵੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 18 Average speed: distance, time and halts

Average Speed: Distance, Time ਅਤੇ Halt

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A bus travelling equal distances at 40 and 60 km/h spends longer at 40. Its average speed is below 50. Average speed is always distance divided by elapsed time, including halts when the whole journey is asked.

Bus ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀਆਂ 40 ਅਤੇ 60 km/h ਨਾਲ ਕਰੇ ਤਾਂ 40 ਉੱਤੇ ਵੱਧ time ਲੱਗਦਾ ਹੈ। Average 50 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ। Average speed=distance/elapsed time; ਪੂਰੇ ਸਫ਼ਰ ਲਈ halt ਵੀ ਗਿਣੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for onward/return journey, equal distances, equal time, distance fractions, different legs, or stoppage. Identify whether distances or times are equal before choosing a formula.

Onward/return, equal distances/time, distance fractions, legs ਜਾਂ stoppage ਵੇਖੋ। Formula ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ equal distance ਜਾਂ equal time ਪਛਾਣੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Let leg distances be d and speeds v. Each leg takes d/v time. Add distances and times separately. Equal-distance speeds x, y give 2 D/(D/x+D/y)=2 xy/(x+y). Equal-time speeds give an arithmetic mean because their time weights are equal.

ਹਰ leg ਦਾ time=d/v। Distances ਅਤੇ times ਵੱਖ ਜੋੜੋ। Equal distance D ਉੱਤੇ x, y speeds ਲਈ 2 D/(D/x+D/y)=2 xy/(x+y)। Equal time ਵਿੱਚ weights ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ arithmetic mean।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Average speed=Σdistance/(Σmoving time+halt)	Use consistent distance/time units; halt contributes time and zero distance. Units ਇੱਕੋ; halt ਸਿਰਫ਼ time ਜੋੜਦਾ ਹੈ।
Equal distances: 2 xy/(x+y); equal times: (x+y)/2	x, y are positive speeds; the condition determines the correct weighting. x, y positive speeds; condition ਸਹੀ weight ਦੱਸਦੀ ਹੈ।
Three equal distances: 3/(1/x+1/y+1/z)	The common distance cancels from total distance/total time. Common distance ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Convert units, including minutes to hours.
   Units ਬਦਲੋ; minutes ਨੂੰ hours ਕਰੋ।
2. Write a distance/time row for every leg and halt.
   ਹਰ leg/halt ਦੀ distance/time row।
3. Add distances and elapsed times; divide.
   Distances/time ਜੋੜ ਕੇ ਵੰਡੋ।
4. Check speed bounds and whether halts lower the result.
   Speed bounds ਅਤੇ halt ਨਾਲ mean ਘਟਦੀ ਹੈ, ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For equal distances choose their LCM as a convenient distance; for time fractions choose a convenient total time. This changes scale without changing the distance/time ratio. Never use 2 xy/(x+y) for equal times or ignore a stated halt.

Equal distances ਲਈ speeds ਦਾ LCM ਦੂਰੀ ਮੰਨੋ; time fractions ਲਈ convenient time। Scale ਬਦਲਣ ਨਾਲ ratio ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ। Equal time ਵਿੱਚ harmonic formula ਨਾ ਲਾਓ; halt ਨਾ ਛੱਡੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 137 **Easy — Equal distances are covered at 40 and 60 km/h. Find average speed.**

ਸੌਖਾ — ਬਰਾਬਰ distances 40, 60 km/h ਨਾਲ; average speed?

A) 43 km/h B) 48 km/h C) 53 km/h D) 58 km/h

Answer: B — 48 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Choose 120 km each way: times 3 h and 2 h.

Average=240/5=48.

Full method

1. Take each distance=120 km; total=240 km.
2. Time=120/40+120/60=3+2=5 h.
3. Speed=240/5=48 km/h.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ leg 120 km; times 3 ਅਤੇ 2 h।

Average 48।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ distance 240 km।
2. Time 5 h।
3. Speed 48 km/h।

Ex 138 **Easy — A car travels 2 hours at 40 and 2 hours at 60 km/h. Find average speed.**

ਸੌਖਾ — Car 2 h 40 ਅਤੇ 2 h 60 km/h ਨਾਲ; average?

A) 45 km/h **B)** 55 km/h **C)** 60 km/h **D)** 50 km/h

Answer: D — 50 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Times are equal: average=(40+60)/2.

Result=50 km/h.

Full method

1. Distances=80 and 120 km; total=200.
2. Total time=4 hours.
3. Average=200/4=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Times equal: (40+60)/2।

ਜਵਾਬ 50 km/h।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Distances 80, 120; total 200।
2. Time 4 h।
3. Average 50।

Ex 139 **Medium — Three equal distances are travelled at 30, 40, 60 km/h. Find average speed.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਤਿੰਨ equal distances 30, 40, 60 km/h ਨਾਲ; average?

A) 40 km/h **B)** 35 km/h **C)** 45 km/h **D)** 50 km/h

Answer: A — 40 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Choose 120 km each; times=4, 3, 2 hours.

Average=360/9=40.

Full method

1. Total distance=3×120=360 km.
2. Times=120/30+120/40+120/60=4+3+2=9 h.
3. Average=360/9=40.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ leg 120 km; times 4, 3, 2।

Average 40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Distance 360 km।
2. Time 9 h।
3. Average 40।

Ex 140 **Medium — A bus covers 60 km at 30 km/h and 120 km at 60 km/h. Find average speed.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Bus 60 km ਨੂੰ 30 ਅਤੇ 120 km ਨੂੰ 60 km/h ਨਾਲ ਕਰਦੀ ਹੈ। Average?

A) 40 km/h **B)** 50 km/h **C)** 45 km/h **D)** 55 km/h

Answer: C — 45 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Times=2 h each; equal-time mean=(30+60)/2.

Result=45 km/h.

Full method

1. Distance total=60+120=180 km.
2. Time=60/30+120/60=2+2=4 h.
3. Speed=180/4=45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Times ਦੋਵੇਂ 2 h; equal-time mean ਲਵੋ।

ਜਵਾਬ 45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Distance 180 km।
2. Time 4 h।
3. Speed 45।

Ex 141 **Medium — A person travels 90 km at 45 km/h, halts for 1 hour, then returns 90 km at 30 km/h. Find the whole-journey average speed.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 90 km ਨੂੰ 45 km/h ਨਾਲ, halt 1 h, ਵਾਪਸੀ 90 km ਨੂੰ 30 km/h। Whole-journey average?

A) 25 km/h **B)** 35 km/h **C)** 40 km/h **D)** 30 km/h

Answer: D — 30 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Moving times=2+3=5 h; halt makes 6 h.

180/6=30 km/h.

Full method

1. Total distance=180 km.
2. Elapsed time=90/45+1+90/30=2+1+3=6 h.
3. Average=180/6=30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Moving 5 h; halt ਨਾਲ 6 h।

180/6=30।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Distance 180 km।
2. Time 6 h।
3. Average 30।

Ex 142 **Hard — For equal outward and return distances, outward speed is 40 and average speed is 48 km/h. Find return speed.**

ਔਖਾ — Equal outward/return distances; outward 40 ਅਤੇ average 48 km/h। Return speed?

A) 55 km/h B) 60 km/h C) 65 km/h D) 70 km/h

Answer: B — 60 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Use return speed=Ax/(2 x−A).

48×40/(80−48)=1920/32=60.

Full method

1. 48=2×40×y/(40+y).
2. 1920+48 y=80 y; 32 y=1920.
3. y=60; check 2×40×60/100=48.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Return=Ax/(2 x−A)।

1920/32=60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 48=80 y/(40+y)।
2. 32 y=1920।
3. y=60; ਜਾਂਚ 48।

Ex 143 **Hard — One-third of a journey is at 30 km/h and the rest at 60 km/h. Find average speed.**

ਔਖਾ — Journey ਦਾ 1/3 ਹਿੱਸਾ 30 ਅਤੇ ਬਾਕੀ 60 km/h ਨਾਲ। Average?

A) 40 km/h B) 50 km/h C) 45 km/h D) 55 km/h

Answer: C — 45 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Assume 90 km: 30 km at 30 takes 1 h; 60 km at 60 also 1 h.

Average=90/2=45.

Full method

1. Choose total distance=90 km.
2. Time=30/30+60/60=2 h.
3. Average=90/2=45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

90 km ਮੰਨੋ; ਦੋਵੇਂ legs 1-1 h।

Average 45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Distance 90 km ਮੰਨੋ।
2. Time 2 h।
3. Average 45।

Ex 144 **Railways NTPC pattern — A vehicle travels 2 hours at 30 km/h, 3 hours at 60 km/h, and halts 1 hour. Find its average speed for all 6 hours.**

Railways NTPC pattern — Vehicle 2 h 30, 3 h 60 km/h ਅਤੇ halt 1 h। ਕੁੱਲ 6 h ਦੀ average speed?

A) 40 km/h **B)** 35 km/h **C)** 45 km/h **D)** 50 km/h

Answer: A — 40 km/h

Quick method (≈20–40 sec)

Distance=60+180=240 km; elapsed=6 h.

240/6=40.

Full method

1. First-leg distance=2×30=60 km; second=3×60=180.
2. Total distance=240; time=2+3+1=6 h.
3. Average=240/6=40 km/h.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Distance 240 km; time 6 h।

Average 40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ 60, ਦੂਜੀ 180 km।
2. Distance 240, time 6 h।
3. Average 40 km/h।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Taking a simple mean for equal distances. 2. Averaging leg speeds without time weights. 3. Excluding a halt from the whole-journey time.

1. Equal distances ਵਿੱਚ simple mean ਨਹੀਂ। 2. Time weights ਬਿਨਾਂ speeds ਨਾ ਜੋੜੋ। 3. Whole journey ਵਿੱਚ halt ਸ਼ਾਮਲ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 19 Average purchase price and equal expenditure

Average ਖਰੀਦ ਕੀਮਤ ਅਤੇ Equal Expenditure

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Buying 2 kg at one rate and 8 kg at another gives more weight to the second rate. Average unit price is the complete bill divided by the complete quantity. Equal spending does not mean equal quantities.

2 kg ਇੱਕ rate ਅਤੇ 8 kg ਹੋਰ rate ਉੱਤੇ ਲੈਣ ਨਾਲ ਦੂਜੇ ਦਾ weight ਵੱਧ। Average unit price=ਪੂਰਾ bill/ਪੂਰੀ quantity। Equal ਪੈਸੇ ਨਾਲ equal quantity ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for average cost per kg/litre/article, equal quantities, equal amounts spent, different batches, or mixed grams and kilograms. Identify the quantity unit first.

Average cost per kg/litre/article, equal quantities, equal money, batches ਜਾਂ g/kg ਵੇਖੋ। ਪਹਿਲਾਂ quantity ਦੀ unit ਪੱਕੀ ਕਰੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For quantity q at rate p, cost=pq. Combined rate=Σpq/Σq. If the same money E is spent at two rates p, r, quantities are E/p and E/r; combined rate=2 E/(E/p+E/r)=2 pr/(p+r).

q quantity ਅਤੇ p rate ਨਾਲ cost pq। Combined rate=Σpq/Σq। Equal money E ਦੋ rates p, r ਉੱਤੇ ਹੋਵੇ ਤਾਂ quantities E/p, E/r; rate=2 pr/(p+r)।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Average rate=Σ(cost)/Σ(quantity)	Use the same units for all quantities; price is per one such unit. Quantities ਇੱਕੋ unit ਵਿੱਚ; price ਉਸੇ ਇੱਕ unit ਦਾ।
Equal quantities: (p+r)/2; equal money: 2 pr/(p+r)	Arithmetic mean uses equal quantity weights; equal spending creates inverse-price quantity weights. Equal quantity ਵਿੱਚ arithmetic; equal money ਵਿੱਚ quantities ਉਲਟ rates ਅਨੁਸਾਰ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Convert g to kg or mL to litres if rates use larger units.

Rate kg/litre ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ g/mL ਬਦਲੋ।

2. Find the cost and quantity of each purchase.
   ਹਰ purchase ਦਾ cost/quantity ਲੱਭੋ।
3. Add all bills and all quantities separately.
   Bills ਅਤੇ quantities ਵੱਖ ਜੋੜੋ।
4. Divide cost by quantity and check between rate bounds.
   Cost/quantity; result rates ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For equal expenditure choose an LCM amount so every quantity is integral. For unequal quantities use a base rate and weighted price differences. These preserve total cost/total quantity; averaging the prices directly fails when quantities differ.

Equal expenditure ਲਈ rates ਦਾ LCM ਰਕਮ ਮੰਨੋ ਤਾਂ quantities whole। Unequal quantities ਵਿੱਚ base rate ਅਤੇ weighted differences ਲਵੋ। ਇਹ cost/quantity ਰੱਖਦਾ ਹੈ; quantities ਵੱਖ ਤਾਂ rates ਦਾ simple mean ਗਲਤ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 145 **Easy — A shop buys 5 kg at ₹40/kg and 5 kg at ₹60/kg. Find average price per kg.**

ਸੌਖਾ — ਦੁਕਾਨ ਨੇ 5 kg ₹40/kg ਅਤੇ 5 kg ₹60/kg ਲਿਆ। Average rate?

A) 45 ₹/kg **B)** 50 ₹/kg **C)** 55 ₹/kg **D)** 60 ₹/kg

Answer: B — 50 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Base ₹40; excess bill=5×20=100.

Rate=40+100/10=50.

Full method

1. Bills=200 and 300; total ₹500.
2. Quantity=10 kg.
3. Average rate=500/10=₹50/kg.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base ₹40; extra bill=100।

Rate=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Bills ਜੋੜ ਕੇ ₹500।
2. Quantity=10 kg।
3. Rate=₹50/kg।

Ex 146 **Easy — A shop buys 3 kg at ₹80/kg and 2 kg at ₹130/kg. Find average price per kg.**

ਸੌਖਾ — ਦੁਕਾਨ ਨੇ 3 kg ₹80/kg ਅਤੇ 2 kg ₹130/kg ਲਿਆ। Average rate?

A) 95 ₹/kg B) 105 ₹/kg C) 110 ₹/kg D) 100 ₹/kg

Answer: D — 100 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Base ₹80; excess bill=2×50=100.

Rate=80+100/5=100.

Full method

1. Bills=240 and 260; total ₹500.
2. Quantity=5 kg.
3. Average rate=500/5=₹100/kg.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base ₹80; extra bill=100।

Rate=100।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Bills ਜੋੜ ਕੇ ₹500।
2. Quantity=5 kg।
3. Rate=₹100/kg।

Ex 147 **Medium — Equal money is spent on rice at ₹40/kg and ₹60/kg. Find the average purchase price per kg.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਚੌਲ ₹40/kg ਅਤੇ ₹60/kg ਉੱਤੇ ਬਰਾਬਰ ਪੈਸੇ ਖਰਚੇ। Average rate?

A) 48 ₹/kg B) 43 ₹/kg C) 53 ₹/kg D) 58 ₹/kg

Answer: A — 48 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Spend ₹120 each: quantities=3 kg and 2 kg.

Total ₹240 for 5 kg gives ₹48/kg.

Full method

1. Let each spend be ₹120; quantities=120/40=3 and 120/60=2 kg.
2. Cost total=₹240; quantity total=5 kg.
3. Average=240/5=₹48/kg.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

₹120-120 ਮੰਨੋ; quantities 3 ਅਤੇ 2 kg।

₹240/5=₹48/kg।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦੋਵੇਂ spend ₹120; quantities 3, 2 kg।
2. Total ₹240, 5 kg।
3. Rate ₹48/kg।

Ex 148 **Medium — Equal money is spent at ₹30/kg, ₹40/kg and ₹60/kg. Find average rate per kg.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ₹30/kg, ₹40/kg, ₹60/kg ਉੱਤੇ equal money ਖਰਚੇ। Average rate?

A) 35 ₹/kg B) 45 ₹/kg C) 40 ₹/kg D) 50 ₹/kg

Answer: C — 40 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Assume ₹120 at each rate: quantities=4, 3, 2 kg.

₹360 for 9 kg gives ₹40/kg.

Full method

1. Choose common spend ₹120.
2. Total quantity=120/30+120/40+120/60=4+3+2=9 kg.
3. Total cost=360; rate=360/9=40.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ rate ਉੱਤੇ ₹120: quantities 4, 3, 2 kg।

₹360/9=₹40/kg।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Common spend ₹120।
2. Quantity 9 kg।
3. Rate 40।

Ex 149 Medium — Buy 500 g at ₹80/kg and 1.5 kg at ₹40/kg. Find the combined average price per kg.

ਦਰਮਿਆਨਾ — 500 g ₹80/kg ਅਤੇ 1.5 kg ₹40/kg ਨਾਲ ਲਏ। Combined rate?

A) 45 ₹/kg B) 55 ₹/kg C) 60 ₹/kg D) 50 ₹/kg

Answer: D — 50 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Quantity ratio=0.5:1.5=1:3.

Base 40; one-quarter pays 40 extra: mean=40+10=50.

Full method

1. 500 g=0.5 kg.
2. Costs=0.5×80=40 and 1.5×40=60; total ₹100.
3. Total quantity=2 kg; rate=100/2=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Quantity Ratio 1:3।

Base 40; 1/4 ਦਾ extra 40; mean 50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 500 g=0.5 kg।
2. Bills ₹40 ਅਤੇ ₹60; ਕੁੱਲ ₹100।
3. Quantity 2 kg; rate 50।

Ex 150 **Hard — Six chairs and two tables cost ₹10000. The tables average ₹2000 each. Find average cost per chair.**

ਔਖਾ — ਛੇ chairs ਅਤੇ ਦੋ tables ਦੇ ₹10000; tables ਦੀ mean cost ₹2000। ਪ੍ਰਤੀ chair mean cost?

A) 995 rupees **B)** 1000 rupees **C)** 1005 rupees **D)** 1010 rupees

Answer: B — 1000 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Tables use ₹4000; chairs use ₹6000.

6000/6=₹1000.

Full method

1. Table cost=2×2000=4000.
2. Chair cost=10000−4000=6000.
3. Average per chair=6000/6=1000.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Tables ₹4000; chairs ₹6000।

ਪ੍ਰਤੀ chair ₹1000।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Table cost 4000।
2. Chairs cost 6000।
3. ਪ੍ਰਤੀ chair 1000।

Ex 151 **Hard — One-quarter of total grain quantity costs ₹100/kg and the remaining three-quarters ₹60/kg. Find the average rate.**

ਔਖਾ — ਕੁੱਲ grain ਦਾ 1/4 ਹਿੱਸਾ ₹100/kg, ਬਾਕੀ 3/4 ₹60/kg। Average rate?

A) 65 ₹/kg **B)** 75 ₹/kg **C)** 70 ₹/kg **D)** 80 ₹/kg

Answer: C — 70 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Base 60; quarter of quantity has extra rate 40.

Mean=60+40/4=70.

Full method

1. Assume 4 kg total: 1 kg at 100 and 3 kg at 60.
2. Total bill=100+180=280.
3. Rate=280/4=70.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 60; quarter ਉੱਤੇ extra 40।

Mean 70।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ 4 kg ਮੰਨੋ; 1 kg 100 ਤੇ, 3 kg 60 ਤੇ।
2. Bill 280।

3. Rate 70।

Ex 152 **Banking Clerk pattern — A buyer spends ₹1500 on grain at ₹50/kg and again ₹1500 after the rate becomes ₹75/kg. Find the average rate paid.**

Banking Clerk pattern — Buyer ਨੇ ₹50/kg ਉੱਤੇ ₹1500 ਅਤੇ ₹75/kg ਹੋਣ ਮਗਰੋਂ ਫਿਰ ₹1500 ਖਰਚੇ। Average rate?

A) 60 ₹/kg **B)** 55 ₹/kg **C)** 65 ₹/kg **D)** 70 ₹/kg

Answer: A — 60 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Equal expenditure: quantities 30 kg and 20 kg.

₹3000/50 kg=₹60/kg.

Full method

1. First quantity=1500/50=30 kg; second=1500/75=20.
2. Total spent=3000; quantity=50 kg.
3. Average=3000/50=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Equal spend; quantities 30 ਅਤੇ 20 kg।

Average ₹60/kg।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ 30, ਦੂਜੀ 20 kg।
2. Total ₹3000, 50 kg।
3. Average 60।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Giving money spent as the weight when price per kg needs kilograms. 2. Averaging prices for equal money. 3. Multiplying grams directly by a per-kg rate.

1. Per-kg mean ਵਿੱਚ kg weights ਹਨ। 2. Equal money ਲਈ simple price mean ਨਹੀਂ। 3. Grams ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ kg ਕਰੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 20 Income, expenditure, calendars and hostel costs

Income, ਖਰਚਾ, Calendar ਅਤੇ Hostel Cost

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A family’s average spending over three months must be weighted by three months. Savings are income minus expenditure over the same period. A hostel may have a fixed bill shared by everyone plus a per-person variable cost.

ਪਰਿਵਾਰ ਦੇ ਤਿੰਨ ਮਹੀਨਿਆਂ ਦੇ mean ਖਰਚੇ ਦਾ weight ਤਿੰਨ ਮਹੀਨੇ ਹੈ। ਇੱਕੋ period ਵਿੱਚ income−ਖਰਚਾ=savings। Hostel ਵਿੱਚ fixed bill ਸਭ ਵੰਡਦੇ ਅਤੇ per-person variable cost ਵੱਖ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for first/next months, yearly savings, Sundays versus other days, fixed and variable charges, or a changed mess strength. Use the actual calendar counts stated.

First/next months, yearly savings, Sundays/other days, fixed/variable ਜਾਂ mess strength ਬਦਲਣਾ ਵੇਖੋ। ਦਿੱਤੇ actual day counts ਵਰਤੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Period total=count×period average. Annual average=annual total/12 for a twelve-month year. If total hostel cost=F+nv, then per-person cost c=F/n+v. A rise in strength spreads only F over more people; v stays fixed under this model.

Period total=count×mean। ਬਾਰ੍ਹਾਂ ਮਹੀਨਿਆਂ ਲਈ annual average=total/12। Hostel total F+nv; ਪ੍ਰਤੀ ਬੰਦਾ c=F/n+v। Count ਵਧਣ ਨਾਲ ਸਿਰਫ਼ F ਵੱਧ ਬੰਦਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ; v ਉਹੀ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Income total=expenditure total+savings total	All three must use the same period. Monthly average savings is annual savings/12. ਤਿੰਨੇ ਇੱਕੋ period ਲਈ; annual savings ਨੂੰ 12 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ monthly mean।
c=F/n+v	F fixed total, v variable cost per person, n boarders, c cost per person. Divide F+nv by n. F fixed total, v ਪ੍ਰਤੀ ਬੰਦਾ variable, n count, c ਪ੍ਰਤੀ ਬੰਦਾ cost।
c 1−c 2=F(1/n 1−1/n 2)	Subtract two per-person equations to eliminate v. ਦੋ equations ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ v ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Make a count-and-average row for each period/category.
   ਹਰ period/category ਦਾ count/mean row।
2. Add totals, then divide by total periods.
   Totals ਜੋੜ ਕੇ periods ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
3. Keep yearly and monthly savings distinct.
   Yearly ਅਤੇ monthly savings ਵੱਖ ਰੱਖੋ।

4. For hostel models solve fixed and variable contributions separately.
   Hostel ਵਿੱਚ fixed/variable ਵੱਖ ਹੱਲ ਕਰੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use a convenient monthly/base daily expense and weighted deviations. For two hostel strengths subtract equations to remove the unchanged variable charge. This assumes the same fixed total and per-person variable rate; a changed tariff needs a new model.

Convenient monthly/daily base ਲੈ ਕੇ weighted deviations। Hostel ਦੀਆਂ ਦੋ equations ਘਟਾ ਕੇ v ਹਟਾਓ। ਇਹ ਤਦ ਜਦ F ਅਤੇ v ਉਹੀ ਹੋਣ; tariff ਬਦਲੇ ਤਾਂ model ਵੀ ਬਦਲੇਗਾ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 153 **Easy — Average monthly expenditure is ₹4000 for 3 months and ₹6000 for the next 9. Find the yearly average per month.**

ਸੌਖਾ — 3 ਮਹੀਨਿਆਂ ਦਾ mean ਖਰਚਾ ₹4000, ਅਗਲੇ 9 ਦਾ ₹6000। ਸਾਲ ਦੀ monthly mean?

A) 5495 rupees B) 5500 rupees C) 5505 rupees D) 5510 rupees

Answer: B — 5500 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Base 6000; 3 of 12 months are 2000 lower.

Mean=6000−500=5500.

Full method

1. First-period total=12000; next=54000.
2. Year total=66000 over 12 months.
3. Monthly mean=66000/12=5500.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 6000; 3/12 months ਦੀ ਘਾਟ 2000।

Mean 5500।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੇ total 12000; ਅਗਲੇ 54000।
2. ਸਾਲ total 66000।
3. Mean 5500।

Ex 154 **Easy — Average monthly income is ₹18000. Expenditure averages ₹12000 for 4 months and ₹15000 for 8 months. Find average monthly savings.**

ਸੌਖਾ — Monthly income mean ₹18000; ਖਰਚਾ first 4 mean ₹12000, next 8 ₹15000। Monthly savings mean?

A) 3995 rupees B) 4005 rupees C) 4010 rupees D) 4000 rupees

Answer: D — 4000 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Average expenditure=(12000+2×15000)/3=14000.

Savings=18000−14000=4000.

Full method

1. Annual income=12×18000=216000.
2. Annual expense=48000+120000=168000.
3. Annual saving=48000; monthly=48000/12=4000.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Average ਖਰਚਾ 14000।

Savings 4000।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Annual income 216000।
2. Annual ਖਰਚਾ 168000।
3. Annual ਬਚਤ 48000; monthly 4000।

Ex 155 **Medium — A 30-day month has 5 Sundays. Visitors average 200 on Sundays and 80 on other days. Find the daily average for the month.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 30-day ਮਹੀਨੇ ਵਿੱਚ 5 Sundays; Sunday mean visitors 200, ਹੋਰ ਦਿਨ 80। Daily mean?

A) 100 B) 95 C) 105 D) 110

Answer: A — 100

Quick method (≈20–40 sec)

Base 80; Sunday excess=5×120=600 spread over 30 days.

Mean=80+20=100.

Full method

1. Sunday total=5×200=1000.
2. Other days=25; total=25×80=2000.
3. Overall=3000/30=100.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 80; Sunday excess 600, 30 days ਵਿੱਚ।

Mean 100।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Sunday total 1000।
2. ਹੋਰ 25 days ਦਾ 2000।
3. Mean 100।

Ex 156 **Medium — Twenty hostel residents each pay ₹100 per day. After five more join, per-person payment becomes ₹90. Find the rise in total daily payment.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 20 residents ₹100-100 ਰੋਜ਼ ਦਿੰਦੇ; 5 ਹੋਰ ਆਏ ਤਾਂ ₹90-90। ਕੁੱਲ daily payment ਕਿੰਨੀ ਵਧੀ?

A) 245 rupees B) 255 rupees C) 250 rupees D) 260 rupees

Answer: C — 250 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Old total=2000; new total=2250.

Rise=250 rupees per day.

Full method

1. Old payment=20×100=2000.
2. New count=25; payment=25×90=2250.
3. Difference=2250−2000=250.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Old 2000; new 2250।

ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਵਾਧਾ ₹250।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old payment 2000।
2. New payment 2250।
3. ਫ਼ਰਕ 250।

Ex 157 **Medium — A hostel has fixed monthly cost ₹6000 and variable cost ₹100 per resident. Find per-resident cost for 60 residents.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Hostel fixed monthly cost ₹6000 ਅਤੇ variable ₹100 ਪ੍ਰਤੀ resident। 60 residents ਲਈ per-person cost?

A) 195 rupees B) 205 rupees C) 210 rupees D) 200 rupees

Answer: D — 200 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Fixed share=6000/60=100; variable=100.

Total per person=200.

Full method

1. Total variable=60×100=6000.
2. Overall total=6000+6000=12000.
3. Per resident=12000/60=200.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Fixed ਹਿੱਸਾ 100, variable 100।

ਪ੍ਰਤੀ ਬੰਦਾ 200।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Variable total 6000।
2. Total 12000।
3. ਪ੍ਰਤੀ resident 200।

Ex 158 **Hard — With the same fixed and variable rates, 20 residents pay ₹400 each and 30 pay ₹300 each monthly. Find the fixed monthly cost.**

ਔਖਾ — ਉਹੀ fixed/variable rates ਨਾਲ 20 residents ₹400-400 ਅਤੇ 30 ₹300-300 monthly ਦਿੰਦੇ। Fixed cost?

A) 5995 rupees B) 6000 rupees C) 6005 rupees D) 6010 rupees

Answer: B — 6000 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Cost difference 100=F(1/20−1/30)=F/60.

F=6000.

Full method

1. F+20 v=20×400=8000.
2. F+30 v=30×300=9000; subtract:10 v=1000, v=100.
3. F=8000−20×100=6000.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Cost ਫ਼ਰਕ 100=F/60।

F=6000।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. F+20 v=8000।
2. ਦੂਜੀ ਘਟਾ ਕੇ v=100।
3. F=6000।

Ex 159 **Hard — Average salary is ₹20000. Every salary rises 20%, then each receives an extra ₹500. Find the final mean salary.**

ਔਖਾ — Mean salary ₹20000; ਹਰ salary 20% ਵਧੀ, ਫਿਰ ₹500 ਹੋਰ। Final mean?

A) 24495 rupees B) 24505 rupees C) 24500 rupees D) 24510 rupees

Answer: C — 24500 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Apply the same changes to the mean: 20000×1.2+500.

24000+500=24500.

Full method

1. For n staff, original total=20000 n.
2. After 20% raise total=24000 n; extra raises add 500 n.
3. Mean=24500 n/n=24500.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mean ਨੂੰ ਵੀ 1.2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ, ਫਿਰ 500।

Final 24500।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n staff ਦਾ total 20000 n।
2. ਵਾਧੇ ਮਗਰੋਂ total 24500 n।
3. Mean 24500।

Ex 160 **PSSSB Patwari pattern — A centre averages 240 visitors on each of 5 weekdays and 450 on each of 2 weekend days. Find the weekly daily average.**

PSSSB Patwari pattern — Centre ਦੇ 5 weekdays ਦਾ visitors mean 240 ਅਤੇ 2 weekend days ਦਾ 450। ਹਫ਼ਤੇ ਦਾ daily mean?

A) 300 B) 295 C) 305 D) 310

Answer: A — 300

Quick method (≈20–40 sec)

Base 240; two days add 2×210=420 extra.

Mean=240+420/7=300.

Full method

1. Weekday total=5×240=1200.
2. Weekend total=2×450=900; all=2100.
3. Daily mean=2100/7=300.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 240; weekend excess 420।

Mean 300।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Weekday total 1200।
2. Weekend 900; total 2100।
3. Daily mean 300।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Giving a 3-month average and a 9-month average equal weight. 2. Adding annual savings directly to monthly expenditure. 3. Assuming every month has four Sundays.

1. Months ਦੇ counts weights ਹਨ। 2. Annual savings ਪਹਿਲਾਂ monthly ਕਰੋ। 3. ਹਰ ਮਹੀਨੇ ਚਾਰ Sundays ਨਹੀਂ; ਦਿੱਤਾ calendar ਵੇਖੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 21 Frequency tables and average-based DI

Frequency Tables ਅਤੇ Average ਵਾਲਾ DI

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

If five sacks each weigh 60 kg, write frequency 5 instead of listing 60 five times. A frequency table saves space while keeping the same total. Charts can encode the same values with labelled bars.

ਪੰਜ ਬੋਰੀਆਂ 60-60 kg ਹੋਣ ਤਾਂ 60 ਪੰਜ ਵਾਰ ਲਿਖਣ ਦੀ ਥਾਂ frequency 5। Table ਛੋਟੀ ਰਹਿੰਦੀ ਪਰ total ਉਹੀ। Label ਵਾਲੇ bars ਵੀ ਇਹ values ਦਿਖਾਉਂਦੇ ਹਨ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for frequency, number of students/items, missing frequency, a table, a bar chart or class intervals. Distinguish the number of different values from the total number of observations.

Frequency, students/items count, missing frequency, table, bar chart ਜਾਂ class intervals ਵੇਖੋ। Different values ਦਾ count ਅਤੇ total observations ਵੱਖ ਹਨ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

A value x repeated f times contributes fx to the total. Hence mean=Σfx/Σf. A grouped interval does not reveal exact individual values: midpoint calculations estimate the mean unless those midpoints are stated actual values.

x value f ਵਾਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ total ਵਿੱਚ fx। Mean=Σfx/Σf। Class interval ਤੋਂ exact entries ਨਹੀਂ ਪਤਾ; midpoint ਨਾਲ mean estimate ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਦ ਤੱਕ midpoints actual values ਨਾ ਦੱਸੇ ਹੋਣ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
A=Σfx/Σf=M+Σf(x−M)/Σf	x values, f their frequencies, M assumed mean; expand x=M+(x−M). x values, f frequencies, M base; x ਨੂੰ base+deviation ਲਿਖੋ।
Class midpoint=(lower+upper)/2	Use as a representative of a grouped class; it generally yields an estimated mean. Class ਦੀ representative value; mean ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ estimate ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Read values, frequencies, units and chart scales.
   Values, frequencies, units ਅਤੇ scale ਪੜ੍ਹੋ।
2. Multiply each value by its frequency; also sum frequencies.
   ਹਰ fx ਅਤੇ frequencies ਦਾ ਜੋੜ ਕੱਢੋ।
3. For missing frequency, equate total to given mean×total frequency.
   Missing frequency ਲਈ mean×total frequency ਦੀ equation।
4. Label a grouped-data mean as an estimate.
   Grouped mean ਨੂੰ estimate ਦੱਸੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use a central M and weight only deviations. In a chart, read exact labels rather than estimating bar height when labels are given. A midpoint shortcut cannot recover exact raw-data means from broad classes.

Central M ਤੋਂ weighted deviations। Chart ਉੱਤੇ exact labels ਹੋਣ ਤਾਂ height ਤੋਂ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਨਹੀਂ। Broad classes ਤੋਂ exact raw-data mean ਨਹੀਂ ਨਿਕਲਦਾ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Value · ਮੁੱਲ	10	20	30
Frequency · ਗਿਣਤੀ	2	3	5

Ex 161 **Easy — Find the mean of the frequency table immediately above.**

ਸੌਖਾ — ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ frequency table ਦਾ mean ਲੱਭੋ।

A) 18 B) 23 C) 28 D) 33

Answer: B — 23

Quick method (≈20–40 sec)

Base 20; weighted deviations=30, total frequency=10.

Mean=20+30/10=23.

Full method

1. Weighted products=10×2=20, 20×3=60, 30×5=150.
2. Weighted sum=230; frequencies sum=10.
3. Mean=230/10=23.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 20; weighted deviations=30, count=10।

Mean=23।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਹਰ fx=20, 60, 150।
2. Total fx=230; count=10।
3. Mean=23।

Value · ਮੁੱਲ	40	50	60
Frequency · ਗਿਣਤੀ	1	2	1

Ex 162 **Easy — Find the mean of the frequency table immediately above.**

ਸੌਖਾ — ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ frequency table ਦਾ mean ਲੱਭੋ।

A) 45 B) 55 C) 60 D) 50

Answer: D — 50

Quick method (≈20–40 sec)

Base 50; weighted deviations=0, total frequency=4.

Mean=50+0/4=50.

Full method

1. Weighted products=40×1=40, 50×2=100, 60×1=60.
2. Weighted sum=200; frequencies sum=4.
3. Mean=200/4=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 50; weighted deviations=0, count=4।

Mean=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਹਰ fx=40, 100, 60।
2. Total fx=200; count=4।
3. Mean=50।

Value · ਮੁੱਲ	10	20	30
Frequency · ਗਿਣਤੀ	2	f	4

Ex 163 **Medium — The table above has mean 22. Find frequency f.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਉੱਪਰ table ਦਾ mean 22 ਹੈ। f ਲੱਭੋ।

A) 4 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 6

Answer: A — 4

Quick method (≈20–40 sec)

At base 22, fixed deficit=2×12=24 and fixed excess=4×8=32.

Each missing 20 supplies deficit 2; f=(32−24)/2=4.

Full method

1. Weighted sum=2×10+20 f+4×30=140+20 f.
2. Total frequency=6+f; 140+20 f=22(6+f).
3. 140+20 f=132+22 f; 8=2 f; f=4.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 22; fixed ਘਾਟ 24, ਵਾਧਾ 32।

ਹਰ 20 ਦੀ ਘਾਟ 2; f=4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Weighted sum=140+20 f।
2. Count=6+f; equation ਲਾਓ।
3. Equation ਤੋਂ f=4।

Value · ਮੁੱਲ	100	150	200
Frequency · ਗਿਣਤੀ	4	6	10

Ex 164 **Medium — The values are daily wages in rupees. Find the mean wage from the table above.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Table ਦੀਆਂ values daily wages ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਹਨ। Mean wage?

A) 160 rupees **B)** 170 rupees **C)** 165 rupees **D)** 175 rupees

Answer: C — 165 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Base 150: weighted deviations=−200+0+500=300.

Mean=150+300/20=165.

Full method

1. Products=400, 900, 2000; sum=3300.
2. Frequency=4+6+10=20.
3. Mean=3300/20=165 rupees.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 150; deviation ਜੋੜ 300।

Mean 165।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Products 400, 900, 2000; sum 3300।
2. Count 20।
3. Mean ₹165।

Value · ਮੁੱਲ	0–10	10–20	20–30
Frequency · ਗਿਣਤੀ	2	3	5

Ex 165 **Medium — Use class midpoints to estimate the mean of the grouped data above.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Class midpoints ਨਾਲ ਉੱਪਰ grouped data ਦਾ estimated mean ਲੱਭੋ।

A) 17 **B)** 19 **C)** 20 **D)** 18

Answer: D — 18

Quick method (≈20–40 sec)

Midpoints 5, 15, 25; base 15 has weighted deviation −20+50=30.

Estimated mean=15+30/10=18.

Full method

1. Midpoints=(0+10)/2=5, (10+20)/2=15, (20+30)/2=25.
2. Estimated weighted total=2×5+3×15+5×25=180; count=10.
3. Estimated mean=180/10=18; exact raw-data mean is not determined.

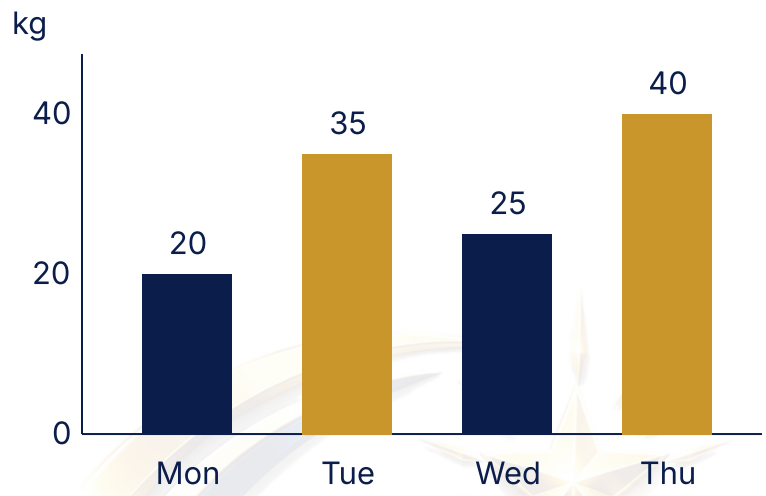
ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Midpoints 5, 15, 25; base 15 ਤੋਂ deviation 30।

Estimated mean 18।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Midpoints 5, 15, 25।
2. Estimated total 180; count 10।
3. Estimate 18; exact raw-data mean ਨਹੀਂ ਪਤਾ।



Daily production; baseline 0, scale 4 SVG units per kg. ਰੋਜ਼ਾਨਾ production kg ਵਿੱਚ; exact labels ਵਰਤੋ।

Ex 166 **Hard — Find average daily production from the four-day bar chart above.**

ਔਖਾ — ਉੱਪਰ ਚਾਰ ਦਿਨਾਂ ਦੇ bar chart ਤੋਂ daily average production?

A) 25 kg **B)** 30 kg **C)** 35 kg **D)** 40 kg

Answer: B — 30 kg

Quick method (≈20–40 sec)

Base 30: deviations −10, +5, −5, +10 cancel.

Mean=30 kg.

Full method

1. Read labels:20, 35, 25, 40 kg.
2. Total=120 kg over 4 days.
3. Average=120/4=30 kg.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 30; deviations ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟੀਆਂ।

Mean 30 kg।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Labels 20, 35, 25, 40 kg।
2. ਕੁੱਲ 120 kg, 4 days।
3. Average 30 kg।

Value · ਮੁੱਲ	20	40	60
Frequency · ਗਿਣਤੀ	3	f	5

Ex 167 **Hard — The table above has mean 44. Find f.**

ਔਖਾ — ਉੱਪਰ table ਦਾ mean 44 ਹੈ। f?

A) 1 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 4

Answer: C — 2

Quick method (≈20–40 sec)

Base 44: deficits=3×24+4 f; excess=5×16=80.

72+4 f=80 gives f=2.

Full method

1. Weighted total=60+40 f+300=360+40 f.
2. Count=8+f; equate 360+40 f=44(8+f).
3. 8=4 f, so f=2.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 44; deficits=72+4 f, excess=80।

f=2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Total=360+40 f।
2. Count 8+f; equation ਲਾਓ।
3. f=2।

Value · ਮੁੱਲ	20	x	60
Frequency · ਗਿਣਤੀ	4	3	3

Ex 168 **Banking DI pattern — Mean of the ten observations above is 41. Find missing value x.**

Banking DI pattern — ਉੱਪਰ ਦਸ observations ਦਾ mean 41 ਹੈ। Missing x?

A) 50 **B)** 45 **C)** 55 **D)** 60

Answer: A — 50

Quick method (≈20–40 sec)

Needed total=410; known=80+180=260.

Three copies of x sum 150, so x=50.

Full method

1. Count=4+3+3=10; total=410.
2. 4×20+3 x+3×60=410.
3. 3 x=150; x=50; verify weighted total 410.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Required total 410; known 260।

3 x=150; x=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Count 10; total 410।

2. 80+3 x+180=410।

3. x=50; ਜਾਂਚ total 410।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Dividing by the number of rows. 2. Forgetting missing frequency also enters the denominator. 3. Reporting a grouped estimate as exact.

1. Rows ਦੇ count ਨਾਲ ਨਾ ਵੰਡੋ। 2. Missing frequency denominator ਵਿੱਚ ਵੀ ਹੈ। 3. Grouped estimate ਨੂੰ exact ਨਾ ਕਹੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 22 Ratios, pairwise means and algebra

Ratio, Pairwise Mean ਅਤੇ Algebra

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Two people’s mean fixes their sum. Several pairwise means can fix individual values by adding and subtracting sums. If values are in a ratio, imagine ratio-sized equal units, then use the average to find one unit.

ਦੋਹਾਂ ਦਾ mean ਉਹਨਾਂ ਦਾ sum ਦੱਸਦਾ ਹੈ। ਕਈ pair means ਨੂੰ ਜੋੜ-ਘਟਾ ਕੇ individual values ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। Ratio ਹੋਵੇ ਤਾਂ equal units ਮੰਨ ਕੇ mean ਨਾਲ ਇੱਕ unit ਲੱਭੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for ratios of values, averages of A and B/B and C, all-but-one averages, or mean of squares with an algebraic condition. The average of squares is not generally the square of the average.

Values ਦੇ Ratios, A-B/B-C ਦੇ means, all-but-one ਜਾਂ squares ਦਾ algebraic mean ਵੇਖੋ। Squares ਦੀ mean, mean ਦੇ square ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

If n values have ratio r 1:r 2:...:rn, write values kr 1, ..., krn. Their total nA gives k=nA/Σr. For pair means P=(a+b)/2, Q=(b+c)/2, R=(a+c)/2, adding P+Q+R gives a+b+c. Subtract the unwanted pair sum to get an individual.

Ratio values kr 1, ..., krn ਲਿਖੋ। nA total ਨਾਲ k=nA/Σr। Pair means P, Q, R ਦਾ ਜੋੜ a+b+c ਹੈ; ਜਿਸ pair ਵਿੱਚ ਲੋੜੀਂਦਾ member ਨਹੀਂ, ਉਸਦਾ total ਘਟਾਓ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
$a=P+R-Q$; $b=P+Q-R$; $c=Q+R-P$	P, Q, R are means of (a, b), (b, c), (a, c) respectively; substitute their half-sums. P, Q, R ਕ੍ਰਮਵਾਰ (a, b), (b, c), (a, c) ਦੇ means ਹਨ।
Mean of all leave-one-out means=overall mean	For $n\geq 2$ observations, each appears $n-1$ times in the leave-one-out totals. $n\geq 2$ ਵਿੱਚ ਹਰ value omitted totals ਵਿੱਚ $n-1$ ਵਾਰ ਆਉਂਦੀ ਹੈ।
$\Sigma x^2=(\Sigma x)^2-2\Sigma$pair products	Expand the square of the sum, then divide by the count for mean of squares. ਜੋੜ ਦਾ square ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ pair products ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਕੱਢੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Replace averages by sums and ratios by k units.
   Means ਨੂੰ sums ਅਤੇ Ratio ਨੂੰ k units ਕਰੋ।
2. Count how often each unknown appears in combined equations.
   ਹਰ unknown ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ, ਗਿਣੋ।
3. Cancel unwanted terms by addition/subtraction.
   Unwanted terms ਜੋੜ-ਘਟਾ ਕੇ ਹਟਾਓ।
4. Check a candidate list satisfies all supplied relations.
   Candidate values ਸਾਰੇ relations ਪੂਰੇ ਕਰਨ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For three pair means, use $P+R-Q$ directly for a. For leave-one-out means, average those means only because every original value has equal multiplicity. This equal-weight symmetry does not extend to arbitrary overlapping subgroups.

ਤਿੰਨ pair means ਲਈ $a=P+R-Q$। Leave-one-out means ਦਾ mean ਇਸ ਲਈ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਹਰ original value ਬਰਾਬਰ ਵਾਰ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। Arbitrary overlaps ਵਿੱਚ ਇਹ ਨਹੀਂ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 169 **Easy — Values are in ratio 3:5 and average 32. Find the largest.**

ਸੌਖਾ — Values ਦਾ Ratio 3:5 ਅਤੇ mean 32। ਵੱਡੀ value?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50

Answer: B — 40

Quick method (≈20–40 sec)

Total=64; ratio parts=8, one part=8.

Largest=5×8=40.

Full method

1. Values are k times the ratio parts; total=8 k.
2. 8 k=2×32=64; k=8.
3. Largest=40.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total 64; ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ 8।

ਵੱਡੀ=40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Values k ਗੁਣਾ; total=8 k।
2. k=8।
3. ਵੱਡੀ=40।

Ex 170 **Easy — Values are in ratio 2:3:4 and average 27. Find the largest.**

ਸੌਖਾ — Values ਦਾ Ratio 2:3:4 ਅਤੇ mean 27। ਵੱਡੀ value?

A) 31 **B)** 41 **C)** 46 **D)** 36

Answer: D — 36

Quick method (≈20–40 sec)

Total=81; ratio parts=9, one part=9.

Largest=4×9=36.

Full method

1. Values are k times the ratio parts; total=9 k.
2. 9 k=3×27=81; k=9.
3. Largest=36.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total 81; ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ 9।

ਵੱਡੀ=36।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Values k ਗੁਣਾ; total=9 k।
2. k=9।
3. ਵੱਡੀ=36।

Ex 171 **Medium — Means of (a, b), (b, c), (a, c) are 20, 24, 22. Find a.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — (a, b), (b, c), (a, c) ਦੇ means 20, 24, 22 ਹਨ। a?

A) 18 **B)** 17 **C)** 19 **D)** 20

Answer: A — 18

Quick method (≈20–40 sec)

a=P+R−Q=20+22−24.

a=18.

Full method

1. a+b=40; b+c=48; a+c=44.
2. Add first and third, subtract second: 2 a=40+44−48=36.
3. a=18; b=22, c=26 verify all three pairs.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

a=20+22−24।

a=18।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Pair totals 40, 48, 44।
2. 2 a=36।
3. a 18, b 22, c 26 ਨਾਲ ਸਾਰੇ pairs ਠੀਕ।

Ex 172 **Medium — Three values average 18. The first two average 16. Find the third.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਤਿੰਨ values ਦਾ mean 18; ਪਹਿਲੀਆਂ ਦੋ ਦਾ 16। ਤੀਜੀ?

A) 17 B) 27 C) 22 D) 32

Answer: C — 22

Quick method (≈20–40 sec)

First two are 2 below mean: total deficit 4.

Third=18+4=22.

Full method

1. Overall sum=3×18=54.
2. First-pair sum=2×16=32.
3. Third=54−32=22.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲੀਆਂ ਦੋ ਦੀ total ਘਾਟ 4।

ਤੀਜੀ 22।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ 54।
2. ਪਹਿਲਾ pair 32।
3. ਤੀਜੀ 22।

Ex 173 **Medium — Omitting each of four observations in turn gives the three-observation means 18, 20, 22, 24. Find the original mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਚਾਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵਾਰੀ-ਵਾਰੀ ਇੱਕ ਹਟਾ ਕੇ ਬਾਕੀ ਤਿੰਨ ਦੇ means 18, 20, 22, 24 ਹਨ। Original mean?

A) 16 B) 26 C) 31 D) 21

Answer: D — 21

Quick method (≈20–40 sec)

All omitted means have equal coverage.

Mean=(18+20+22+24)/4=21.

Full method

1. Sum of the four remaining-group totals=3×(18+20+22+24)=252.
2. Each original observation occurs three times, so full total=252/3=84.
3. Original mean=84/4=21.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Omitted means ਵਿੱਚ coverage ਬਰਾਬਰ।

Mean 21।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਾਰੇ subgroup totals ਦਾ ਜੋੜ 252।
2. ਹਰ value ਤਿੰਨ ਵਾਰ; original total 84।
3. Mean 21।

Ex 174 **Hard — Real a, b, c average 6 and ab+bc+ca=45. Find the mean of a^2, b^2, c^2.**

ਔਖਾ — Real a, b, c ਦਾ mean 6 ਅਤੇ ab+bc+ca=45। Squares ਦਾ mean?

A) 73 **B)** 78 **C)** 83 **D)** 88

Answer: B — 78

Quick method (≈20–40 sec)

Sum=18; square sum=$18^2-90=234$.

Mean=234/3=78.

Full method

1. a+b+c=3×6=18.
2. $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)=324-90=234$.
3. Divide by 3:78. Check a=0, b=3, c=15 gives the supplied conditions.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Sum 18; squares ਦਾ total 234।

Mean 78।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. a+b+c=18।
2. Squares total=234।
3. Mean 78; ਜਾਂਚ 0, 3, 15 ਨਾਲ conditions ਠੀਕ।

Ex 175 **Hard — Four values have ratio 1:2:3:4 and mean 25. Find the difference between largest and smallest.**

ਔਖਾ — ਚਾਰ values ਦਾ Ratio 1:2:3:4 ਅਤੇ mean 25। Largest-smallest ਦਾ ਫ਼ਰਕ?

A) 25 **B)** 35 **C)** 30 **D)** 40

Answer: C — 30

Quick method (≈20–40 sec)

Total 100; 10 ratio parts give 10 each.

Difference=(4−1)×10=30.

Full method

1. Values k, 2 k, 3 k, 4 k; total=10 k=100.
2. k=10; smallest=10, largest=40.
3. Difference=40−10=30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Total 100; ਹਰ ਹਿੱਸਾ 10।

ਫ਼ਰਕ 30।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 10 k=100।
2. ਛੋਟੀ 10; ਵੱਡੀ 40।
3. ਫ਼ਰਕ 30।

Ex 176 **SSC CGL pattern — Real a, b, c have mean 4 and ab+bc+ca=0. Find the average of their squares.**

SSC CGL pattern — Real a, b, c ਦਾ mean 4 ਅਤੇ ab+bc+ca=0। Squares ਦਾ mean?

A) 48 **B)** 43 **C)** 53 **D)** 58

Answer: A — 48

Quick method (≈20–40 sec)

Sum=12; pair products sum zero, so square sum=144.

Mean=144/3=48.

Full method

1. a+b+c=12.
2. Square sum=$12^2-2\times0=144$.
3. Mean=48. Example values 12, 0, 0 satisfy both given conditions.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Sum 12; pair products zero, squares total 144।

Mean 48।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. a+b+c=12।
2. Squares total 144।
3. Mean 48; 12, 0, 0 conditions ਪੂਰੇ ਕਰਦੇ ਹਨ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Treating a pair mean as its total. 2. Misassigning P, Q, R to the wrong pairs. 3. Squaring a mean to find mean of squares without extra information.

1. Pair mean ਨੂੰ total ਨਾ ਮੰਨੋ। 2. P, Q, R ਦੇ pairs ਸਹੀ। 3. Squares ਦਾ mean extra information ਬਿਨਾਂ ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 23 Above/below average and hidden strength

ਔਸਤ ਤੋਂ ਉੱਪਰ/ਹੇਠਾਂ ਅਤੇ ਗੁਪਤ ਗਿਣਤੀ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

At a shared meal one person spends ₹20 more than the group’s final average. That is not the same as ₹20 more than the other diners’ average. Put both statements on the same base before calculating.

ਖਾਣੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬੰਦਾ final group average ਤੋਂ ₹20 ਵੱਧ ਦੇਵੇ, ਇਹ ਹੋਰ ਬੰਦਿਆਂ ਦੇ mean ਤੋਂ ₹20 ਵੱਧ ਦੇਣ ਤੋਂ ਵੱਖ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ base ਸਾਫ਼ ਕਰੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for above the average of all, more than the remaining members, combined excess/deficit, or a hidden number of people. Circle the exact group used after the word “average”.

Average of all, remaining members ਤੋਂ ਵੱਧ, excess/deficit ਜਾਂ hidden count ਵੇਖੋ। Average ਕਿਹੜੇ group ਦੀ ਹੈ, ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਾਓ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Let n people overall average A and the other n−1 average B. If the last value is A+d, then nA=(n−1)B+A+d, so (n−1)(A−B)=d. If the last value is instead B+d, then A=B+d/n. These two differences use different bases.

n ਦਾ overall A, ਬਾਕੀ n−1 ਦਾ B। Last=A+d ਹੋਵੇ ਤਾਂ (n−1)(A−B)=d। Last=B+d ਹੋਵੇ ਤਾਂ A=B+d/n। ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚ base ਵੱਖ ਹੈ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Σ(value−A)=0	Deviations from the overall mean balance: total=nA. Overall mean ਤੋਂ ਸਾਰੀਆਂ deviations ਦਾ ਜੋੜ zero।
Last=A+d ⇒ A=B+d/(n−1)	d is signed excess above the overall mean; n>1. d overall mean ਤੋਂ signed excess; n>1।
Last=B+d ⇒ A=B+d/n	d is excess above the other members’ mean. d ਹੋਰ members ਦੀ mean ਤੋਂ excess।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Name overall and remaining means separately.

Overall ਅਤੇ remaining means ਵੱਖ ਲਿਖੋ।

2. Translate “more than” into an equation with the right base.
   More than ਨੂੰ ਸਹੀ base ਨਾਲ equation ਕਰੋ।
3. Balance deviations or solve the total equation.
   Deviations balance ਜਾਂ total equation ਹੱਲ ਕਰੋ।
4. Check whole-number strength and the exact wording.
   Count whole ਹੋਵੇ; wording ਵਿੱਚ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use the mean of the ordinary members as a base; let only the exceptional member contribute a deviation. For multiple exceptional groups sum their weighted deviations. This avoids large totals but does not remove the need to identify the correct comparison group.

ਆਮ members ਦੀ mean ਨੂੰ base ਲਵੋ; exceptional member ਦੀ deviation ਹੀ ਬਚੇਗੀ। ਕਈ groups ਲਈ weighted deviations ਜੋੜੋ। ਵੱਡੇ totals ਬਚਦੇ ਹਨ ਪਰ comparison group ਸਹੀ ਲਾਜ਼ਮੀ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 177 **Easy — 5 diners average ₹40. A final diner spends ₹10 more than the average of all 6 diners. Find that diner’s payment.**

ਸੌਖਾ — 5 diners ਦਾ mean ₹40; ਆਖ਼ਰੀ diner ਪੂਰੇ 6 ਦੇ mean ਤੋਂ ₹10 ਵੱਧ ਦਿੰਦਾ। ਉਸਦੀ payment?

A) 47 rupees B) 52 rupees C) 57 rupees D) 62 rupees

Answer: B — 52 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Overall mean rises by 10/5=2 above the others.

Last=42+10=52.

Full method

1. Let overall mean=A; last payment=A+10.
2. 6 A=5×40+A+10; (5)A=210.
3. A=42; last=A+10=52.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Overall mean ਹੋਰਾਂ ਤੋਂ 2 ਵੱਧ।

ਆਖ਼ਰੀ payment=52।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Overall A; last A+10।
2. Equation: 5 A=210।
3. A=42; last=52।

Ex 178 **Easy — 8 diners average ₹30. A final diner spends ₹16 more than the average of all 9 diners. Find that diner's payment.**

ਸੌਖਾ — 8 diners ਦਾ mean ₹30; ਆਖ਼ਰੀ diner ਪੂਰੇ 9 ਦੇ mean ਤੋਂ ₹16 ਵੱਧ ਦਿੰਦਾ। ਉਸਦੀ payment?

A) 43 rupees **B)** 53 rupees **C)** 58 rupees **D)** 48 rupees

Answer: D — 48 rupees

Quick method (≈20–40 sec)

Overall mean rises by 16/8=2 above the others.

Last=32+16=48.

Full method

1. Let overall mean=A; last payment=A+16.
2. 9 A=8×30+A+16; (8)A=256.
3. A=32; last=A+16=48.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Overall mean ਹੋਰਾਂ ਤੋਂ 2 ਵੱਧ।

ਆਖ਼ਰੀ payment=48।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Overall A; last A+16।
2. Equation: 8 A=256।
3. A=32; last=48।

Ex 179 **Medium — Seven people average 40. An eighth has value 24 more than the average of those seven. Find the mean of all eight.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਸੱਤਾਂ ਦਾ mean 40; ਅੱਠਵੀਂ value ਉਹਨਾਂ ਸੱਤਾਂ ਦੇ mean ਤੋਂ 24 ਵੱਧ। ਸਾਰੇ ਅੱਠਾਂ ਦਾ mean?

A) 43 **B)** 38 **C)** 48 **D)** 53

Answer: A — 43

Quick method (≈20–40 sec)

Exceptional excess over base 40 is 24.

Share over eight:40+24/8=43.

Full method

1. Last value=40+24=64.
2. Total=7×40+64=344.
3. Mean=344/8=43.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 40 ਤੋਂ extra 24।

ਅੱਠਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕੇ mean 43।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਆਖ਼ਰੀ value 64।
2. Total 344।

3. Mean 43।

Ex 180 **Medium — Nine members average 50. The tenth is 18 below the average of all ten. Find the tenth value.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਨੌਂ ਦਾ mean 50; ਦਸਵੀਂ value ਸਾਰੇ ਦਸਾਂ ਦੇ mean ਤੋਂ 18 ਘੱਟ। ਦਸਵੀਂ value?

A) 25 **B)** 35 **C)** 30 **D)** 40

Answer: C — 30

Quick method (≈20–40 sec)

Overall mean is 18/9=2 below the others:48.

Last=48−18=30.

Full method

1. Let overall mean=A; tenth=A−18.
2. 10 A=9×50+A−18; 9 A=432; A=48.
3. Tenth=30; total=450+30=480.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Overall mean ਹੋਰਾਂ ਤੋਂ 2 ਘੱਟ, ਅਰਥਾਤ 48।

Last 30।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Overall A; tenth A−18।
2. Equation ਤੋਂ A=48।
3. ਦਸਵੀਂ 30; total 480।

Ex 181 **Medium — All but one of n people average 60. The exceptional value is 90, and overall average is 65. Find n.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — n ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ mean 60; exceptional value 90 ਅਤੇ overall 65। n?

A) 5 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 6

Answer: D — 6

Quick method (≈20–40 sec)

Exceptional excess=30; overall rise=5.

n=30/5=6.

Full method

1. Total=60(n−1)+90.
2. 60 n+30=65 n.
3. n=6; check (5×60+90)/6=65.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Exceptional excess 30; overall rise 5।

n=6।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Total=60(n−1)+90।

2. Equation ਤੋਂ 5 n=30।

3. n=6; ਜਾਂਚ mean 65।

Ex 182 **Hard — Children average age 12. Their teacher's age in years equals the number of children. Including the teacher gives mean age 12.5. Find the number of children.**

ਔਖਾ — ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ mean age 12; teacher ਦੀ ਸਾਲਾਂ ਵਾਲੀ age ਬੱਚਿਆਂ ਦੇ count ਬਰਾਬਰ ਹੈ। Teacher ਨਾਲ mean 12.5। ਬੱਚੇ ਕਿੰਨੇ?

A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35

Answer: B — 25

Quick method (≈20–40 sec)

For n children, teacher must be 12+0.5(n+1). Set this equal to n.

0.5 n=12.5, so n=25.

Full method

1. Let children count=n and teacher age=n.
2. Total age=12 n+n=13 n; mean 13 n/(n+1)=12.5.
3. 13 n=12.5 n+12.5; n=25. Check 325/26=12.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

n ਬੱਚਿਆਂ ਲਈ teacher=12+0.5(n+1)=n।

n=25।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਬੱਚੇ n, teacher age n।
2. Total 13 n; equation ਲਾਓ।
3. n=25; ਜਾਂਚ 325/26=12.5।

Ex 183 **Hard — Ten scores average 50. Six average 48 and three other scores average 52. Find the last score.**

ਔਖਾ — ਦਸ scores ਦਾ mean 50; ਛੇ ਦਾ 48, ਹੋਰ ਤਿੰਨ ਦਾ 52। ਆਖ਼ਰੀ score?

A) 51 **B)** 61 **C)** 56 **D)** 66

Answer: C — 56

Quick method (≈20–40 sec)

At base 50: six contribute deficit 12 and three excess 6.

Last must supply 6 extra:56.

Full method

1. Required total=500.
2. Known total=6×48+3×52=288+156=444.
3. Last=500−444=56.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 50 ਤੋਂ ਛੇ ਦੀ ਘਾਟ 12, ਤਿੰਨ ਦਾ excess 6।

Last 6 extra ਦੇਵੇ:56।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Total 500।
2. Known total 444।
3. Last 56।

Ex 184 **Banking PO pattern — A group averages 40. Three newcomers averaging 60 raise the overall mean to 43. Find the original group size.**

Banking PO pattern — Group mean 40; 60 mean ਵਾਲੇ ਤਿੰਨ ਨਵੇਂ ਆਏ ਤਾਂ overall 43। Old group size?

A) 17 **B)** 16 **C)** 18 **D)** 19

Answer: A — 17

Quick method (≈20–40 sec)

Extra above base 40=3×20=60; final mean rise=3.

Final count=20; old count=17.

Full method

1. Let old count=n; total after join=40 n+180.
2. 40 n+180=43(n+3); 3 n=51.
3. n=17; check 860/20=43.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 40 ਤੋਂ excess 60; final rise 3।

Final 20; old 17।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old n; total 40 n+180।
2. Equation ਤੋਂ 3 n=51।
3. n=17; ਜਾਂਚ mean 43।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Treating “all” and “others” as identical. 2. Sharing one person’s excess among n−1 when the excess is relative to others. 3. Ignoring signed deficits.

1. All ਅਤੇ others ਇੱਕੋ ਨਹੀਂ। 2. Others ਵਾਲੇ excess ਨੂੰ ਪੂਰੇ n ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। 3. Deficit ਦਾ negative sign ਰੱਖੋ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

TYPE 24 Bounds, option elimination and data sufficiency

Bounds, Options ਅਤੇ Data Sufficiency

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

An average cannot exceed every value being averaged. Such bounds can reject options before calculation. Data sufficiency asks whether the information fixes one answer, even when computing the answer itself is not the main task.

Average ਸਾਰੀਆਂ values ਤੋਂ ਵੱਧ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ। Bounds ਨਾਲ calculation ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ options ਕੱਟ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। Data sufficiency ਵਿੱਚ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਾਲ ਇੱਕ answer ਪੱਕਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for least/greatest possible, can be the mean, insufficient information, or separate statements I and II. Check constraints such as nonnegative marks and whole-person counts.

Least/greatest possible, can be mean, insufficient ਜਾਂ I/II statements ਵੇਖੋ। Nonnegative marks, whole count ਵਰਗੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਪੜ੍ਹੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

With positive weights, a combined mean lies between the extreme values, strictly inside if both extremes occur with positive weight. If m missing values lie in [L, U], their total lies in [mL, mU]. Sufficiency means a unique requested answer for every case consistent with the data.

Positive weights ਵਿੱਚ combined mean extremes ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ; ਦੋਵੇਂ groups ਹੋਣ ਤਾਂ ਅੰਦਰ। m missing values [L, U] ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਤਾਂ total [mL, mU]। Sufficiency ਵਿੱਚ ਹਰ valid case ਉਹੀ ਇਕ answer ਦੇਵੇ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Minimum≤mean≤maximum	Add the lower/upper bounds of all observations and divide by positive count. ਸਭ entries ਦੇ lower/upper bounds ਜੋੜ ਕੇ count ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
One missing x has lower bound required sum−others' maximum sum	To minimise x, maximise the other bounded missing values, while checking feasibility. x ਘੱਟ ਕਰਨ ਲਈ ਹੋਰ bounded values ਵੱਧ ਕਰੋ; feasible ਵੀ ਹੋਣ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. List all bounds and the exact requested quantity.
   Bounds ਅਤੇ ਪੁੱਛੀ quantity ਲਿਖੋ।
2. Use total=nA to find missing totals.
   nA ਨਾਲ missing totals।
3. For sufficiency test I alone, II alone, then jointly.
   Sufficiency ਵਿੱਚ I, II ਵੱਖ; ਫਿਰ ਇਕੱਠੇ।
4. Show two valid different answers to prove insufficiency.
   Insufficient ਲਈ ਦੋ valid ਵੱਖ answers ਦਿਖਾਓ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Eliminate impossible ranges before exact work. For sufficiency, a known total and a known count together fix a mean; either alone may fail. A plausible single example does not prove uniqueness.

Exact ਕੰਮ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ impossible ranges ਹਟਾਓ। Known total ਅਤੇ count ਇਕੱਠੇ mean ਪੱਕਾ ਕਰਦੇ ਹਨ; ਇਕੱਲੇ ਨਹੀਂ ਵੀ। ਇੱਕ example ਮਿਲਣਾ uniqueness ਦਾ ਸਬੂਤ ਨਹੀਂ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 185 **Easy — Three scores average 70. Two are 60 and 80. Find the third.**

ਸੌਖਾ — ਤਿੰਨ scores mean 70; ਦੋ 60, 80। ਤੀਜਾ?

A) 65 **B)** 70 **C)** 75 **D)** 80

Answer: B — 70

Quick method (≈20–40 sec)

Deviations from 70 are −10, +10.

They cancel; missing score=70.

Full method

1. Total=3×70=210.
2. Known=60+80=140.
3. Missing=210−140=70.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

70 ਤੋਂ deviations −10, +10।

ਕੱਟੀਆਂ; missing 70।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Total 210।
2. Known 140।
3. Missing 70।

Ex 186 **Easy — Five observations average 40. Four are each at most 45. Find the least possible fifth value, with no further restriction on it.**

ਸੌਖਾ — ਪੰਜ values mean 40; ਚਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰ value ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 45। ਪੰਜਵੀਂ ਦਾ least possible ਮੁੱਲ?

A) 15 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 20

Answer: D — 20

Quick method (≈20–40 sec)

Required total=200; other four can contribute at most 180.

Least fifth=20, attained with four 45 s.

Full method

1. Total=200.
2. Maximum other total=4×45=180.
3. Fifth≥200−180=20. Values 45, 45, 45, 45, 20 attain the bound.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Required 200; ਹੋਰ ਚਾਰ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 180।

Least 20; ਚਾਰ 45 ਲੈ ਕੇ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Total 200।
2. ਹੋਰ maximum 180।
3. ਪੰਜਵੀਂ ≥20; ਦਿੱਤੀ list ਨਾਲ attainable ਹੈ।

Ex 187 **Medium — Two nonempty groups have means 40 and 70. Which option can be their combined mean?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਦੋ nonempty groups ਦੇ means 40, 70। ਕਿਹੜਾ option combined mean ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ?

A) 55 **B)** 20 **C)** 35 **D)** 80

Answer: A — 55

Quick method (≈20–40 sec)

Combined must be strictly between 40 and 70.

55 is possible with equal-sized groups.

Full method

1. Positive weights force 40<C<70.
2. Options 20, 35, 80 lie outside the interval.
3. Equal counts give (40+70)/2=55, proving feasibility.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Combined 40 ਅਤੇ 70 ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੋਵੇ।

55 equal counts ਨਾਲ possible।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Positive weights ਨਾਲ 40<C<70।
2. 20, 35, 80 interval ਤੋਂ ਬਾਹਰ।
3. Equal counts ਨਾਲ 55; feasible।

Ex 188 **Medium — Four tests out of 100 average 70. Two scores are 60 and 70; the other two are x and y. Find the least possible x.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 100 ਵਿੱਚੋਂ ਚਾਰ tests ਦਾ mean 70; ਦੋ 60, 70 ਅਤੇ ਬਾਕੀ x, y। x ਦਾ least possible ਮੁੱਲ?

A) 45 **B)** 55 **C)** 50 **D)** 60

Answer: C — 50

Quick method (≈20–40 sec)

x+y=280−130=150.

Maximise y to 100, leaving x=50.

Full method

1. Required total=280; known total=130.
2. Missing sum=150. Since y≤100, x≥50.
3. x=50, y=100 are allowed and attain average 70.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

x+y=150।

y=100 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ; x=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Required 280; known 130।
2. Missing 150; y≤100 ਤੋਂ x≥50।
3. x 50, y 100 valid; mean 70।

Ex 189 **Medium — Find a class's average score. I: total score is 600. II: there are 20 students.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Class ਦਾ mean ਲੱਭਣਾ ਹੈ। I: total marks 600। II: students 20।

A) I alone · ਸਿਰਫ਼ I
B) II alone · ਸਿਰਫ਼ II
C) Insufficient jointly · ਇਕੱਠੇ ਵੀ ਅਧੂਰੇ
D) Both necessary · ਦੋਵੇਂ ਲੋੜੀਂਦੇ

Answer: D — Both necessary · ਦੋਵੇਂ ਲੋੜੀਂਦੇ

Quick method (≈20–40 sec)

I gives total but no count; II gives count but no total.

Together mean=600/20=30; both are necessary.

Full method

1. I alone allows 10 students mean 60 or 20 students mean 30.
2. II alone allows many total scores.
3. Together total 600/count 20 fixes 30 uniquely.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

I ਵਿੱਚ count ਨਹੀਂ; II ਵਿੱਚ total ਨਹੀਂ।

ਦੋਵੇਂ ਨਾਲ mean 30; ਦੋਵੇਂ ਜ਼ਰੂਰੀ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. I ਇਕੱਲਾ count 10 mean 60 ਜਾਂ count 20 mean 30 ਦਿੰਦਾ।
2. II ਇਕੱਲਾ ਕਈ totals ਦੇ ਸਕਦਾ।
3. ਇਕੱਠੇ 30 ਪੱਕਾ।

Ex 190 **Hard — Twenty students average age 12. Find the teacher's age. I: including the teacher the mean is 13. II: the teacher is older than 12.**

ਔਖਾ — 20 students ਦਾ mean age 12। Teacher age? I: teacher ਨਾਲ mean 13। II: teacher 12 ਤੋਂ ਵੱਡਾ।

A) II alone · ਸਿਰਫ਼ II
B) I alone · ਸਿਰਫ਼ I
C) Both necessary · ਦੋਵੇਂ ਲੋੜੀਂਦੇ
D) Insufficient jointly · ਇਕੱਠੇ ਵੀ ਅਧੂਰੇ

Answer: B — I alone · ਸਿਰਫ਼ I

Quick method (≈20–40 sec)

I gives teacher=21×13−20×12=33.

II only gives a range; I alone suffices.

Full method

1. Student total=240.
2. I gives combined total 273, hence teacher 33.
3. II permits ages 20, 30 and others, so is insufficient.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

I ਨਾਲ teacher 33।

II ਸਿਰਫ਼ range; I ਕਾਫ਼ੀ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Student total 240।
2. I ਤੋਂ total 273, teacher 33।
3. II ਨਾਲ 20, 30 ਆਦਿ ਕਈ ages possible।

Ex 191 **Hard — Find a nonempty group's average. I: there are ten observations. II: every observation equals 7.**

ਔਖਾ — Nonempty group ਦਾ mean? I: ਦਸ entries। II: ਹਰ entry 7।

A) I alone · ਸਿਰਫ਼ I
B) Both necessary · ਦੋਵੇਂ ਲੋੜੀਂਦੇ
C) II alone · ਸਿਰਫ਼ II
D) Insufficient jointly · ਇਕੱਠੇ ਵੀ ਅਧੂਰੇ

Answer: C — II alone · ਸਿਰਫ਼ II

Quick method (≈20–40 sec)

A count alone fixes no mean.

If every value is 7, its mean is 7 regardless of count.

Full method

1. I allows ten 1 s or ten 9 s, giving different means.
2. II gives total 7 n with n>0.
3. Mean 7 n/n=7, unique.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Count ਇਕੱਲਾ mean ਨਹੀਂ ਦਿੰਦਾ।

ਹਰ value 7 ਤਾਂ mean 7; II ਕਾਫ਼ੀ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. I ਨਾਲ ਦਸ 1 ਜਾਂ ਦਸ 9; means ਵੱਖ।
2. II total 7 n, n>0।
3. Mean 7 ਪੱਕਾ।

Ex 192 **Banking data-sufficiency pattern — Find a mixed class's average marks. I: boys average 60. II: girls average 80. Both groups are nonempty.**

Banking data-sufficiency pattern — Mixed class ਦਾ mean? I: boys mean 60। II: girls mean 80। ਦੋਵੇਂ groups nonempty।

A) Insufficient jointly · ਇਕੱਠੇ ਵੀ ਅਧੂਰੇ
B) I alone · ਸਿਰਫ਼ I

C) II alone · ਸਿਰਫ਼ II

D) Both necessary · ਦੋਵੇਂ ਲੋੜੀਂਦੇ

Answer: A — Insufficient jointly · ਇਕੱਠੇ ਵੀ ਅਧੂਰੇ

Quick method (≈20–40 sec)

Group sizes or their ratio are missing.

Even jointly, equal counts give 70 but boys:girls=3:1 gives 65.

Full method

1. I alone does not give girls' marks or counts.
2. II alone does not give boys' marks or counts.
3. Together both 1:1 and 3:1 are valid with different means 70, 65; not unique.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Counts/Ratio ਨਹੀਂ ਦਿੱਤੇ।

ਇਕੱਠੇ ਵੀ equal count mean 70, Ratio 3:1 mean 65।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. I ਇਕੱਲਾ girls/counts ਨਹੀਂ ਦਿੰਦਾ।
2. II ਇਕੱਲਾ boys/counts ਨਹੀਂ ਦਿੰਦਾ।
3. ਦੋਵੇਂ Ratio 1:1 ਅਤੇ 3:1 valid ਪਰ means ਵੱਖ; ਅਧੂਰਾ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Treating a bound as the exact value. 2. Using statement II while testing I alone. 3. Assuming equal boys/girls without a ratio.

1. Bound ਨੂੰ exact ਨਾ ਮੰਨੋ। 2. I test ਕਰਦਿਆਂ II ਨਾ ਵਰਤੋ। 3. Ratio ਬਿਨਾਂ boys/girls equal ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This pattern supports SSC, Railways, banking and state numerical questions; its frequency varies by paper. Aim for 25–40 seconds on a direct question and up to 60 seconds on linked conditions. Compare the answer with the original totals and reject options with impossible size or units.

ਇਹ pattern SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਜੁੜੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਈ 60 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਅਸਲ totals ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਗਲਤ size/unit ਵਾਲੇ options ਹਟਾਓ।

Mixed exam-level examples

ਮਿਲੇ-ਜੁਲੇ Exam ਪੱਧਰ ਦੇ ਸਵਾਲ

Use totals as the reliable full method and deviations as the quick method. Every pattern question here is newly written. All cricket conventions are stated in the question.

Full method ਲਈ totals ਅਤੇ quick method ਲਈ deviations ਵਰਤੋ। ਇੱਥੇ ਸਾਰੇ pattern ਸਵਾਲ ਆਪਣੇ ਬਣਾਏ ਹਨ। Cricket ਦੀ convention ਹਰ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਸਾਫ਼ ਹੈ।

Ex 193 **Hard — Twenty students have a recorded mean of 60; one mark 85 was written as 45. Another 30 students average 70. Find the corrected overall mean.**

ਔਖਾ — 20 students ਦਾ recorded mean 60; 85 ਦੀ ਥਾਂ 45 ਲਿਖਿਆ। ਹੋਰ 30 ਦਾ mean 70। Corrected overall mean?

A) 61.8 **B)** 66.8 **C)** 71.8 **D)** 76.8

Answer: B — 66.8

Quick method (≈20–40 sec)

Correct first mean=60+40/20=62.

Use base 70: deficit 20×8=160 across 50; mean=70−3.2=66.8.

Full method

1. Recorded first total=1200; correction=85−45=40; correct total 1240.
2. Second total=30×70=2100.
3. Combined total 3340 and count 50; mean 3340/50=66.8.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ correct mean 62।

Base 70 ਤੋਂ ਘਾਟ 160; mean 66.8।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੇ ਦਾ correct total 1240।
2. ਦੂਜੇ ਦਾ total 2100।
3. Combined 3340, count 50; mean 66.8।

Ex 194 **Hard — Five years ago four family members averaged 25. Two children were born later and no one left. Today six average 21; the children differ by 2. Find the younger child's age.**

ਔਖਾ — ਪੰਜ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਚਾਰਾਂ ਦਾ mean 25; ਬਾਅਦ ਦੋ ਬੱਚੇ ਹੋਏ, ਕੋਈ ਨਹੀਂ ਗਿਆ। ਅੱਜ ਛੇ ਦਾ mean 21; ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 2। ਛੋਟੇ ਦੀ age?

A) 1 years **B)** 3 years **C)** 4 years **D)** 2 years

Answer: D — 2 years

Quick method (≈20–40 sec)

Original four now total 120; all six total 126.

Children sum 6; younger=(6−2)/2=2.

Full method

1. Earlier total 4×25=100; age original four by 5:100+20=120.
2. Children sum=6×21−120=6.
3. Let younger=x, elder=x+2;2 x+2=6 gives x=2.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪੁਰਾਣੇ ਚਾਰ ਅੱਜ total 120; ਸਾਰਿਆਂ ਦਾ 126।

ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ sum 6; ਛੋਟਾ 2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old 100; ਚਾਰਾਂ ਦੇ 20 ਜੋੜ ਕੇ 120।
2. ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ 6।

3. 2 x+2=6; x=2।

Ex 195 **Hard — Equal money is spent at ₹40/kg and ₹60/kg, buying 50 kg altogether. Another 10 kg is bought at ₹72/kg. Find the final average price per kg.**

ਔਖਾ — ₹40/kg, ₹60/kg ਉੱਤੇ equal spend ਨਾਲ 50 kg ਲਏ; ਫਿਰ 10 kg ₹72/kg ਨਾਲ। Final average rate?

A) 52 ₹/kg **B)** 47 ₹/kg **C)** 57 ₹/kg **D)** 62 ₹/kg

Answer: A — 52 ₹/kg

Quick method (≈20–40 sec)

Equal-money rate=2×40×60/100=48.

Base 48: extra batch adds 10×24=240 across 60 kg; final 52.

Full method

1. Equal-money first rate=48; first 50 kg cost 2400.
2. Next cost=10×72=720; total 3120.
3. Quantity 60 kg; rate 3120/60=52.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Equal-money rate 48।

Base 48 ਤੋਂ extra 240;60 kg ਵਿੱਚ 4 ਵੱਧ, final 52।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੇ 50 kg ਦੀ cost 2400।
2. ਅਗਲੀ cost 720; total 3120।
3. Quantity 60; rate 52।

Ex 196 **Hard — A batter's actual mean is 40 after 12 dismissals. A score of 60 not out is followed by 45 and dismissal. Find the new actual mean.**

ਔਖਾ — 12 dismissals ਮਗਰੋਂ actual mean 40; ਫਿਰ 60 not out ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਵਿੱਚ 45 ਤੇ out। New actual mean?

A) 40 **B)** 50 **C)** 45 **D)** 55

Answer: C — 45

Quick method (≈20–40 sec)

Only one new dismissal; runs become 480+60+45=585.

585/13=45.

Full method

1. Old runs 12×40=480.
2. After not-out runs 540, dismissals 12.
3. Next dismissed score 45 gives 585 runs and 13 dismissals; mean 45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ new dismissal; runs 585।

Mean 45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old runs 480।
2. Not-out ਮਗਰੋਂ runs 540, dismissals 12।
3. ਫਿਰ 585 runs, 13 dismissals; mean 45।

Ex 197 **Hard — Eleven observations average 50; first 7 average 48 and last 6 average 54. One of the shared values is 50. Find the other shared value.**

ਔਖਾ — 11 values ਦਾ mean 50; first 7 mean 48, last 6 mean 54। Shared values ਵਿੱਚ ਇੱਕ 50। ਦੂਜੀ?

A) 55 **B)** 65 **C)** 70 **D)** 60

Answer: D — 60

Quick method (≈20–40 sec)

Shared count=7+6−11=2. Shared total=336+324−550=110.

Other=110−50=60.

Full method

1. Block totals 336 and 324; overall total 550.
2. Overlap total=660−550=110.
3. Two shared entries sum 110; after known 50 the other is 60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Shared count 2 ਅਤੇ total 110।

ਦੂਜੀ 60।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Block totals 336, 324; overall 550।
2. Overlap total 110।
3. 50 ਕੱਢ ਕੇ ਦੂਜੀ 60।

Ex 198 **Hard — A class averages 60. Four arrivals averaging 75 raise the mean to 63. Then a score 50 is replaced by 90. Find the final mean.**

ਔਖਾ — Class mean 60;75 mean ਵਾਲੇ ਚਾਰ ਆਏ ਤਾਂ 63। ਫਿਰ 50 ਦੀ ਥਾਂ 90 ਰੱਖਿਆ। Final mean?

A) 60 **B)** 65 **C)** 70 **D)** 75

Answer: B — 65

Quick method (≈20–40 sec)

Newcomer excess over 60=60; mean rise 3 implies final count 20.

Replacement adds 40/20=2 to mean 63: final 65.

Full method

1. Let old n:60 n+300=63(n+4), so 3 n=48, n=16.
2. After join total 20×63=1260.
3. After replacement total 1260−50+90=1300; mean 1300/20=65.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 60 ਤੋਂ excess 60; rise 3 ਤੋਂ final count 20।

Replacement mean 2 ਵਧਾਉਂਦਾ; final 65।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Old n 16; final count 20।
2. Join ਮਗਰੋਂ total 1260।
3. Replacement ਮਗਰੋਂ 1300; mean 65।

Ex 199 **Hard — A vehicle travels equal outward/return distances at 40 and 60 km/h. Including a 30-minute halt, its average is 40 km/h. Find the one-way distance.**

ਔਖਾ — Equal outward/return distances 40, 60 km/h ਨਾਲ।30-minute halt ਸਮੇਤ average 40। One-way distance?

A) 55 km **B)** 65 km **C)** 60 km **D)** 70 km

Answer: C — 60 km

Quick method (≈20–40 sec)

Moving average=48. A halt reduces it to 40. For total distance D: D/40−D/48=1/2.

D/240=1/2 gives total 120; one-way 60 km.

Full method

1. Let one-way distance=d; moving time=d/40+d/60=d/24.
2. Elapsed time=d/24+1/2;40=2 d/(d/24+1/2).
3. 5 d/3+20=2 d, so d/3=20 and d=60.
4. Check times 1.5+1+0.5=3 h; distance 120; speed 40.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Moving mean 48; halt ਨਾਲ 40। D/40−D/48=1/2।

Total 120; one-way 60 km।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. One-way d; moving time=d/24।
2. 40=2 d/(d/24+1/2)।
3. Equation ਤੋਂ d 60।
4. ਜਾਂਚ 3 h ਵਿੱਚ 120 km; speed 40।

Ex 200 **Banking PO pattern — A recorded frequency table has values 20, 40, 60 with frequencies 2, f, 4 and mean 45. One recorded 40 should actually be 60. Find the corrected mean.**

Banking PO pattern — Table values 20, 40, 60 ਦੇ counts 2, f, 4 ਅਤੇ mean 45। ਇੱਕ 40 ਦੀ ਥਾਂ ਅਸਲ 60 ਹੈ। Corrected mean?

A) 47.5 **B)** 42.5 **C)** 52.5 **D)** 57.5

Answer: A — 47.5

Quick method (≈20–40 sec)

Solve 280+40 f=45(6+f):f=2 and total count 8.

Correction 20/8=2.5 raises 45 to 47.5.

Full method

1. Known weighted sum=2×20+4×60=280; total=280+40 f.
2. Count=6+f; mean 45 gives 280+40 f=270+45 f, hence f=2.
3. Recorded total=8×45=360; correction+20 gives 380.
4. Correct mean 380/8=47.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Equation ਤੋਂ f 2, count 8।

Correction 2.5; correct mean 47.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Weighted total=280+40 f।
2. f=2; count 8।
3. Recorded 360; correct 380।
4. Correct mean 47.5।

Practice Set: 50 MCQs

ਅਭਿਆਸ ਸੈੱਟ: 50 ਸਵਾਲ

Questions 1–15 are easy, 16–35 medium and 36–50 hard. Use no calculator for the first attempt. Aim for 20–40 seconds on familiar forms and at most one minute on a linked question; check errors before increasing speed. All purchase quantities and test weights are as stated.

ਸਵਾਲ 1–15 ਸੌਖੇ, 16–35 ਦਰਮਿਆਨੇ, 36–50 ਔਖੇ। ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ calculator ਬਿਨਾਂ ਕਰੋ। ਜਾਣੇ forms ਲਈ 20–40 ਸਕਿੰਟ ਅਤੇ linked ਲਈ ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਟੀਚਾ; ਪਹਿਲਾਂ errors ਠੀਕ ਕਰੋ, ਫਿਰ speed ਵਧਾਓ।

1. **Easy — Find the average of 41, 45, 49.**

ਸੌਖਾ — 41, 45, 49 ਦੀ ਔਸਤ?

A) 45 **B)** 40 **C)** 50 **D)** 55

2. **Easy — Eight values average 24. Find their total.**

ਸੌਖਾ — ਅੱਠ values ਦਾ mean 24। Total?

A) 187 **B)** 197 **C)** 192 **D)** 202

3. **Easy — Five values average 30. Four are 20, 25, 35, 40. Find the fifth.**

ਸੌਖਾ — ਪੰਜ values mean 30; ਚਾਰ 20, 25, 35, 40। ਪੰਜਵੀਂ?

A) 25 **B)** 30 **C)** 35 **D)** 40

4. **Easy — Seven consecutive integers average 42. Find the smallest.**

ਸੌਖਾ — ਸੱਤ consecutive integers mean 42। Smallest?

A) 34 **B)** 44 **C)** 49 **D)** 39

5. **Easy — Find the mean of the first 20 positive odd numbers.**

ਸੌਖਾ — ਪਹਿਲੇ 20 positive odd numbers ਦਾ mean?

A) 19 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 22

6. **Easy — Find the mean of multiples of 7 between 20 and 80.**

ਸੌਖਾ — 20 ਅਤੇ 80 ਵਿਚਕਾਰ 7 ਦੇ multiples ਦਾ mean?

A) 49 **B)** 44 **C)** 54 **D)** 59

7. **Easy — Find the mean of primes between 10 and 20.**

ਸੌਖਾ — 10 ਅਤੇ 20 ਵਿਚਕਾਰ primes ਦਾ mean?

A) 14 **B)** 16 **C)** 17 **D)** 15

8. **Easy — Find the mean of 1^2, 2^2, 3^2, 4^2.**

ਸੌਖਾ — 1^2, 2^2, 3^2, 4^2 ਦਾ mean?

A) 6.5 **B)** 8.5 **C)** 7.5 **D)** 9.5

9. **Easy — Find the average of 3, 6, 12, 24.**

ਸੌਖਾ — 3, 6, 12, 24 ਦਾ average?

A) 11.25 **B)** 10.25 **C)** 12.25 **D)** 13.25

10. **Easy — Every value rises 6; old mean 19. Find new mean.**

ਸੌਖਾ — ਹਰ value 6 ਵਧੀ; old mean 19। New?

A) 24 **B)** 26 **C)** 27 **D)** 25

11. **Easy — Equal-sized groups average 30 and 50. Find combined mean.**

ਸੌਖਾ — Equal-count groups ਦੇ means 30, 50। Combined?

A) 35 **B)** 45 **C)** 40 **D)** 50

12. **Easy — Groups average 10 and 30, combined 25; total 40 people. Find high-group count.**

ਸੌਖਾ — Groups ਦੇ means 10, 30; combined 25, count 40। High count?

A) 25 **B)** 30 **C)** 35 **D)** 40

13. **Easy — Five members average 20. A sixth makes the mean 21. Find the sixth value.**

ਸੌਖਾ — ਪੰਜਾਂ ਦਾ mean 20; ਛੇਵਾਂ ਆਇਆ ਤਾਂ 21। ਛੇਵੀਂ value?

A) 25 **B)** 27 **C)** 26 **D)** 28

14. **Easy — Ten entries average 40. Excluding one leaves nine averaging 38. Find the excluded value.**

ਸੌਖਾ — ਦਸ ਦਾ mean 40; ਇੱਕ ਕੱਢ ਕੇ ਨੌਂ ਦਾ 38। ਹਟਾਈ value?

A) 58 **B)** 53 **C)** 63 **D)** 68

15. **Easy — Twenty marks have recorded mean 30. A 40 should be 60. Find corrected mean.**

ਸੌਖਾ — 20 marks recorded mean 30;40 ਦੀ ਥਾਂ 60। Correct mean?

A) 26 **B)** 36 **C)** 41 **D)** 31

16. **Medium — Seven results average 50; first 4 average 48 and last 4 average 54. Find the shared result.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਸੱਤ mean 50; first 4 mean 48, last 4 mean 54। Shared result?

A) 53 **B)** 58 **C)** 63 **D)** 68

17. **Medium — Ten values average 50. Replace 40 with 70. Find the new mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਦਸ ਦਾ mean 50;40 ਦੀ ਥਾਂ 70। New mean?

A) 48 **B)** 58 **C)** 63 **D)** 53

18. **Medium — A fixed six-member group averages 25 years. Find its mean after 4 years.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਉਹੀ ਛੇ members mean age 25;4 ਸਾਲ ਮਗਰੋਂ?

A) 28 **B)** 30 **C)** 29 **D)** 31

19. **Medium — Thirty children average 12 years; with teacher the mean is 13. Find teacher age.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 30 children mean 12; teacher ਨਾਲ 13। Teacher age?

A) 43 **B)** 38 **C)** 48 **D)** 53

20. **Medium — Four tests average 60. Find the next score for an overall mean 65 across five.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਚਾਰ tests mean 60; ਪੰਜਾਂ ਦਾ 65 ਲਈ ਅਗਲਾ score?

A) 80 **B)** 85 **C)** 90 **D)** 95

21. **Medium — Scores 50, 70, 80 have weights 1, 2, 1. Find weighted mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Scores 50, 70, 80 ਦੇ weights 1, 2, 1। Mean?

A) 67.5 **B)** 62.5 **C)** 72.5 **D)** 77.5

22. **Medium — A batter has 9 dismissed innings averaging 30, then scores 70 and is dismissed. Find new mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 9 dismissed innings mean 30; ਅਗਲੇ 70 ਤੇ out। New mean?

A) 29 **B)** 39 **C)** 34 **D)** 44

23. **Medium — A bowler has 120 runs/10 wickets, then 30 runs/5 wickets. Find combined bowling average.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Bowler 120 runs/10 wickets, ਫਿਰ 30/5। Combined mean?

A) 9 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 10

24. **Medium — A team scores 60 in 7 overs 3 legal balls. Find run rate.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Team 7 overs 3 balls ਵਿੱਚ 60 runs। Rate?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10

25. **Medium — Equal distances at 30 and 60 km/h: find average speed.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Equal distances 30, 60 km/h; average?

A) 40 **B)** 35 **C)** 45 **D)** 50

26. **Medium — Equal times at 25 and 55 km/h: find average speed.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Equal times 25, 55 km/h; average?

A) 35 **B)** 45 **C)** 40 **D)** 50

27. **Medium — Equal money is spent at₹60/kg and₹90/kg. Find average price per kg.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ₹60/kg, ₹90/kg ਉੱਤੇ equal spend। Average rate?

A) 67 **B)** 77 **C)** 82 **D)** 72

28. **Medium — Buy 3 kg at₹40/kg and 2 kg at₹60/kg. Find average rate.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 3 kg ₹40/kg, 2 kg ₹60/kg। Average rate?

A) 48 **B)** 43 **C)** 53 **D)** 58

29. **Medium — Monthly expenses average₹3000 for 4 months and₹4500 for 8. Find yearly monthly mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 4 months mean₹3000, next 8 ₹4500। Yearly monthly mean?

A) 3995 **B)** 4000 **C)** 4005 **D)** 4010

30. **Medium — Visitors average 100 on each of 5 weekdays and 240 on each of 2 weekend days. Find weekly daily mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 5 weekdays mean 100, 2 weekend days 240। Daily mean?

A) 135 **B)** 145 **C)** 150 **D)** 140

31. **Medium — Values 10, 20, 30 have frequencies 2, 4, 4. Find mean.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Values 10, 20, 30 ਦੇ counts 2, 4, 4। Mean?

A) 21 **B)** 23 **C)** 22 **D)** 24

32. **Medium — Three numbers have ratio 2:3:5 and average 30. Find the largest.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਤਿੰਨ ਦਾ Ratio 2:3:5 ਅਤੇ mean 30। Largest?

A) 40 **B)** 45 **C)** 50 **D)** 55

33. **Medium — Pair means(a, b), (b, c), (a, c) are 18, 21, 23. Find a.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Pair means 18, 21, 23 ਕ੍ਰਮਵਾਰ(a, b), (b, c), (a, c)। a?

A) 20 **B)** 19 **C)** 21 **D)** 22

34. **Medium — Four people average 20. A fifth is 12 above the overall five-person mean. Find that fifth value.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਚਾਰਾਂ ਦਾ mean 20; ਪੰਜਵੀਂ value ਪੂਰੇ ਪੰਜਾਂ ਦੀ mean ਤੋਂ 12 ਵੱਧ। ਪੰਜਵੀਂ?

A) 30 **B)** 40 **C)** 35 **D)** 45

35. **Medium — x+y=160 with both scores between 0 and 100. Find least possible x.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x+y=160; ਦੋਵੇਂ 0 ਤੋਂ 100। Least x?

A) 55 **B)** 65 **C)** 70 **D)** 60

36. **Hard — The first n positive odd numbers have average 25. Find n.**

ਔਖਾ — ਪਹਿਲੇ n positive odd ਦਾ mean 25। n?

A) 25 **B)** 24 **C)** 26 **D)** 27

37. **Hard — Replacing 30 by 70 raises a mean by 2. Find the fixed count.**

ਔਖਾ — 30 ਦੀ ਥਾਂ 70 ਨਾਲ mean 2 ਵਧੀ। Fixed count?

A) 19 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 22

38. **Hard — Twelve scores were averaged using 13 entries because 62 was duplicated. The wrong mean was 50. Find correct mean.**

ਔਖਾ — 12 scores ਵਿੱਚ 62 double ਨਾਲ 13 entries ਅਤੇ wrong mean 50। Correct mean?

A) 44 **B)** 54 **C)** 59 **D)** 49

39. **Hard — Five years ago four members averaged 30. Two children born since then make today's six-person mean 25. Their age difference is 4. Find the younger age.**

ਔਖਾ — ਪੰਜ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਚਾਰਾਂ ਦਾ mean 30; ਬਾਅਦ ਦੋ ਬੱਚੇ, ਅੱਜ ਛੇ ਦਾ mean 25। ਫ਼ਰਕ 4। ਛੋਟੇ ਦੀ age?

A) 2 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 5

40. **Hard — Actual batting mean 50 after 18 dismissals. Next 70 not out, then 56 and dismissal. Find final average.**

ਔਖਾ — 18 dismissals mean 50; ਫਿਰ 70 not out, ਫਿਰ 56 ਤੇ out। Final mean?

A) 49 **B)** 54 **C)** 59 **D)** 64

41. **Hard — Equal outward/return distances at 30 and 60 km/h plus 30-minute halt give average 30 km/h. Find total distance.**

ਔਖਾ — Equal outward/return 30, 60 km/h ਅਤੇ halt 30 min ਨਾਲ average 30। Total distance?

A) 60 **B)** 55 **C)** 65 **D)** 70

42. **Hard — Ten tests average 60. What mean in next 2 tests gives 65 over 12?**

ਔਖਾ — ਦਸ tests mean 60; ਅਗਲੇ 2 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ mean ਤਾਂ 12 ਦਾ 65?

A) 85 **B)** 95 **C)** 90 **D)** 100

43. **Hard — Group means 40, 70 combine to 58. The lower group has 20 people. Find total strength.**

ਔਖਾ — Means 40, 70 combined 58; low group 20। Total count?

A) 45 **B)** 55 **C)** 60 **D)** 50

44. **Hard — Ten values have recorded mean 40; a 58 was entered as 38. Another 20 values average 60. Find corrected combined mean.**

ਔਖਾ — ਦਸ ਦਾ recorded mean 40;58 ਦੀ ਥਾਂ 38। ਹੋਰ 20 ਦਾ 60। Correct combined mean?

A) 49 **B)** 54 **C)** 59 **D)** 64

45. **Hard — Values 20, 40, 60 have frequencies 2, f, 4 and mean 45. Find f.**

ਔਖਾ — Values 20, 40, 60 ਦੇ counts 2, f, 4 ਅਤੇ mean 45। f?

A) 1 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 2

46. **Hard — Four leave-one-out means are 16, 18, 20, 22. Find full mean.**

ਔਖਾ — ਚਾਰ leave-one-out means 16, 18, 20, 22। Full mean?

A) 19 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 21

47. **Hard — All but one person average 30; last value 45; overall mean 33. Find total count.**

ਔਖਾ — ਇੱਕ ਤੋਂ ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ mean 30; last 45; overall 33। Total count?

A) 4 **B)** 6 **C)** 5 **D)** 7

48. **Hard — Nonempty groups average 40 and 80. Which can be the combined mean?**

ਔਖਾ — Nonempty groups ਦੇ means 40, 80। ਕਿਹੜਾ combined mean possible?

A) 20 **B)** 60 **C)** 40 **D)** 80

49. **Hard — Find a group's mean. I: count 12. II: total 360. Which information is sufficient?**

ਔਖਾ — Group mean ਲੱਭੋ। I:count 12। II:total 360। ਕਿਹੜੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਕਾਫ਼ੀ?

A) Both necessary · ਦੋਵੇਂ ਲੋੜੀਂਦੇ **B)** I alone · ਸਿਰਫ਼ I

C) II alone · ਸਿਰਫ਼ II **D)** Insufficient jointly · ਦੋਵੇਂ ਵੀ ਅਧੂਰੇ

50. **Hard — Same fixed hostel cost and variable rate:20 residents pay₹350 each, 30 pay₹250 each. Find fixed cost.**

ਔਖਾ — ਉਹੀ fixed/variable rates:20 residents₹350-350, 30₹250-250। Fixed cost?

A) 5995 **B)** 6005 **C)** 6010 **D)** 6000

Answer Key
ਉੱਤਰ ਕੁੰਜੀ

1 A	2 C	3 B	4 D	5 B	6 A	7 D	8 C	9 A	10 D
11 C	12 B	13 C	14 A	15 D	16 B	17 D	18 C	19 A	20 B
21 A	22 C	23 D	24 B	25 A	26 C	27 D	28 A	29 B	30 D
31 C	32 B	33 A	34 C	35 D	36 A	37 B	38 D	39 C	40 B
41 A	42 C	43 D	44 B	45 D	46 A	47 C	48 B	49 A	50 D

1. A Symmetric deviations around 45 cancel.
45 ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ deviations ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।

2. C Total=8×24=192.
Total=8×24=192।

3. B Required 150−known 120=30.
Required 150−known 120=30।

4. D Three steps below the centre:42−3=39.
Centre ਤੋਂ ਤਿੰਨ steps ਹੇਠਾਂ 39।

5. B First n odd numbers average n.
ਪਹਿਲੇ n odd ਦਾ mean n।

6. A Eligible endpoints 21, 77 give midpoint 49.
Eligible endpoints 21, 77; midpoint 49।

7. D 11+13+17+19=60; divide by 4.
60 ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।

8. C Square total 30 over 4 gives 7.5.
Squares total 30; mean 7.5।

9. A Geometric sum 45 divided by 4=11.25.
Geometric sum 45/4=11.25।

10. D Apply the same +6 to the mean.
Mean ਵੀ 6 ਵਧਦਾ ਹੈ।

11. C Equal weights permit the midpoint 40.
Equal weights ਨਾਲ midpoint 40।

12. B High fraction 15/20=3/4; count 30.
High fraction 3/4; count 30।

13. C New value=20+6×1=26.
New value=20+6=26।

14. A Removed=400−342=58.
Removed=400−342=58।

15. D Add net correction 20/20=1.
Mean ਵਿੱਚ 20/20=1 ਜੋੜੋ।

16. B Overlap=192+216−350=58.
Overlap total 58।

17. D Replacement gain 30/10=3.
Replacement ਨਾਲ mean 3 ਵਧਿਆ।

18. C Fixed-members mean rises by 4.
Fixed mean 4 ਵਧਦਾ ਹੈ।

19. A Teacher=12+31×1=43.
Teacher=12+31=43।

20. B Next=60+5×5=85.
Next=85।

21. A Weighted total 270/weight 4=67.5.
270/4=67.5।

22. C Excess 40 spread across 10 raises mean 4.
Excess 40 ਨੂੰ 10 ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕੇ mean 34।

23. D Total 150 runs/15 wickets=10.
150/15=10।

24. B 45 balls=7.5 overs;60/7.5=8.
45 balls; rate 8।

25. A Choose 60 km each:120 km/3 h=40.
60-60 km ਲਵੋ;120/3=40।

26. C Equal-time arithmetic mean=(25+55)/2.
Equal-time mean 40।

27. D Spend₹180 each:3 kg+2 kg, ₹360/5=72.
₹180-180 ਲਵੋ; rate 72।

28. A Cost 240/quantity 5=48.
Cost 240/5=48।

29. B Use weights 1:2: (3000+9000)/3=4000.
Weights 1:2 ਤੇ 4000।

30. D Total 980/7=140.
Total 980/7=140।

31. C Weighted total 220/count 10=22.
Weighted total 220/10=22।

32. B Total 90/10 parts=9; largest 5×9=45.
ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ 9; largest 45।

33. A a=P+R−Q=18+23−21=20.
a=18+23−21=20।

34. C Overall=20+12/4=23; exceptional=23+12=35.
Overall 23; exceptional 35।

35. D Maximise y to 100, so x≥60, attained at(60, 100).
y 100 ਕਰਕੇ x 60 attainable।

36. A Mean of the first n odds equals n.
First n odds ਦੀ mean n ਹੈ।

37. B Count=total change 40/mean change 2=20.
Count 40/2=20।

38. D Used total 650; remove extra 62:588/12=49.
650−62=588; /12=49।

39. C Children sum 150−140=10; younger=(10−4)/2=3.
ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ 10; ਛੋਟਾ 3।

40. B Runs 1026; dismissals 19; mean 54.
1026 runs/19 dismissals=54।

41. A Moving mean 40; D/30−D/40=0.5 gives D=60.
Moving mean 40; equation ਤੋਂ D 60।

42. C Past deficit 50; each future test needs 25 above 65.
Past deficit 50; future mean 90।

43. D Low:high=12:18=2:3; counts 20, 30, total 50.
Ratio 2:3; counts 20, 30, total 50।

44. B First total 420 plus 1200 gives 1620/30=54.
Correct total 1620/30=54।

45. D 280+40 f=45(6+f) gives f=2.
Equation ਤੋਂ f 2।

46. A Equal multiplicity means average their means:76/4=19.
Equal coverage ਨਾਲ means ਦਾ mean 19।

47. C Exceptional excess 15 spread by rise 3 gives count 5.
Excess 15/rise 3=count 5।

48. B Strictly between 40 and 80;60 occurs for equal sizes.
40 ਅਤੇ 80 ਅੰਦਰ; equal counts ਨਾਲ 60।

49. A Neither alone fixes the mean; jointly 360/12=30.
ਇਕੱਲੇ ਅਧੂਰੇ; ਇਕੱਠੇ mean 30।

50. D Subtract per-person equations:100=F/60, hence F=6000.
100=F/60 ⇉ F 6000।

QUICK REVISION · ਝਟਪਟ ਦੁਹਰਾਈ

Rule / formula · ਨਿਯਮ	Use · ਵਰਤੋਂ
A=S/n; S=nA; missing total=nA−known total. Assumed mean M: A=M+Σ(x−M)/n; frequency mean=M+Σf(x−M)/Σf.	ਔਸਤ=ਕੁੱਲ/ਗਿਣਤੀ; missing ਲਈ required total ਵਿੱਚੋਂ known ਕੱਢੋ। Base M ਤੋਂ signed deviations; frequency ਵਿੱਚ f ਨਾਲ ਗੁਣਾ।
Equally spaced: A=(first+last)/2. First n natural:(n+1)/2; odds:n; evens:n+1. First n squares mean=(n+1)(2 n+1)/6; cubes=n(n+1)^2/4. GP mean=a(r^n−1)/[n(r−1)], r≠1.	Eligible endpoints ਪਹਿਲਾਂ; primes ਲਈ actual list; count=(last−first)/gap+1। Sequence 1 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ prefix total ਕੱਢੋ। GP ਵਿੱਚ a first, r ratio, n count।
Every y=kx+c ⇒ new mean=kA+c. Combined C=(nA+mB)/(n+m). Alligation low a<C<high b: low:high=(b−C):(C−a).	Linear change mean ਉੱਤੇ ਵੀ; unequal groups ਦੇ actual counts weights ਹਨ। ਉਲਟ gaps; total deficit=total excess। ਤਿੰਨ unknown counts ਲਈ extra data ਚਾਹੀਦਾ।
Overlap total=block 1 total+block 2 total−union total. Rolling n entries: entering−leaving=nΔA. Join k: new group mean=[(n+k)B−nA]/k. Leave k: removed mean=[nA−(n−k)B]/k.	Overlap count ਵੱਖ ਗਿਣੋ; rolling ਵਿੱਚ window length ਲਵੋ। A old, B final; count ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ join=A+(n+1)ΔA; ਇੱਕ leave=A−(n−1)ΔA।
Fixed-count replacement: incoming−outgoing=nΔA. General B=(nA−removed+added)/(n−r+s). Correction: correct total=used total−wrong+correct; use correct count. Age fixed group: mean after t years=A+t.	r ਜਾਣ, s ਆਉਣ; fixed count ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੀ nΔA। Omitted/duplicate ਵਿੱਚ denominator ਵੀ ਠੀਕ। Ages ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ date ਉੱਤੇ ਲਿਆਓ।
Target future mean=[(n+k)T−nA]/k. Weighted mean=Σws/Σw; overall%=100Σmarks/Σmaxima. Batting=R/dismissals; bowling=conceded runs/wickets. Run rate=6 R/balls; o overs b balls=6 o+b.	n ਪੁਰਾਣੇ, k ਨਵੇਂ tests; T target। Weightage/maximum ਬਦਲੇ ਤਾਂ weights ਸਹੀ। Not-out dismissals ਨਹੀਂ ਵਧਾਉਂਦਾ। Required rate ਬਾਕੀ runs/overs ਨਾਲ।
Speed=total distance/elapsed time. Equal distances:2 xy/(x+y); equal times:(x+y)/2; include halts. Unit price=total bill/total quantity. Equal quantities:(p+q)/2; equal money:2 pq/(p+q).	d/v ਹਰ leg ਦਾ time। Equal distance ਲਈ convenient LCM distance ਲਵੋ। kg/g, L/mL ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ unit। Income=expense+saving; periods ਦੇ counts weights।
Hostel per-person c=F/n+v. Pair means P=(a+b)/2, Q=(b+c)/2, R=(a+c)/2: a=P+R−Q. Last=A+d above all ⇒ (n−1)(A−B)=d. Last=B+d above others ⇒ A=B+d/n.	F fixed, v ਪ੍ਰਤੀ ਬੰਦਾ variable। Ratio values kr; k=nA/Σr। B ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ mean; “all” ਅਤੇ “others” ਨਾ ਮਿਲਾਓ। Deviations ਦਾ total zero।
min≤mean≤max; missing sum bounded by count×limits. Sufficiency: I alone, II alone, then both.	ਦੋ valid ਵੱਖ answers ਮਿਲਣ ਤਾਂ insufficient। Grouped-class midpoint mean estimate ਹੈ।