PUNJAB POLICE • PSSSB • PUNJAB PCS • GOVERNMENT EXAMS

HOUSE OF ASPIRANTS

QUANTITATIVE APTITUDE

CHAPTER 4

Simplification

Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for.

WEBSITE
houseofaspirants.in

EDITION
October 2026

LANGUAGE
Punjabi & English

House of Aspirants

Punjab's bilingual exam-preparation platform

houseofaspirants.in

Welcome, Aspirant

Thank you for choosing **House of Aspirants**. These notes are written for every serious government-exam aspirant: **exam-oriented, easy to understand and free**.

> *"Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for."*

HOW TO GET THE MOST FROM THESE NOTES

1 Read
Go through the chapter once and mark the points that are new to you.

2 Practise
Attempt this chapter's MCQ quiz on houseofaspirants.in.

3 Revise
Check previous year questions on the topic and revise your marked points.

Visit Our Website

- Bilingual notes: Punjabi & English
- Daily quiz & chapter-wise MCQs
- Monthly current affairs
- 10+ years of previous year papers
- Progress tracking

Scan to visit

www.houseofaspirants.in

Join Our Telegram Channel

- Latest notes, first
- Daily updates
- Exam notifications
- Weekly PDFs
- Live guidance sessions

Scan to join

t.me/HouseOfAspirant

Keep Learning. Keep Growing. Keep Achieving.

Team House of Aspirants

© 2026 House of Aspirants. These notes are for educational purposes only. Reproduction, redistribution or commercial use without permission is prohibited.

CHAPTER 4

Simplification
ਸਰਲੀਕਰਨ

IN THIS CHAPTER · ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ

- Order of operations · ਹਿਸਾਬ ਕਰਨ ਦਾ ਸਹੀ ਕ੍ਰਮ
- Fractions, decimals and percentages · Fractions, ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
- Fast products, powers and roots · ਤੇਜ਼ ਗੁਣਾ, ਘਾਤਾਂ ਅਤੇ ਮੂਲ
- Identities and cancellation · Identities ਅਤੇ ਕੱਟਣਾ
- Missing values and approximation · ਖਾਲੀ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਅੰਦਾਜ਼ਾ
- Mixed questions and option checks · ਮਿਲੇ-ਜੁਲੇ ਸਵਾਲ ਅਤੇ options ਦੀ ਜਾਂਚ

Basics you must know
ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਗੱਲਾਂ ਸਮਝੋ

Simplification means writing the same value in an easier form. If a shopkeeper adds ₹48 and ₹52 before adding ₹37, the bill becomes ₹100 + ₹37 = ₹137. The value stays the same; only the route becomes easier.

Simplification ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਉਸੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਸੌਖੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ। ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਪਹਿਲਾਂ ₹48 ਅਤੇ ₹52 ਜੋੜ ਲਵੇ ਤਾਂ ₹100 ਬਣ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਫਿਰ ₹37 ਜੋੜ ਕੇ ਬਿੱਲ ₹137 ਬਣਦਾ ਹੈ। ਜਵਾਬ ਉਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਹਿਸਾਬ ਸੌਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

Accuracy comes before speed. First learn which operation is allowed; then practise seeing friendly pairs, common factors and familiar fractions. A 30–40 second solution comes from fewer correct steps, not from skipping the meaning of the expression.

ਪਹਿਲਾਂ ਸਹੀ ਹਿਸਾਬ ਸਿੱਖੋ, ਫਿਰ ਰਫ਼ਤਾਰ ਵਧਾਓ। ਦੇਖੋ ਕਿ ਕਿਹੜਾ ਕੰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜ ਕੇ ਸੌਖਾ ਨੰਬਰ ਬਣਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਹੜੇ factors ਕੱਟ ਸਕਦੇ ਹਨ। 30–40 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਸਹੀ ਕਦਮ ਘੱਟ ਕਰਨੇ ਹਨ, ਸਵਾਲ ਦਾ ਮਤਲਬ ਨਹੀਂ ਛੱਡਣਾ।

1. The language of a calculation ਹਿਸਾਬ ਦੀ ਬੋਲੀ

Term · ਸ਼ਬਦ	Meaning · ਮਤਲਬ
Expression / equation	An expression has numbers and operations, such as 8 + 3 × 2. An equation states equality, such as 8 + x = 14. Expression ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਹਿਸਾਬ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। Equation ਵਿੱਚ = ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਦੋ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਰਾਬਰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ।
Sum, difference, product, quotient	Answers to addition, subtraction, multiplication and division respectively. In 20 ÷ 4 = 5, 20 is the dividend, 4 the divisor and 5 the quotient. ਜੋੜ ਦਾ ਜਵਾਬ sum, ਘਟਾਓ ਦਾ difference, ਗੁਣਾ ਦਾ product ਅਤੇ ਵੰਡ ਦਾ quotient ਹੈ। 20 ÷ 4 = 5 ਵਿੱਚ 20 ਨੂੰ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ, 4 ਨਾਲ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜਵਾਬ 5 ਹੈ।
Factor / multiple	A factor divides a number exactly. 4 is a factor of 20; 20 is a multiple of 4 because 4 × 5 = 20. Factor ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਪੂਰਾ ਵੰਡ ਦੇਵੇ। 4, 20 ਦਾ factor ਹੈ। 20, 4 ਦਾ multiple ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 4 × 5 = 20।

Term · ਸ਼ਬਦ	Meaning · ਮਤਲਬ
HCF / LCM	HCF is the greatest common factor; LCM is the least positive common multiple. For 12 and 18: HCF = 6 and LCM = 36. HCF ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਸਾਂਝਾ factor ਹੈ। LCM ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਧਨਾਤਮਕ ਸਾਂਝਾ multiple ਹੈ। 12 ਅਤੇ 18 ਦਾ HCF 6 ਅਤੇ LCM 36 ਹੈ।
Numerator / denominator	In 3/5, 3 is the numerator and 5 the denominator. Divide a roti into 5 equal parts; 3 parts represent 3/5. The denominator cannot be zero. 3/5 ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ 3 numerator ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲਾ 5 denominator ਹੈ। ਰੋਟੀ ਦੇ 5 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਹਿੱਸੇ 3/5 ਹਨ। Denominator ਕਦੇ 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।
Proper, improper and mixed	3/5 is proper because 3 < 5; 8/5 is improper; 1 + 3/5 is the mixed-number form of 8/5. Write mixed numbers with a clear space, never as a product. 3/5 proper fraction ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 3 < 5 ਹੈ। 8/5 improper ਹੈ। 8/5 ਨੂੰ 1 + 3/5 ਵੀ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ; ਇਹ mixed-number ਰੂਪ ਹੈ। ਪੂਰੇ ਹਿੱਸੇ ਅਤੇ fraction ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਨਾ ਸਮਝੋ।
Reciprocal	The reciprocal of a/b is b/a when both a and b are nonzero. Their product is 1. Zero has no reciprocal. a/b ਦਾ reciprocal b/a ਹੈ, ਜਦੋਂ a ਅਤੇ b ਦੋਵੇਂ 0 ਨਾ ਹੋਣ। ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾ 1 ਹੈ। 0 ਦਾ reciprocal ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
Decimal / percentage	0.47 means 47/100. Percent means “out of 100”, so 47% = 47/100. 0.47 ਦਾ ਮਤਲਬ 47/100 ਹੈ। Percent ਦਾ ਮਤਲਬ ਹਰ 100 ਵਿੱਚੋਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 47% = 47/100।

Term · ਸ਼ਬਦ	Meaning · ਮਤਲਬ
Variable / power / root	A letter such as x stands for a number. In a^3, a is the base and 3 the exponent: a × a × a. √49 = 7 is the nonnegative square root. x ਵਰਗਾ ਅੱਖਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ। a^3 ਵਿੱਚ a base ਅਤੇ 3 ਘਾਤ ਹੈ: a × a × a। √49 = 7 ਹੈ; √ ਦਾ ਮੁੱਲ ਗੈਰ-ਰਿਣਾਤਮਕ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।
Absolute value / approximation	|−9| = 9 is distance from zero. The sign ≈ means approximately equal; it is different from exact equality =. |−9| = 9 ਦਾ ਮਤਲਬ 0 ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਹੈ। ≈ ਦਾ ਮਤਲਬ ਲਗਭਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਹ ਪੂਰੀ ਬਰਾਬਰੀ ਵਾਲੇ = ਤੋਂ ਵੱਖਰਾ ਹੈ।

2. Build LCM and HCF from zero LCM ਅਤੇ HCF ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ

Factors of 12 are 1, 2, 3, 4, 6, 12. Factors of 18 are 1, 2, 3, 6, 9, 18. Their common factors are 1, 2, 3, 6; the greatest is 6. Multiples of 12 are 12, 24, 36, 48; multiples of 18 are 18, 36, 54. The first common positive multiple is 36.

12 ਦੇ factors 1, 2, 3, 4, 6, 12 ਹਨ। 18 ਦੇ factors 1, 2, 3, 6, 9, 18 ਹਨ। ਸਾਂਝੇ factors 1, 2, 3, 6 ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ 6 ਹੈ। 12 ਦੇ multiples 12, 24, 36, 48 ਹਨ ਅਤੇ 18 ਦੇ 18, 36, 54 ਹਨ। ਪਹਿਲਾ ਸਾਂਝਾ ਧਨਾਤਮਕ multiple 36 ਹੈ।

Prime-factor method: $12 = 2^2 \times 3$ and $18 = 2 \times 3^2$. For HCF, take each shared prime with the smaller exponent: 2 × 3 = 6. For LCM, take every prime with the larger exponent: $2^2 \times 3^2 = 36$. This works because a common multiple must contain enough prime factors to be divisible by both numbers.

Prime factors ਨਾਲ: $12 = 2^2 \times 3$ ਅਤੇ $18 = 2 \times 3^2$। HCF ਲਈ ਸਾਂਝੇ prime ਦੀ ਛੋਟੀ ਘਾਤ ਲਵੋ: 2 × 3 = 6। LCM ਲਈ ਹਰ prime ਦੀ ਵੱਡੀ ਘਾਤ ਲਵੋ: $2^2 \times 3^2 = 36$। ਸਾਂਝੇ multiple ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵੰਡਣ ਜਿੰਨੇ prime factors ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

3. Master formula table ਸਾਰੇ ਮੁੱਖ ਫਾਰਮੂਲੇ ਇੱਕ ਥਾਂ

Notation: a, b, c, x and y represent numbers; denominators must be nonzero. Unless a row says otherwise, numbers are real. m, n and k are integers where stated. N means a total quantity, p and q are percentage numbers, B is a convenient base, and T is a total. Restrictions are part of the formula.

a, b, c, x ਅਤੇ y ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ; denominator 0 ਨਹੀਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ। ਜਿੱਥੇ ਵੱਖਰਾ ਨਾ ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ real ਹਨ। ਜਿੱਥੇ ਦੱਸਿਆ ਹੈ, m, n ਅਤੇ k ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ। N ਕੁੱਲ ਮਾਤਰਾ, p ਅਤੇ q percentage ਦੇ ਅੰਕ, B ਸੌਖਾ base ਅਤੇ T ਕੁੱਲ ਹੈ। ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਵੀ ਯਾਦ ਰੱਖੋ।

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
a+b=b+a; ab=ba	Addition and multiplication may swap order; subtraction and division generally may not. These are commutative laws. ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਥਾਂ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਨਹੀਂ।	7+13=13+7=20; 12−5 ≠ 5−12
(a+b)+c=a+(b+c); (ab)c=a(bc)	Associative laws regroup sums or products without changing their value. ਸਿਰਫ਼ ਜੋੜ ਜਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ grouping ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।	(38+62)+17=100+17=117
a(b+c)=ab+ac; a(b−c)=ab−ac	Distributive law: multiply every term inside the bracket; reverse it to take a common factor. Bracket ਦੇ ਹਰ ਪਦ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਉਲਟਾ ਕਰਨ ਨਾਲ common factor ਬਾਹਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।	17×19+17=17×20=340
(ka)/(kb)=a/b	For k≠0 and b≠0, dividing numerator and denominator by the same nonzero factor preserves the ratio. ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਇੱਕੋ nonzero factor ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਨਾਲ fraction ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।	(6×7)/(6×5)=7/5

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
a/b ± c/d=(ad ± bc)/(bd)	Use equivalent fractions with the same denominator; an LCM denominator is often smaller. b,d≠0. ਹੇਠਾਂ ਇੱਕੋ denominator ਬਣਾ ਕੇ numerators ਜੋੜੋ ਜਾਂ ਘਟਾਓ। LCM ਨਾਲ ਹਿਸਾਬ ਛੋਟਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।	2/3+1/4=8/12+3/12=11/12
(a/b)×(c/d)=ac/(bd); (a/b)÷(c/d)=ad/(bc)	Division by a nonzero fraction multiplies by its reciprocal because their product is 1. For division, b,c,d≠0. Nonzero fraction ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਲਈ ਉਸਦੇ reciprocal ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।	(3/5)÷(9/10)= (3/5)×(10/9)=2/3
m r/s=(ms+r)/s	Here m is a nonnegative whole number and 0≤r<s. Each whole contains s parts of size 1/s. m ਪੂਰਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ, r ਉੱਪਰ ਅਤੇ s ਹੇਠਾਂ ਵਾਲਾ ਅੰਕ ਹੈ। ਹਰ ਪੂਰੇ ਵਿੱਚ 1/s ਦੇ s ਹਿੱਸੇ ਹਨ।	2 3/7=(14+3)/7=17/7

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
HCF(a,b)×LCM(a,b)=ab	For two positive integers a,b, prime factors split between the smaller and larger exponents. ਦੋ positive integers ਲਈ prime ਦੀ ਛੋਟੀ ਅਤੇ ਵੱਡੀ ਘਾਤ ਦਾ ਗੁਣਾ ਅਸਲ ਗੁਣੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।	6×36=12×18=216

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$a \div b=(10^n a)/(10^n b)$	n is a nonnegative integer. Multiply both parts by the same power of 10 to clear decimal places; b≠0. n ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਟਾਉਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਥਾਵਾਂ ਹਨ। ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	4.8÷0.12=480÷12=40
$0.(R)=R/(10^k-1)$	R is a repeating block of k digits; parentheses here mark repetition. Subtract the original decimal from 10^k times itself. R ਵਾਰ-ਵਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੇ k ਅੰਕ ਹਨ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ 10^k ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਪੁਰਾਣਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।	0.(27)=27/99=3/11
$x=(M-I)/[10^t(10^k-1)]$	For a mixed recurring decimal x: t nonrepeating digits, k repeating digits; M is the integer formed up to one full repeat, I the integer before the repeat. Subtract the two shifted decimals. t ਪਹਿਲੇ ਨਾ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਅਤੇ k ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਹਨ। M ਇੱਕ repeat ਤੱਕ ਬਣਿਆ integer ਅਤੇ I repeat ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਬਣਿਆ integer ਹੈ। ਦੋ shifted ਦਸ਼ਮਲਵ ਘਟਦੇ ਹਨ।	0.1(6)=(16−1)/90=1/6
p% of N=pN/100; p% of q=q% of p	p,q are percentage numbers, N the base quantity. Both sides of the swap equal pq/100. p ਅਤੇ q percentage ਦੇ ਅੰਕ ਹਨ, N ਉਹ ਮਾਤਰਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ percent ਲੈਣਾ ਹੈ। ਥਾਂ ਬਦਲਣ ’ਤੇ ਵੀ pq/100 ਹੀ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।	16% of 25=25% of 16=4

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
N after successive p%, q% removal = N(1−p/100)(1−q/100)	The second removal acts on what remains, not on the original N. ਦੂਜੀ ਵਾਰ ਘਟਾਉਣਾ ਬਚੀ ਮਾਤਰਾ ਵਿੱਚੋਂ ਹੈ, ਪਹਿਲੇ ਕੁੱਲ ਵਿੱਚੋਂ ਨਹੀਂ।	200×(3/4)×(4/5)=120
$\|a\|=a$ if $a\geq 0$; $\|a\|=-a$ if $a<0$	Absolute value is distance from zero, so it cannot be negative. Absolute value 0 ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਹੈ; ਇਹ negative ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।	$\|-11\|=11$; $\|0\|=0$
−(a+b)=−a−b; −(a−b)=−a+b	A minus before a bracket means multiplication of every term by −1. Bracket ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ minus ਦਾ ਮਤਲਬ ਹਰ ਪਦ ਨੂੰ −1 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਹੈ।	20−(7−3)=20−7+3=16

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$a^m a^n = a^{m+n}$; $a^m/a^n = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$	For integer exponents and $a \neq 0$, count repeated factors and cancel. Integer ਘਾਤਾਂ ਅਤੇ $a \neq 0$ ਲਈ repeated factors ਗਿਣੋ ਅਤੇ ਸਾਂਝੇ factors ਕੱਟੋ।	$2^3 \times 2^4 = 2^7 = 128$; $3^5/3^2 = 3^3 = 27$

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$a^0 = 1$; $a^{-n} = 1/a^n$; $a^{1/2} = \sqrt{a}$; $a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$	$a \neq 0$ for zero/negative powers; n is positive. Square roots require $a \geq 0$ over the reals. Root notation reverses the matching power. Zero ਜਾਂ negative ਘਾਤ ਲਈ $a \neq 0$ ਅਤੇ n positive ਹੈ। Real square root ਲਈ $a \geq 0$ ਹੈ। Root ਸੰਬੰਧਿਤ ਘਾਤ ਦਾ ਉਲਟ ਕੰਮ ਹੈ।	$5^0 = 1$; $2^{-3} = 1/8$; $81^{1/2} = 9$
$\sqrt{(a^2)} = \lvert a \rvert$; $\sqrt{(ab)} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$	First formula holds for real a; the product rule here requires $a, b \geq 0$. Pair equal factors under the root. ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ real a ਲਈ ਹੈ; ਦੂਜੇ ਵਿੱਚ $a, b \geq 0$ ਹਨ। Root ਅੰਦਰ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ factors ਦੇ ਜੋੜੇ ਬਣਾਓ।	$\sqrt{((-8)^2)} = 8$; $\sqrt{72} = \sqrt{(36 \times 2)} = 6\sqrt{2}$
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$	$a, b \geq 0$. Middle terms cancel by the difference-of-squares identity; rationalisation also requires a nonzero denominator. $a, b \geq 0$ ਹਨ। ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਕੱਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। Rationalisation ਵਿੱਚ denominator 0 ਨਹੀਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ।	$1/(\sqrt{5} - 2) = (\sqrt{5} + 2)/(5 - 4) = \sqrt{5} + 2$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	Multiply the binomial by itself; the two cross-products give $\pm 2ab$. ਦੋ ਪਦਾਂ ਵਾਲੇ bracket ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; cross-products ਤੋਂ $\pm 2ab$ ਬਣਦਾ ਹੈ।	$(40-3)^2 = 1600 - 240 + 9 = 1369$

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	Expand the product; $+ab$ and $-ab$ cancel. ਗੁਣਾ ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ $+ab$ ਅਤੇ $-ab$ ਕੱਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।	$53^2 - 47^2 = 6 \times 100 = 600$
$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$; $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$	Add or subtract the expanded square identities. ਦੋ square identities ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ ਜੋੜੋ ਜਾਂ ਘਟਾਓ।	$13^2 + 7^2 = 2(10^2 + 3^2) = 218$
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$	Each pair occurs twice when the three-term bracket multiplies itself. ਤਿੰਨ ਪਦਾਂ ਦਾ bracket ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਹਰ ਜੋੜੀ ਦੋ ਵਾਰ ਆਉਂਦੀ ਹੈ।	$(2+3+4)^2 = 4 + 9 + 16 + 12 + 24 + 16 = 81$

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$; $(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$	Multiply the square identity by the same binomial and collect terms. Square identity ਨੂੰ ਉਸੇ bracket ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕੋ ਪਦ ਇਕੱਠੇ ਕਰੋ।	$12^3=(10+2)^3=1000+8+720=1728$

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$; $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	Expansion cancels the mixed terms. Denominators must stay nonzero when cancelling these factors. ਗੁਣਾ ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ mixed terms ਕੱਟਦੇ ਹਨ। Fraction ਵਿੱਚ ਕੱਟਣ ਵੇਲੇ ਅਸਲ denominator 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।	$(8^3-3^3)/(8^2+8\times3+3^2)=8-3=5$
$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$	Expansion proves it. The second factor is $[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]/2$. Thus $a^3+b^3+c^3=3abc$ does not by itself always imply $a+b+c=0$. ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ identity ਮਿਲਦੀ ਹੈ। ਦੂਜਾ factor ਅੰਤਰਾਂ ਦੇ squares ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ। ਜੇ $a=b=c$ ਹੋਣ ਤਾਂ ਵੀ ਉਹ 0 ਹੈ; ਇਸ ਲਈ ਹਮੇਸ਼ਾ $a+b+c=0$ ਨਾ ਮੰਨੋ।	$1^3+2^3+(-3)^3=-18=3\times1\times2\times(-3)$
If $x+y=S$, $xy=P$: $x^2+y^2=S^2-2P$; $x^3+y^3=S^3-3PS$	S is the sum and P the product. Rearrange square and cube identities. S ਜੋੜ ਅਤੇ P ਗੁਣਾ ਹੈ। Square ਅਤੇ cube identities ਨੂੰ ਲੋੜ ਮੁਤਾਬਕ ਬਦਲੋ।	$S=9,P=20$: $x^2+y^2=81-40=41$
If $x+1/x=t$: $x^2+1/x^2=t^2-2$; $x^3+1/x^3=t^3-3t$	$x\neq0$; multiply x and 1/x to get 1, then use the sum identities. $x\neq0$ ਹੈ। x ਅਤੇ 1/x ਦਾ ਗੁਣਾ 1 ਲੈ ਕੇ sum identities ਵਰਤੋ।	$t=4$: $x^2+1/x^2=16-2=14$

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$(B+a)(B+b)=B^2+B(a+b)+ab$; $(10n+5)^2=100n(n+1)+25$	B is a convenient base; a,b signed offsets. n is the nonnegative integer before the last digit 5. Both follow by expansion. B ਸੌਖਾ base ਅਤੇ a,b ਉਸ ਤੋਂ signed ਫ਼ਰਕ ਹਨ। n ਅਖੀਰਲੇ 5 ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵਾਲਾ ਪੂਰਾ ਅੰਕ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਖੋਲ੍ਹਣ ਨਾਲ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।	$98\times103=10000+100-6=10094$; $65^2=42\times100+25=4225$
$1/[n(n+k)]=(1/n-1/(n+k))/k$	n,k positive integers here. Subtract the two fractions: numerator becomes k. ਇੱਥੇ n,k positive integers ਹਨ। ਦੋ fractions ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ numerator k ਆਉਂਦਾ ਹੈ।	$1/(4\times6)=(1/4-1/6)/2=1/24$
Product of $j/(j+1)$, $j=m$ to n, equals $m/(n+1)$	$1\le m\le n$ are integers. Every internal numerator cancels a denominator. m ਤੋਂ n ਤੱਕ $j/(j+1)$ ਦੇ ਗੁਣੇ ਵਿੱਚ ਅੰਦਰਲੇ factors ਕੱਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।	$(3/4)\times(4/5)\times(5/6)=3/6=1/2$
$ax+b=c \Rightarrow x=(c-b)/a$; $A/x=b \Rightarrow x=A/b$	$a\neq0$. For the second equivalence $A,b\neq0$. Undo addition, then multiplication; substitute back. $a\neq0$ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਲਈ $A,b\neq0$ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਜੋੜ, ਫਿਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਉਲਟ ਕਰੋ ਅਤੇ ਮੁੱਲ ਵਾਪਸ ਪਾ ਕੇ ਵੇਖੋ।	$7x+5=40 \Rightarrow x=35/7=5$

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$x^2=k \Rightarrow x=\pm\sqrt{k}$ for $k>0$; $x^3=k \Rightarrow x=\sqrt[3]{k}$	A positive square has two real roots; zero has one. A cube preserves the sign. A square equation with $k<0$ has no real root. Positive square equation ਦੇ ਦੋ real roots ਹਨ। 0 ਦਾ ਇੱਕ ਹੈ। Cube ਵਿੱਚ sign ਬਚਦਾ ਹੈ। $k<0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $x^2=k$ ਦਾ real ਹੱਲ ਨਹੀਂ।	$x^2=36 \Rightarrow x=6$ or -6; $x^3=-64 \Rightarrow x=-4$
$T=N\times s$; error $=(u-v)N$	N is a count/number, s an equal share; u the correct multiplier and v the wrong multiplier. Subtract $uN-vN$. N ਗਿਣਤੀ ਜਾਂ ਸੰਖਿਆ, s ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਾ, u ਸਹੀ ਅਤੇ v ਗਲਤ multiplier ਹਨ। ਦੋ ਨਤੀਜੇ ਘਟਾਓ।	$(23-18)\times N=85 \Rightarrow N=17$
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$	n counts members; A,B are groups; $\cup$ means either group and $\cap$ both. Subtract the overlap counted twice. n ਗਿਣਤੀ ਹੈ, A,B ਗਰੁੱਪ ਹਨ। $\cup$ ਕਿਸੇ ਵੀ ਗਰੁੱਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ $\cap$ ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਦੋ ਵਾਰ ਗਿਣਿਆ overlap ਇੱਕ ਵਾਰ ਘਟਾਓ।	18+14−6=26 in at least one group

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$	C is a third group. Pair overlaps include the triple overlap; add it back once after subtraction. C ਤੀਜਾ ਗਰੁੱਪ ਹੈ। ਜੋੜੀਆਂ ਦੇ overlap ਵਿੱਚ ਤਿੰਨਾਂ ਵਾਲੇ ਮੈਂਬਰ ਵੀ ਹਨ; ਅਖੀਰ ਉਹ ਇੱਕ ਵਾਰ ਵਾਪਸ ਜੋੜੋ।	$20+18+15-7-6-5+2=37$

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
Neither $=T-n(A\cup B)$; exactly one $=n(A)+n(B)-2n(A\cap B)$	T is everyone in the stated universe. Remove the union for neither and both copies of the overlap for exactly one. T ਕੁੱਲ ਲੋਕ ਹਨ। Neither ਲਈ union ਘਟਾਓ; exactly one ਲਈ overlap ਦੀਆਂ ਦੋਵੇਂ ਗਿਣਤੀਆਂ ਹਟਾਓ।	$T=40$, $A=18$, $B=14$, both $=6$: neither $=14$; exactly one $=20$
Total visits = (people) × (visits per person) = (places) × (visitors per place)	Use only when the stated counts per person/place are uniform. Both products count the same visits. ਇਹ ਤਦੋਂ ਵਰਤੋ ਜਦੋਂ ਹਰ ਵਿਅਕਤੀ ਅਤੇ ਹਰ ਥਾਂ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਗਿਣਤੀ ਇੱਕੋ ਹੋਵੇ। ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ visits ਗਿਣਦੇ ਹਨ।	$12\times3=9\times4=36$ visits
Digits for pages 1 to N ($100\le N\le999$): $9+180+3(N-99)$	N is the last page. Count 9 one-digit pages, 90 two-digit pages and $N-99$ three-digit pages. N ਆਖਰੀ ਪੰਨਾ ਹੈ। 9 ਇਕ-ਅੰਕੀ, 90 ਦੋ-ਅੰਕੀ ਅਤੇ $N-99$ ਤਿੰਨ-ਅੰਕੀ ਪੰਨੇ ਹਨ।	$N=125$: $9+180+3\times26=267$ digits
Rounded value to unit u: nearest multiple of u	u is the rounding step, such as 1 or 10. Usual school rounding sends a halfway positive value upward. Rounding error is at most u/2. u rounding ਦੀ ਇਕਾਈ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ 1 ਜਾਂ 10। ਆਮ ਸਕੂਲੀ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ positive ਅੱਧ ਵਾਲਾ ਮੁੱਲ ਉੱਪਰ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਫ਼ਰਕ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ u/2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।	$47.6\approx48$ to nearest 1; $473\approx470$ to nearest 10

Formula / rule · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
If $N=r^2+d$, then $\sqrt{N} \approx r+d/(2r)$	r>0 is a nearby known root; |d| must be small compared with r^2. From $(r+h)^2=r^2+2rh+h^2$, ignore only the small h^2 for an estimate. r ਨੇੜੇ ਦਾ ਜਾਣਿਆ root ਹੈ। d, r^2 ਨਾਲੋਂ ਕਾਫ਼ੀ ਛੋਟਾ ਹੋਵੇ। ਛੋਟੇ h^2 ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਸਿਰਫ਼ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।	$\sqrt{102} \approx 10+2/20=10.1$
Digit sum check: N and its digit sum have the same remainder on division by 9	N is a nonnegative integer. Each power of 10 leaves remainder 1; a matching remainder does not prove an answer. N ਗੈਰ-ਰਿਣਾਤਮਕ integer ਹੈ। 10 ਦੀ ਹਰ ਘਾਤ ਨੂੰ 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ remainder 1 ਹੈ। Check ਮਿਲਣਾ ਪੂਰਾ ਸਬੂਤ ਨਹੀਂ।	347: 3+4+7=14; both leave remainder 5

4. Multiplication facts: build, do not guess ਪਹਾੜੇ ਸਮਝ ਕੇ ਪੱਕੇ ਕਰੋ

Read a row as successive multiples. For example, the 17 row gives 17×1 through 17×10. For ×11 through ×20, add 10 times the number: 17×14=170+68=238. If a fact is missing from memory, use the previous multiple plus one more group.

ਹਰ ਕਤਾਰ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਲਗਾਤਾਰ multiples ਹਨ। 17 ਵਾਲੀ ਕਤਾਰ 17×1 ਤੋਂ 17×10 ਤੱਕ ਹੈ। ×11 ਤੋਂ ×20 ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਦਸ ਗੁਣਾ ਜੋੜੋ: 17×14=170+68=238। ਕੋਈ ਜਵਾਬ ਭੁੱਲ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਪਿਛਲੇ multiple ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੋ।

n	n×1 to n×5 · ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ	n×6 to n×10 · ਅਗਲੇ ਪੰਜ
2	2, 4, 6, 8, 10	12, 14, 16, 18, 20
3	3, 6, 9, 12, 15	18, 21, 24, 27, 30
4	4, 8, 12, 16, 20	24, 28, 32, 36, 40
5	5, 10, 15, 20, 25	30, 35, 40, 45, 50
6	6, 12, 18, 24, 30	36, 42, 48, 54, 60
7	7, 14, 21, 28, 35	42, 49, 56, 63, 70
8	8, 16, 24, 32, 40	48, 56, 64, 72, 80
9	9, 18, 27, 36, 45	54, 63, 72, 81, 90

n	n×1 to n×5 · ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ	n×6 to n×10 · ਅਗਲੇ ਪੰਜ
10	10, 20, 30, 40, 50	60, 70, 80, 90, 100

n	n×1 to n×5 · ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ	n×6 to n×10 · ਅਗਲੇ ਪੰਜ
11	11, 22, 33, 44, 55	66, 77, 88, 99, 110
12	12, 24, 36, 48, 60	72, 84, 96, 108, 120
13	13, 26, 39, 52, 65	78, 91, 104, 117, 130
14	14, 28, 42, 56, 70	84, 98, 112, 126, 140

n	n×1 to n×5 · ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ	n×6 to n×10 · ਅਗਲੇ ਪੰਜ
15	15, 30, 45, 60, 75	90, 105, 120, 135, 150
16	16, 32, 48, 64, 80	96, 112, 128, 144, 160
17	17, 34, 51, 68, 85	102, 119, 136, 153, 170
18	18, 36, 54, 72, 90	108, 126, 144, 162, 180

n	n×1 to n×5 · ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ	n×6 to n×10 · ਅਗਲੇ ਪੰਜ
19	19, 38, 57, 76, 95	114, 133, 152, 171, 190
20	20, 40, 60, 80, 100	120, 140, 160, 180, 200

MEMORY LINK · ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦਾ ਤਰੀਕਾ

For a difficult row, use an easy row: 7×8=5×8+2×8=40+16=56. Double the 6 row to get the 12 row. For 19×n, calculate 20n−n. Learn one fact for both orders: 8×7 and 7×8 have the same answer.

ਔਖੇ ਪਹਾੜੇ ਨੂੰ ਸੌਖੇ ਪਹਾੜਿਆਂ ਨਾਲ ਬਣਾਓ: 7×8=5×8+2×8=40+16=56। 6 ਦੇ ਪਹਾੜੇ ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਕੇ 12 ਦਾ ਬਣਾਓ। 19×n ਲਈ 20n−n ਕਰੋ। 8×7 ਅਤੇ 7×8 ਲਈ ਇੱਕੋ ਜਵਾਬ ਯਾਦ ਕਰਨਾ ਹੈ।

5. Squares 1–30 and cubes 1–20 Squares 1-30 ਅਤੇ cubes 1-20

n	n² · Square	n³ · Cube (1–20)
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512

n	n^2 · Square	n^3 · Cube (1–20)
9	81	729
10	100	1000

n	n^2 · Square	n^3 · Cube (1–20)
11	121	1331
12	144	1728
13	169	2197
14	196	2744
15	225	3375
16	256	4096
17	289	4913
18	324	5832

n	n^2 · Square	n^3 · Cube (1–20)
19	361	6859
20	400	8000

n	n^2 · Square	n^3 · Cube (1–20)
21	441	—
22	484	—
23	529	—
24	576	—
25	625	—
26	676	—
27	729	—
28	784	—

n	n² · Square	n³ · Cube (1–20)
29	841	—
30	900	—

MEMORY LINK · ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦਾ ਤਰੀਕਾ

Consecutive squares differ by consecutive odd numbers: $(n+1)^2-n^2=2n+1$, because expansion gives $n^2+2n+1-n^2$. Thus $18^2=324$ gives $19^2=324+37=361$ and $20^2=361+39=400$. For cubes, first make the square: $12^3=12^2\times12=144\times12=1728$. Practise recall both ways: 169→13 and 13→169.

ਅਗਲੇ square ਲਈ ਅਗਲਾ odd ਫ਼ਰਕ ਜੋੜੋ। $(n+1)^2-n^2=2n+1$, ਕਿਉਂਕਿ ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ n^2 ਕੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। $18^2=324$ ਤੋਂ $19^2=324+37=361$ ਅਤੇ $20^2=361+39=400$। Cube ਲਈ square ਨੂੰ ਉਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ: $12^3=144\times12=1728$। ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਤੋਂ ਯਾਦ ਕਰੋ: 169 ਤੋਂ 13 ਅਤੇ 13 ਤੋਂ 169।

6. Powers of 2 2 ਦੀਆਂ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ

Exponent n · ਘਾਤ	2^n
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024

Each next value doubles: 128→256→512→1024. Going backwards halves it. These values help with factors, reciprocals and repeated division by 2.

ਹਰ ਅਗਲਾ ਮੁੱਲ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ: 128→256→512→1024। ਪਿੱਛੇ ਜਾਣ ਲਈ ਅੱਧਾ ਕਰੋ। ਇਹ factors, reciprocals ਅਤੇ ਵਾਰ-ਵਾਰ 2 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦੇ ਹਨ।

7. Fraction–decimal–percentage memory table Fraction, ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਤੇ percentage ਦੀ ਸਾਰਣੀ

Fraction	Decimal · ਦਸ਼ਮਲਵ	Percentage · ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
1/2	0.5	50%
1/3	0.(3)	33 1/3%
2/3	0.(6)	66 2/3%
1/4	0.25	25%
3/4	0.75	75%
1/5	0.2	20%
2/5	0.4	40%
3/5	0.6	60%

Fraction	Decimal · ਦਸ਼ਮਲਵ	Percentage · ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
4/5	0.8	80%
1/6	0.1(6)	16 2/3%
5/6	0.8(3)	83 1/3%
1/7	0.(142857)	(100/7)%
1/8	0.125	12.5%
3/8	0.375	37.5%
5/8	0.625	62.5%
7/8	0.875	87.5%

Fraction	Decimal · ਦਸ਼ਮਲਵ	Percentage · ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
1/9	0.(1)	11 1/9%
1/10	0.1	10%
1/11	0.(09)	9 1/11%
1/12	0.08(3)	8 1/3%
1/16	0.0625	6.25%
1/20	0.05	5%
1/25	0.04	4%
1/40	0.025	2.5%

Fraction	Decimal · ਦਸ਼ਮਲਵ	Percentage · ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
1/50	0.02	2%
1/100	0.01	1%

Parentheses after a decimal mark the repeating digits: 0.1(6)=0.1666... . The fraction 1/7 is exactly (100/7)%; 14.29% is only a rounded value. A mixed percentage such as 33 1/3% means (33+1/3)%, not 33×(1/3)%.

ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ bracket ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾਉਂਦੇ ਹਨ: 0.1(6)=0.1666...। 1/7 ਦਾ ਸਹੀ percentage (100/7)% ਹੈ; 14.29% ਸਿਰਫ਼ rounded ਮੁੱਲ ਹੈ। 33 1/3% ਦਾ ਮਤਲਬ (33+1/3)% ਹੈ, 33×(1/3)% ਨਹੀਂ।

MEMORY LINK · ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦਾ ਤਰੀਕਾ

Start with 1/2=50%. Halve repeatedly: 1/4=25%, 1/8=12.5%, 1/16=6.25%. For other numerators, multiply: 3/8=3×12.5%=37.5%. For complements, subtract from 100%: 7/8=100%−12.5%=87.5%.

1/2=50% ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ। ਅੱਧਾ ਕਰਦੇ ਜਾਓ: 1/4=25%, 1/8=12.5%, 1/16=6.25%। Numerator ਵਧੇ ਤਾਂ ਗੁਣਾ ਕਰੋ: 3/8=3×12.5%=37.5%। ਬਾਕੀ ਹਿੱਸਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 100% ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ: 7/8=100%−12.5%=87.5%।

8. Fast-calculation anchors ਤੇਜ਼ ਹਿਸਾਬ ਦੇ ਆਧਾਰ

Operation · ਕੰਮ	Equivalent route and reason · ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਸੌਖਾ ਰਸਤਾ	Example
×5; ÷5	×10 then ÷2; ×2 then ÷10, since 5=10/2. ×5 ਲਈ ਦਸ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅੱਧਾ; ÷5 ਲਈ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਕੇ ਦਸ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	86×5=430; 145÷5=29
×9; ×11	10n−n; 10n+n, where n is the given number. ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ n ਲਈ 10n−n ਜਾਂ 10n+n ਕਰੋ।	46×9=414; 46×11=506
×25; ÷25	×100 then ÷4; ×4 then ÷100, since 25=100/4. ×25 ਲਈ ਸੌ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਚੌਥਾ ਹਿੱਸਾ; ÷25 ਲਈ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਸੌ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	68×25=1700; 475÷25=19
×50; ×125	×100 then ÷2; ×1000 then ÷8. ਸੌ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅੱਧਾ; ਹਜ਼ਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅੱਠ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	34×50=1700; 48×125=6000
×99; ×999	100n−n; 1000n−n, by distributivity. 100n−n ਜਾਂ 1000n−n ਕਰੋ।	73×99=7227; 24×999=23976

9. Units and useful exam words ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਸਵਾਲਾਂ ਦੇ ਕੰਮ ਦੇ ਸ਼ਬਦ

Unit relation · ਇਕਾਈਆਂ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
₹1=100 paise · ਪੈਸੇ	₹8.75=875 paise
1 kg=1000 g	2.4 kg=2400 g
1 litre=1000 mL	0.75 litre=750 mL
1 km=1000 m; 1 m=100 cm	1.25 km=1250 m
1 hour=60 minutes; 1 minute=60 seconds	1 hour 30 minutes=90 minutes=1.5 hours

Unit relation · ਇਕਾਈਆਂ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
1 foot=12 inches	4 feet 6 inches=54 inches

Words · ਸ਼ਬਦ	Translate as · ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ
of · ਦਾ/ਦੇ	Multiplication: 3/4 of 80=(3/4)×80. 3/4 of 80 ਲਈ (3/4)×80 ਕਰੋ।
A exceeds B by d · A, B ਤੋਂ d ਵੱਧ	A−B=d. Here d is the stated difference. A−B=d; d ਦਿੱਤਾ ਫ਼ਰਕ ਹੈ।
d less than N · N ਤੋਂ d ਘੱਟ	N−d, not d−N. N−d ਲਿਖੋ, d−N ਨਹੀਂ।
remaining · ਬਚਿਆ	Original minus used; check whether the next fraction refers to this remainder. ਕੁੱਲ ਵਿੱਚੋਂ ਵਰਤਿਆ ਘਟਾਓ। ਅਗਲਾ fraction ਕੁੱਲ ਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਬਚੇ ਦਾ, ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ।
nearest / approximately · ਨੇੜਲਾ / ਲਗਭਗ	Estimate with enough precision to distinguish the options. Options ਵੱਖ ਕਰਨ ਜਿੰਨਾ ਸਹੀ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਵੋ।

THREE SAFETY RULES · ਤਿੰਨ ਪੱਕੇ ਨਿਯਮ

1. 0÷a=0 for a≠0, but a÷0 is undefined, including 0÷0. 2. Cancel factors, not terms: (6×5)/(6×2)=5/2, but (6+5)/(6+2)=11/8. 3. Keep exact fractions until the question asks for an approximation.

1. a≠0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ 0÷a=0 ਹੈ। a÷0 ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ; 0÷0 ਵੀ ਨਹੀਂ। 2. ਗੁਣਾ ਵਾਲੇ factors ਕੱਟੋ, ਜੋੜ ਵਾਲੇ ਪਦ ਨਹੀਂ: (6×5)/(6×2)=5/2, ਪਰ (6+5)/(6+2)=11/8 ਹੈ। 3. ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਲਗਭਗ ਮੁੱਲ ਨਾ ਪੁੱਛਿਆ ਹੋਵੇ, fraction ਦਾ ਸਹੀ ਮੁੱਲ ਰੱਖੋ।

TYPE 1 BODMAS / VBODMAS and grouping

ਹਿਸਾਬ ਦਾ ਸਹੀ ਕ੍ਰਮ ਅਤੇ Brackets

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A calculation can contain several instructions. BODMAS tells us which instruction to complete first. If you buy 3 notebooks at ₹20 each and one pen for ₹10, the bill is 3×20+10=₹70: multiply the notebook price before adding the pen.

ਇੱਕ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਕਈ ਕੰਮ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। BODMAS ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਹੜਾ ਕੰਮ ਕਰਨਾ ਹੈ। ₹20 ਵਾਲੀਆਂ 3 ਕਾਪੀਆਂ ਅਤੇ ₹10 ਦਾ ਇੱਕ ਪੈੱਨ ਲਵੋ ਤਾਂ ਬਿੱਲ 3×20+10=₹70 ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ ਗੁਣਾ, ਫਿਰ ਪੈੱਨ ਦੇ ਪੈਸੇ ਜੋੜੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “simplify”, “find the value”, or an expression with several signs, brackets or a bar over a group. A question mark at the end simply asks for the final value. If the unknown is inside the expression, isolate it after simplifying known blocks.

“Simplify”, “find the value” ਜਾਂ ਕਈ ਨਿਸ਼ਾਨਾਂ ਅਤੇ brackets ਵਾਲਾ ਹਿਸਾਬ ਵੇਖੋ। ਕਿਸੇ ਗਰੁੱਪ ਉੱਪਰ bar ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਅਖੀਰ ਵਿੱਚ ? ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪੂਰਾ ਮੁੱਲ ਕੱਢਣਾ ਹੈ। ? ਅੰਦਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਜਾਣੇ ਹੋਏ ਗਰੁੱਪ ਹੱਲ ਕਰਕੇ ਉਸਨੂੰ ਇਕੱਲਾ ਕਰੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Treat every bracket as one packet. Open the innermost packet first. Then evaluate powers and roots, then multiplication/division from left to right, and finally addition/subtraction from left to right. A fraction bar groups its complete numerator and denominator.

ਹਰ bracket ਨੂੰ ਇੱਕ ਪੈਕਟ ਸਮਝੋ। ਸਭ ਤੋਂ ਅੰਦਰਲਾ ਪੈਕਟ ਪਹਿਲਾਂ ਖੋਲ੍ਹੋ। ਫਿਰ ਘਾਤਾਂ ਅਤੇ roots, ਫਿਰ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਗੁਣਾ/ਵੰਡ ਅਤੇ ਅਖੀਰ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਕਰੋ। Fraction ਦੀ ਲਾਈਨ ਪੂਰੇ numerator ਅਤੇ denominator ਦੀ grouping ਕਰਦੀ ਹੈ।

Priority · ਕ੍ਰਮ	What to do · ਕੀ ਕਰਨਾ ਹੈ	Small example · ਛੋਟੀ ਉਦਾਹਰਨ
1. V / B	Vinculum or other grouping; work inside out. Bar ਜਾਂ bracket ਅੰਦਰਲਾ ਕੰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਕਰੋ।	$60 \div [3\times(7-2)] = 60\div 15 = 4$
2. Powers / roots	Evaluate grouped bases before their powers. ਪਹਿਲਾਂ base ਦੀ grouping, ਫਿਰ ਘਾਤ ਕੱਢੋ।	$(2+3)^2 = 5^2 = 25$
3. D and M together	Equal rank: move left to right. ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕੋ ਦਰਜਾ: ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਚੱਲੋ।	$48\div 6\times 2 = 8\times 2 = 16$
4. A and S together	Equal rank: move left to right. ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕੋ ਦਰਜਾ: ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਚੱਲੋ।	$14-6+3 = 8+3 = 11$

About O: some Indian books use O for “of”, while others use it for orders (powers and roots). “Of” means multiplication. In a verbal fraction such as “3/4 of 40”, read the complete quantity as (3/4)×40. If an examination explicitly states a special convention, follow that convention. Avoid inventing priority from ambiguous writing such as a÷b of c; identify the intended grouping before calculating. All questions here use explicit grouping.

O ਬਾਰੇ: ਕੁਝ ਭਾਰਤੀ ਕਿਤਾਬਾਂ ਵਿੱਚ O ਦਾ ਮਤਲਬ “of” ਹੈ ਅਤੇ ਕੁਝ ਵਿੱਚ orders, ਯਾਨੀ ਘਾਤਾਂ ਅਤੇ roots। “Of” ਦਾ ਮਤਲਬ ਗੁਣਾ ਹੈ। “3/4 of 40” ਪੂਰੀ ਮਾਤਰਾ (3/4)×40 ਹੈ। Exam ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਖ਼ਾਸ ਨਿਯਮ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਮੰਨੋ। a÷b of c ਵਰਗੀ ਅਸਪਸ਼ਟ ਲਿਖਤ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ priority ਨਾ ਬਣਾਓ; ਪਹਿਲਾਂ grouping ਸਮਝੋ। ਇੱਥੇ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ grouping ਸਾਫ਼ ਦਿੱਤੀ ਹੈ।

Vinculum is a bar drawn over an expression. Here we write that group with brackets instead: $30-[9+4]$ means evaluate $9+4$ first, so the answer is 17. Bracket shape does not decide priority: in $(18-\{7-2\})$, the braces are inside, so $7-2$ comes first.

Vinculum ਕਿਸੇ ਹਿਸਾਬ ਉੱਪਰ ਖਿੱਚੀ bar ਹੈ। ਇੱਥੇ ਉਸ ਗਰੁੱਪ ਨੂੰ bracket ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ: $30-[9+4]$ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ $9+4=13$, ਫਿਰ $30-13=17$। Bracket ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਕ੍ਰਮ ਨਹੀਂ ਤੈਅ ਕਰਦੀ: $(18-\{7-2\})$ ਵਿੱਚ { } ਅੰਦਰ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ $7-2$ ਪਹਿਲਾਂ ਹੋਵੇਗਾ।

Why not divide before multiplying everywhere? $24\times 6\div 3 = (24\times 6)/3 = 144/3 = 48$. It can also be regrouped as $24\times(6/3) = 48$ because these are factors of one product. But $24\div 6\times 3 = (24/6)\times 3 = 12$; changing it to $24\div(6\times 3)$ gives 4/3 and changes the question.

ਹਰ ਥਾਂ ਵੰਡ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ਕਰਨਾ? $24\times 6\div 3 = 144/3 = 48$ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ $24\times(6/3) = 48$ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਇੱਕ product ਦੇ factors ਹਨ। ਪਰ $24\div 6\times 3 = (24/6)\times 3 = 12$ ਹੈ। $24\div(6\times 3) = 4/3$ ਕਰਨਾ ਸਵਾਲ ਹੀ ਬਦਲ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Mark the innermost groups; copy every outside sign unchanged.
   ਸਭ ਤੋਂ ਅੰਦਰਲੇ ਗਰੁੱਪ ਪਛਾਣੋ; ਬਾਹਰਲੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਜਿਵੇਂ ਦੇ ਤਿਵੇਂ ਲਿਖੋ।

2. Evaluate each inner group and replace the whole group by its value. Repeat until no grouped arithmetic remains.
   ਅੰਦਰਲਾ ਹਿਸਾਬ ਕਰਕੇ ਪੂਰੇ ਗਰੁੱਪ ਦੀ ਥਾਂ ਉਸਦਾ ਮੁੱਲ ਪਾਓ। ਅੰਦਰਲੇ brackets ਮੁੱਕਣ ਤੱਕ ਇਹ ਕਰੋ।
3. Calculate powers/roots. Then handle × and ÷ left to right within each remaining block.
   ਘਾਤਾਂ ਅਤੇ roots ਕੱਢੋ। ਫਿਰ ਹਰ ਬਚੇ ਗਰੁੱਪ ਵਿੱਚ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ × ਅਤੇ ÷ ਕਰੋ।
4. Handle + and − left to right. Check that every original term has been used once.
   ਅਖੀਰ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ + ਅਤੇ − ਕਰੋ। ਵੇਖੋ ਕਿ ਅਸਲ ਸਵਾਲ ਦਾ ਹਰ ਪਦ ਇੱਕ ਵਾਰ ਵਰਤਿਆ ਹੈ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Calculate independent blocks mentally, then combine. For 84÷7×2 + 3×8, the blocks are 24 and 24, so the answer is 48. Within a genuine product, cancel first: 18×35÷7=18×5=90. It works by the distributive/associative laws and cancellation of factors. It does not allow cancelling across + or −, or moving a factor into a divisor group.

ਵੱਖਰੇ ਗਰੁੱਪ ਮਨ ਵਿੱਚ ਹੱਲ ਕਰਕੇ ਜੋੜੋ। 84÷7×2 + 3×8 ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਗਰੁੱਪ 24 ਹਨ, ਜਵਾਬ 48। ਅਸਲ product ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਕੱਟੋ: 18×35÷7=18×5=90। ਇਹ grouping ਅਤੇ factors ਕੱਟਣ ਦੇ ਨਿਯਮ ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। + ਜਾਂ − ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ ਕੱਟਣਾ ਜਾਂ multiplier ਨੂੰ denominator ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਵਿੱਚ ਪਾਉਣਾ ਗਲਤ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 1 **Easy — Simplify: 48 ÷ 6 × 2 + 7 − 3**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 48 ÷ 6 × 2 + 7 − 3

A) 12 **B)** 20 **C)** 16 **D)** 24

Answer: B — 20

Quick method (≈20–40 sec)

Read ÷ and × left to right: 48÷6×2=8×2=16.

The remaining net addition is 7−3=4; 16+4=20.

Full method

1. 48÷6=8, so the expression becomes 8×2+7−3.
2. 8×2=16, giving 16+7−3.
3. 16+7=23; 23−3=20.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

÷ ਅਤੇ × ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਕਰੋ: 48÷6×2=8×2=16।

ਬਾਕੀ 7−3=4 ਹੈ; 16+4=20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 48÷6=8; ਹੁਣ 8×2+7−3 ਹੈ।
2. 8×2=16; ਹੁਣ 16+7−3 ਹੈ।
3. 16+7=23 ਅਤੇ 23−3=20।

Ex 2 **Easy — Simplify: 72 − [18 − (8 + 4)]**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 72 − [18 − (8 + 4)]

A) 54 **B)** 60 **C)** 78 **D)** 66

Answer: D — 66

Quick method (≈20–40 sec)

The inner sum is 12; the bracket is 18−12=6.

Subtract just that packet: 72−6=66.

Full method

1. 8+4=12; replace (8+4) with 12.
2. 72−[18−12]=72−[6].
3. 72−6=66.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅੰਦਰ 8+4=12; ਵੱਡਾ bracket 18−12=6।

72 ਵਿੱਚੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ 6 ਘਟਾਓ: 66।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 8+4=12; ਉਸ bracket ਦੀ ਥਾਂ 12 ਪਾਓ।
2. 72−[18−12]=72−[6]।
3. 72−6=66।

Ex 3 **Medium — Simplify: 180 ÷ [3 × (7 − 2)] + 4 × 6**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 180 ÷ [3 × (7 − 2)] + 4 × 6

A) 36 **B)** 84 **C)** 28 **D)** 40

Answer: A — 36

Quick method (≈20–40 sec)

The divisor packet is 3×5=15, so 180÷15=12.

The other block is 4×6=24; total 12+24=36.

Full method

1. 7−2=5; expression =180÷[3×5]+4×6.
2. 3×5=15; expression =180÷15+4×6.
3. 180÷15=12 and 4×6=24.
4. 12+24=36.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਵੰਡਣ ਵਾਲਾ ਪੂਰਾ ਗਰੁੱਪ 3×5=15 ਹੈ; 180÷15=12।

ਦੂਜਾ ਗਰੁੱਪ 4×6=24; 12+24=36।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 7−2=5; ਹੁਣ 180÷[3×5]+4×6।
2. 3×5=15; ਹੁਣ 180÷15+4×6।
3. 180÷15=12 ਅਤੇ 4×6=24।

4. 12+24=36।

Ex 4 **Medium — Simplify: (3/5 of 50) + 84 ÷ 7 × 2 − 9**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (3/5 of 50) + 84 ÷ 7 × 2 − 9

A) 33 **B)** 39 **C)** 45 **D)** 51

Answer: C — 45

Quick method (≈20–40 sec)

3/5 of 50: divide 50 by 5 to get 10, then ×3=30.

84÷7×2=12×2=24; 30+24−9=30+15=45.

Full method

1. (3/5)×50=(3×50)/5=150/5=30.
2. 84÷7=12; 12×2=24.
3. Replace the two blocks: 30+24−9.
4. 30+24=54; 54−9=45.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

50 ਦਾ 3/5: ਪਹਿਲਾਂ 50÷5=10, ਫਿਰ 10×3=30।

84÷7×2=12×2=24; 30+24−9=30+15=45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. (3/5)×50=150/5=30।
2. 84÷7=12; 12×2=24।
3. ਹੁਣ 30+24−9 ਹੈ।
4. 30+24=54; 54−9=45।

Ex 5 **Medium — Simplify: $96 \div \{4 \times [9 - (3 + 2)]\} + 7^2 - 15$**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $96 \div \{4 \times [9 - (3 + 2)]\} + 7^2 - 15$

A) 40 **B)** 58 **C)** 32 **D)** 46

Answer: A — 40

Quick method (≈20–40 sec)

Build the divisor inside out: 3+2=5, 9−5=4, 4×4=16.

96÷16=6; 7^2−15=49−15=34; 6+34=40.

Full method

1. 3+2=5, so [9−(3+2)]=9−5=4.
2. 4×[4]=16; the division is 96÷16=6.
3. 7^2=7×7=49.
4. 6+49−15=55−15=40.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Divisor ਅੰਦਰੋਂ ਬਣਾਓ: 3+2=5, 9−5=4, 4×4=16।

96÷16=6; 7^2−15=49−15=34; 6+34=40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 3+2=5, ਇਸ ਲਈ [9−(3+2)]=9−5=4।
2. 4×4=16 ਅਤੇ 96÷16=6।
3. 7^2=7×7=49।
4. 6+49−15=55−15=40।

Ex 6 **Hard — Simplify: 240 ÷ {6 + [18 − (10 + 2)]} × 3 − 5**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 240 ÷ {6 + [18 − (10 + 2)]} × 3 − 5

A) 15 **B)** 25 **C)** 65 **D)** 55

Answer: D — 55

Quick method (≈20–40 sec)

10+2=12; 18−12=6; the divisor is 6+6=12.

240÷12×3=20×3=60; subtract 5 to get 55.

Full method

1. (10+2)=12; [18−12]=6.
2. {6+[6]}=12; expression becomes 240÷12×3−5.
3. Work left to right: 240÷12=20, then 20×3=60.
4. 60−5=55.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

10+2=12; 18−12=6; ਪੂਰਾ divisor 6+6=12।

240÷12×3=20×3=60; 5 ਘਟਾ ਕੇ 55।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. (10+2)=12; [18−12]=6।
2. {6+[6]}=12; ਹੁਣ 240÷12×3−5।
3. ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ: 240÷12=20, ਫਿਰ 20×3=60।
4. 60−5=55।

Ex 7 **Hard — Simplify: {[144 ÷ (9 − 3)] + (3/4 of 32)} ÷ 6 + 5 × 3**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: {[144 ÷ (9 − 3)] + (3/4 of 32)} ÷ 6 + 5 × 3

A) 19 **B)** 23 **C)** 39 **D)** 13

Answer: B — 23

Quick method (≈20–40 sec)

The two terms in braces are 144÷6=24 and (3/4)×32=24.

Their sum is 48; 48÷6=8. Add 15 to get 23.

Full method

1. 9−3=6; 144÷6=24.
2. (3/4)×32=(3×32)/4=96/4=24.
3. The brace becomes 24+24=48.

4. 48÷6=8; 5×3=15.
5. 8+15=23.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Braces ਦੇ ਦੋ ਪਦ 144÷6=24 ਅਤੇ (3/4)×32=24 ਹਨ।

ਜੋੜ 48; 48÷6=8। ਫਿਰ 15 ਜੋੜੋ: 23।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 9−3=6; 144÷6=24।
2. (3/4)×32=96/4=24।
3. Braces ਦਾ ਜੋੜ 24+24=48।
4. 48÷6=8; 5×3=15।
5. 8+15=23।

Ex 8 **SSC CGL pattern — Simplify: 320 ÷ [8 × {9 − (6 − 2)}] + 6 × 7 − 18 ÷ 3**

SSC CGL pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: 320 ÷ [8 × {9 − (6 − 2)}] + 6 × 7 − 18 ÷ 3

A) 38 **B)** 50 **C)** 44 **D)** 46

Answer: C — 44

Quick method (≈20–40 sec)

6−2=4; 9−4=5; 8×5=40, so the division block is 8.

The other blocks give 42 and 6: 8+42−6=44.

Full method

1. (6−2)=4; {9−4}=5.
2. [8×5]=40; 320÷40=8.
3. 6×7=42; 18÷3=6.
4. 8+42−6=50−6=44.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

6−2=4; 9−4=5; 8×5=40, ਇਸ ਲਈ ਵੰਡ ਵਾਲਾ ਗਰੁੱਪ 8 ਹੈ।

ਬਾਕੀ ਗਰੁੱਪ 42 ਅਤੇ 6 ਹਨ: 8+42−6=44।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. (6−2)=4; {9−4}=5।
2. [8×5]=40; 320÷40=8।
3. 6×7=42; 18÷3=6।
4. 8+42−6=50−6=44।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Treating D as always before M:** 36÷6×3 is 6×3=18, not 36÷18=2.
2. **Treating A as always before S:** 20−8+5 is 12+5=17, not 20−13=7.
3. **Ignoring a divisor bracket:** 100÷(2×5)=100÷10=10; it is not 100÷2×5=250.
4. **Solving by bracket shape:** in (14−{8−5}), {8−5} is the inner group; result 14−3=11.

1. D ਨੂੰ M ਤੋਂ ਹਰ ਵਾਰ ਪਹਿਲਾਂ ਨਾ ਕਰੋ: 36÷6×3=6×3=18 ਹੈ, 2 ਨਹੀਂ।
2. A ਨੂੰ S ਤੋਂ ਹਰ ਵਾਰ ਪਹਿਲਾਂ ਨਾ ਕਰੋ: 20−8+5=12+5=17 ਹੈ, 7 ਨਹੀਂ।
3. Divisor ਦਾ bracket ਨਾ ਭੁੱਲੋ: 100÷(2×5)=10 ਹੈ; 100÷2×5=250 ਵੱਖਰਾ ਹਿਸਾਬ ਹੈ।
4. ਸ਼ਕਲ ਨਹੀਂ, ਅੰਦਰਲੀ grouping ਵੇਖੋ: (14−{8−5})=14−3=11।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Order of operations is a core skill in direct simplification and missing-value questions across SSC, Railways, banking and state numerical tests; the number of questions varies by paper and shift. Aim for 20–30 seconds on short expressions and 35–50 seconds on nested ones after practice. Read the whole divisor first. Estimate each block: in Ex 8 the positive blocks total 50 and the final subtraction is 6, so options above 50 or far below 40 can be rejected. When close options remain, calculate exactly.

ਇਹ ਨਿਯਮ SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical tests ਦੇ ਸਿੱਧੇ simplification ਅਤੇ missing-value ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਵਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ paper ਅਤੇ shift ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਅਭਿਆਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਛੋਟੇ ਹਿਸਾਬ ਲਈ 20–30 ਅਤੇ nested ਹਿਸਾਬ ਲਈ 35–50 ਸਕਿੰਟ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨਾ ਰੱਖੋ। Divisor ਦਾ ਪੂਰਾ ਗਰੁੱਪ ਪੜ੍ਹੋ। Ex 8 ਵਿੱਚ positive ਗਰੁੱਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 50 ਅਤੇ ਘਟਾਉਣਾ 6 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 50 ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂ 40 ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਘੱਟ option ਛੱਡ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਨੇੜਲੇ options ਲਈ exact ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ।

TYPE 2 Signs, brackets and absolute value

ਧਨ-ਰਿਣ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ, Brackets ਅਤੇ Absolute value

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Positive and negative numbers describe opposite directions. If you have ₹80 and owe ₹110, your net balance is 80−110=−₹30. Brackets tell us which amount belongs together, while absolute value tells the size without direction.

Positive ਅਤੇ negative ਉਲਟ ਪਾਸੇ ਦੱਸਦੇ ਹਨ। ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ₹80 ਹਨ ਅਤੇ ਦੇਣੇ ₹110 ਹਨ ਤਾਂ net balance 80−110=−₹30 ਹੈ। Bracket ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿਹੜੀ ਮਾਤਰਾ ਇਕੱਠੀ ਹੈ। Absolute value ਸਿਰਫ਼ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਆਕਾਰ ਦੱਸਦੀ ਹੈ, ਪਾਸਾ ਨਹੀਂ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for a minus before a bracket, negative factors such as (−6), bars such as |−9|, or powers such as -4^2 and $(-4)^2$. Several minus signs are a signal to write one clean sign at a time.

Bracket ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ minus, (−6) ਵਰਗੇ negative factors, |−9| ਵਰਗੀਆਂ bars ਜਾਂ -4^2 ਅਤੇ $(-4)^2$ ਵਰਗੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਵੇਖੋ। ਕਈ minus ਨਿਸ਼ਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇੱਕ-ਇੱਕ sign ਸਾਫ਼ ਕਰਕੇ ਲਿਖੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

A minus sign can mark a negative number or tell us to subtract. In 9−(−4), the first minus means subtract; the second belongs to the number −4. Subtracting −4 means adding its opposite +4, so 9−(−4)=13.

Minus ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ negative sign ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਵੀ। 9−(−4) ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾ minus ਘਟਾਉਣ ਲਈ ਹੈ; ਦੂਜਾ −4 ਦਾ sign ਹੈ। −4 ਘਟਾਉਣ ਲਈ ਉਸਦਾ ਉਲਟ +4 ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ; ਜਵਾਬ 13 ਹੈ।

Situation · ਹਾਲਤ	Rule and reason · ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example
Same-sign addition	Add magnitudes and keep the sign; both movements go in the same direction. ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਜੋੜ ਕੇ ਉਹੀ sign ਰੱਖੋ; ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਹਨ।	$(-8)+(-5)=-13$
Opposite-sign addition	Subtract smaller magnitude from larger; keep the larger magnitude's sign. ਵੱਡੀ ਮਾਤਰਾ ਵਿੱਚੋਂ ਛੋਟੀ ਘਟਾਓ; ਵੱਡੀ ਵਾਲਾ sign ਰੱਖੋ।	$(-17)+9=-8$
Subtraction	$a-b=a+(-b)$: add the opposite of b. a−b ਲਈ b ਦਾ ਉਲਟ ਜੋੜੋ।	$6-(-7)=6+7=13$
Multiplication / division	Same signs give +; different signs give −, for nonzero operands in these sign comparisons. ਇੱਕੋ signs ਨਾਲ + ਅਤੇ ਵੱਖਰੇ signs ਨਾਲ − ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ sign ਦੀ ਗੱਲ nonzero ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹੈ।	$(-6)\times(-4)=24$; $24\div(-6)=-4$
Minus before bracket	Multiply every term by −1, not only the first term. ਹਰ ਪਦ ਨੂੰ −1 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ, ਸਿਰਫ਼ ਪਹਿਲੇ ਨੂੰ ਨਹੀਂ।	$-(a-b+c)=-a+b-c$
Absolute value	$\lvert a\rvert$ is a if $a\geq 0$; otherwise $-a$. Distance is never negative. $a\geq 0$ ਲਈ $\lvert a\rvert=a$; ਨਹੀਂ ਤਾਂ $\lvert a\rvert=-a$। ਦੂਰੀ negative ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।	$\lvert -12\rvert=12$; $\lvert 5-9\rvert=\lvert -4\rvert=4$
Powers with a negative base	An even number of negative factors gives +; an odd number gives −. Negative factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ even ਹੋਵੇ ਤਾਂ +, odd ਹੋਵੇ ਤਾਂ −।	$(-3)^2=9$; $(-3)^3=-27$

Why does negative × negative give positive? Use $0=(-3)\times 0=(-3)\times[2+(-2)]=(-6)+(-3)\times(-2)$. To make the total zero, the missing product must be +6. This follows from multiplication distributing over addition.

Negative × negative positive ਕਿਉਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ? $0=(-3)\times 0=(-3)\times[2+(-2)]=(-6)+(-3)\times(-2)$। ਕੁੱਲ 0 ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਦੂਜਾ ਗੁਣਾ +6 ਹੋਣਾ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ। ਇਹ distributive rule ਤੋਂ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

A power acts on its written base. In -4^2, the base of the square is 4, so $-4^2=-(4\times 4)=-16$. In $(-4)^2$, the base is the whole negative number, so $(-4)^2=(-4)\times(-4)=16$. Do not insert a bracket that the question did not give.

ਘਾਤ ਸਿਰਫ਼ ਲਿਖੇ base ਉੱਤੇ ਲੱਗਦੀ ਹੈ। -4^2 ਵਿੱਚ square ਦਾ base 4 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ $-4^2=-(4\times 4)=-16$। $(-4)^2$ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ −4 base ਹੈ, ਇਸ ਲਈ $(-4)\times(-4)=16$। ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ bracket ਨਾ ਪਾਓ।

Absolute value is not permission to erase every minus inside a bar: $\lvert 5-13\rvert=\lvert -8\rvert=8$, whereas $\lvert 5\rvert+\lvert -13\rvert=18$. Also $\lvert a+b\rvert$ need not equal $\lvert a\rvert+\lvert b\rvert$. Evaluate the complete inside expression first.

Absolute value ਦਾ ਮਤਲਬ ਅੰਦਰਲੇ ਸਾਰੇ minus ਮਿਟਾਉਣਾ ਨਹੀਂ ਹੈ: $\lvert 5-13\rvert=\lvert -8\rvert=8$, ਪਰ $\lvert 5\rvert+\lvert -13\rvert=18$ ਹੈ। $\lvert a+b\rvert$ ਹਮੇਸ਼ਾ $\lvert a\rvert+\lvert b\rvert$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਪਹਿਲਾਂ bars ਅੰਦਰ ਪੂਰਾ ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Separate subtraction signs from signs attached to numbers; keep negative operands in brackets.
   ਘਟਾਉਣ ਵਾਲੇ sign ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਲੱਗੇ sign ਨੂੰ ਵੱਖ ਸਮਝੋ; negative ਸੰਖਿਆ brackets ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ।
2. Evaluate innermost groups and powers with their actual bases.

ਅੰਦਰਲੇ brackets ਅਤੇ ਅਸਲ base ਵਾਲੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੱਲ ਕਰੋ।

3. Inside each absolute-value pair, finish the arithmetic; replace its result by its nonnegative magnitude.
   ਹਰ absolute-value ਜੋੜੀ ਅੰਦਰ ਪੂਰਾ ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ; ਫਿਰ ਉਸਦੀ ਗੈਰ-ਰਿਣਾਤਮਕ ਮਾਤਰਾ ਲਵੋ।
4. Perform multiplication/division with the sign rule. Then add/subtract signed terms; use either left-to-right arithmetic or a correctly signed positive/negative grouping.
   ਗੁਣਾ/ਵੰਡ ਵਿੱਚ sign rule ਲਗਾਓ। ਫਿਰ signed ਪਦ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ; ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਜਾਂ ਸਹੀ signs ਨਾਲ positive/negative ਗਰੁੱਪ ਬਣਾਓ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For a product of nonzero factors, count negative factors: even count gives +, odd count gives −. Calculate the magnitude separately. In a signed sum, group positive terms and negative terms only after rewriting every subtraction as a signed term: −18+27−6=27−(18+6)=3. This works by commutativity/associativity of addition. Do not count minus signs across an entire expression containing sums, and do not split absolute-value bars over addition.

Nonzero factors ਦੇ product ਵਿੱਚ negative factors ਗਿਣੋ: even ਹੋਣ ਤਾਂ +, odd ਹੋਣ ਤਾਂ −। ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਗੁਣਾ ਵੱਖ ਕਰੋ। ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ ਘਟਾਓ ਨੂੰ signed ਪਦ ਬਣਾਓ, ਫਿਰ positive ਅਤੇ negative ਇਕੱਠੇ ਕਰੋ: −18+27−6=27−(18+6)=3। ਇਹ ਜੋੜ ਦੀ grouping ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। ਪੂਰੇ ਜੋੜ-ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ minus ਗਿਣ ਕੇ sign ਨਾ ਕੱਢੋ ਅਤੇ absolute bars ਨੂੰ ਜੋੜ ਉੱਤੇ ਵੱਖ ਨਾ ਕਰੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 9 **Easy — Simplify: −18 + 27 − 6**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: −18 + 27 − 6

A) 9 **B)** −3 **C)** 3 **D)** 15

Answer: C — 3

Quick method (≈20–40 sec)

Positive total is 27; negative magnitudes total 18+6=24.

27−24=3, so the final sign is positive.

Full method

1. −18+27=27−18=9.
2. 9−6=3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Positive ਕੁੱਲ 27 ਹੈ; negative ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 18+6=24।

27−24=3; ਅਖੀਰਲਾ sign positive ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. −18+27=27−18=9।
2. 9−6=3।

Ex 10 **Easy — Simplify: 35 − (12 − 9 + 8)**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 35 − (12 − 9 + 8)

A) 24 **B)** 6 **C)** 38 **D)** 40

Answer: A — 24

Quick method (≈20–40 sec)

Inside the bracket, pair 12+8−9=20−9=11.

35−11=24.

Full method

1. 12−9=3.
2. 3+8=11.
3. 35−11=24.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅੰਦਰ 12+8−9=20−9=11।

35−11=24।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 12−9=3।
2. 3+8=11।
3. 35−11=24।

Ex 11 **Medium — Simplify: −6 × (−7) + 48 ÷ (−8) − (−5)**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: −6 × (−7) + 48 ÷ (−8) − (−5)

A) 31 **B)** 43 **C)** −41 **D)** 41

Answer: D — 41

Quick method (≈20–40 sec)

The product is positive 42; the division is negative 6; subtracting −5 adds 5.

Combine 42−6+5=42−1=41.

Full method

1. (−6)×(−7)=+(6×7)=42.
2. 48÷(−8)=−(48÷8)=−6.
3. −(−5)=+5, so the expression becomes 42−6+5.
4. 42−6=36; 36+5=41.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਗੁਣਾ positive 42 ਹੈ; ਵੰਡ negative 6 ਹੈ; −5 ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ +5 ਬਣਦਾ ਹੈ।

42−6+5=42−1=41।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. (−6)×(−7)=+(6×7)=42।
2. 48÷(−8)=−(48÷8)=−6।
3. −(−5)=+5; ਹੁਣ 42−6+5।

4. 42−6=36; 36+5=41।

Ex 12 **Medium — Simplify: |−24 + 9| − |7 − 19| + |−3|**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: |−24 + 9| − |7 − 19| + |−3|

A) 0 **B)** 30 **C)** 6 **D)** −6

Answer: C — 6

Quick method (≈20–40 sec)

The three distances are 15, 12 and 3.

15−12+3=3+3=6; keep the minus outside the second bar.

Full method

1. −24+9=−15, so |−24+9|=|−15|=15.
2. 7−19=−12, so |7−19|=|−12|=12.
3. |−3|=3; expression =15−12+3.
4. 15−12=3; 3+3=6.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਤਿੰਨ absolute values 15, 12 ਅਤੇ 3 ਹਨ।

15−12+3=3+3=6; ਦੂਜੀ bar ਤੋਂ ਬਾਹਰਲਾ minus ਰੱਖੋ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. −24+9=−15, ਇਸ ਲਈ |−15|=15।
2. 7−19=−12, ਇਸ ਲਈ |−12|=12।
3. |−3|=3; ਹੁਣ 15−12+3।
4. 15−12=3; 3+3=6।

Ex 13 **Medium — Simplify: $-5^2 + (-5)^2 - (-3)^3$**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $-5^2 + (-5)^2 - (-3)^3$

A) 27 **B)** −27 **C)** 77 **D)** −77

Answer: A — 27

Quick method (≈20–40 sec)

$-5^2=-25$ and $(-5)^2=+25$ cancel.

$(-3)^3=-27$; subtracting it gives +27.

Full method

1. $-5^2=-(5\times5)=-25$.
2. $(-5)^2=(-5)\times(-5)=25$.
3. $(-3)^3=(-3)\times(-3)\times(-3)=9\times(-3)=-27$.
4. −25+25−(−27)=0+27=27.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$-5^2=-25$ ਅਤੇ $(-5)^2=+25$ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟ ਗਏ।

$(-3)^3=-27$; ਇਹ ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ +27 ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $-5^2=-(5\times5)=-25$।
2. $(-5)^2=(-5)\times(-5)=25$।
3. $(-3)^3=9\times(-3)=-27$।
4. $-25+25-(-27)=0+27=27$।

Ex 14 **Hard — Simplify: 80 − {25 − [12 − (7 − 15)]}**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 80 − {25 − [12 − (7 − 15)]}

A) 59 **B)** 51 **C)** 85 **D)** 75

Answer: D — 75

Quick method (≈20–40 sec)

7−15=−8, so the square bracket is 12+8=20.

The brace is 25−20=5; 80−5=75.

Full method

1. 7−15=−8.
2. 12−(−8)=12+8=20.
3. 25−[20]=5.
4. 80−{5}=75.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

7−15=−8, ਇਸ ਲਈ square bracket 12+8=20।

Braces ਵਿੱਚ 25−20=5; 80−5=75।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 7−15=−8।
2. 12−(−8)=12+8=20।
3. 25−[20]=5।
4. 80−{5}=75।

Ex 15 **Hard — Simplify: |−8| × (−3) − [−42 ÷ 7 − (−5)]**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: |−8| × (−3) − [−42 ÷ 7 − (−5)]

A) −25 **B)** −23 **C)** 23 **D)** −13

Answer: B — -23

Quick method (≈20–40 sec)

The first block is 8×(−3)=−24.

The bracket is −6+5=−1; −24−(−1)=−23.

Full method

1. |−8|=8; 8×(−3)=−24.
2. −42÷7=−6.
3. [−6−(−5)]=−6+5=−1.

4. −24−[−1]=−24+1=−23.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ ਗਰੁੱਪ 8×(−3)=−24 ਹੈ।

Bracket ਵਿੱਚ −6+5=−1; −24−(−1)=−23।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. |−8|=8; 8×(−3)=−24।
2. −42÷7=−6।
3. [−6−(−5)]=−6+5=−1।
4. −24−[−1]=−24+1=−23।

Ex 16 **RRB NTPC pattern — Simplify: $|18 - 5 \times 6| + \{-4^2 - (-4)^2\} \div (-8) - |-7 + 10|$**

RRB NTPC pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: $|18 - 5 \times 6| + \{-4^2 - (-4)^2\} \div (-8) - |-7 + 10|$

A) 9 **B)** 13 **C)** 17 **D)** −7

Answer: B — 13

Quick method (≈20–40 sec)

The absolute values are |18−30|=12 and |3|=3.

The brace is −16−16=−32; dividing by −8 gives +4. Total 12+4−3=13.

Full method

1. Inside the first bars: 5×6=30, then 18−30=−12; |−12|=12.
2. $-4^2=-16$; $(-4)^2=16$; brace =−16−16=−32.
3. (−32)÷(−8)=4.
4. Inside the final bars: −7+10=3; |3|=3.
5. 12+4−3=16−3=13.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Absolute values |18−30|=12 ਅਤੇ |3|=3 ਹਨ।

Braces ਵਿੱਚ −16−16=−32; −8 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ’ਤੇ +4। ਕੁੱਲ 12+4−3=13।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀਆਂ bars ਵਿੱਚ 5×6=30, ਫਿਰ 18−30=−12; |−12|=12।
2. $-4^2=-16$; $(-4)^2=16$; braces ਦਾ ਮੁੱਲ −16−16=−32।
3. (−32)÷(−8)=4।
4. ਆਖਰੀ bars ਵਿੱਚ −7+10=3; |3|=3।
5. 12+4−3=16−3=13।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Changing only one sign:** −(7−2+5)=−7+2−5=−10; every inside term changes sign.
2. **Using the multiplication rule for addition:** (−4)+(−3)=−7, but (−4)×(−3)=12.
3. **Treating $-a^2$ and $(-a)^2$ as equal:** for a=6, they are −36 and +36.
4. **Removing an outside minus with absolute bars:** −|−9|=−9, because only the inside result becomes

nonnegative.

5. Splitting bars over a sum: $|-8+3|=5$, while $|-8|+|3|=11$.

1. ਸਿਰਫ਼ ਪਹਿਲਾ sign ਨਾ ਬਦਲੋ: $-(7-2+5)=-7+2-5=-10$; ਅੰਦਰਲੇ ਹਰ ਪਦ ਦਾ sign ਬਦਲਦਾ ਹੈ।

2. ਗੁਣਾ ਵਾਲਾ sign rule ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਨਾ ਲਗਾਓ: $(-4)+(-3)=-7$, ਪਰ $(-4)\times(-3)=12$।

3. $-a^2$ ਅਤੇ $(-a)^2$ ਇੱਕੋ ਨਹੀਂ: $a=6$ ਲਈ -36 ਅਤੇ $+36$ ਹਨ।

4. Bars ਨਾਲ ਬਾਹਰਲਾ minus ਨਹੀਂ ਹਟਦਾ: $-|-9|=-9$। ਸਿਰਫ਼ bars ਅੰਦਰਲਾ ਨਤੀਜਾ nonnegative ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

5. ਜੋੜ ਉੱਤੇ bars ਵੱਖ ਨਾ ਕਰੋ: $|-8+3|=5$, ਪਰ $|-8|+|3|=11$।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Sign handling occurs inside many simplification and algebra questions; a separate modulus question is more syllabus-dependent. Do not assume a fixed question count. Aim for 20–35 seconds on short signed sums and 35–50 seconds when powers, bars and brackets mix. Determine the sign of each completed product/quotient before calculating its size. In Ex 15 the first block is −24 and only 1 is added back, so positive options can be discarded immediately.

Signs ਵਾਲਾ ਹਿਸਾਬ ਕਈ simplification ਅਤੇ algebra ਸਵਾਲਾਂ ਅੰਦਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਵੱਖਰਾ modulus ਸਵਾਲ syllabus ਮੁਤਾਬਕ ਬਦਲਦਾ ਹੈ; ਪੱਕੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾ ਮੰਨੋ। ਛੋਟੇ signed ਜੋੜ ਲਈ 20–35 ਅਤੇ ਘਾਤਾਂ, bars, brackets ਮਿਲੇ ਹੋਣ ਤਾਂ 35–50 ਸਕਿੰਟ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨਾ ਰੱਖੋ। ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ ਪੂਰੇ product/quotient ਦਾ sign ਤੈਅ ਕਰੋ, ਫਿਰ ਮਾਤਰਾ ਕੱਢੋ। Ex 15 ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾ ਗਰੁੱਪ −24 ਹੈ ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ 1 ਵਾਪਸ ਜੁੜਦਾ ਹੈ; positive options ਤੁਰੰਤ ਛੱਡ ਸਕਦੇ ਹੋ।

TYPE 3 Ordinary and mixed fractions

ਆਮ Fractions ਅਤੇ Mixed numbers

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A fraction tells how many equal parts we have. If a farmer uses 3/8 of a field for wheat and 1/4 for vegetables, we must express both areas in the same-sized parts before adding them. Mixed numbers include a whole part and a fractional part, such as 2 + 1/3 kg.

Fraction ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੇ ਹਿੱਸੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹਨ। ਕਿਸਾਨ ਖੇਤ ਦਾ 3/8 ਹਿੱਸਾ ਕਣਕ ਅਤੇ 1/4 ਹਿੱਸਾ ਸਬਜ਼ੀਆਂ ਲਈ ਵਰਤੇ ਤਾਂ ਜੋੜਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ ਆਕਾਰ ਦੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣੇ ਪੈਣਗੇ। Mixed number ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਹਿੱਸਾ ਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ 2 + 1/3 kg।

The denominator names the size of one part; the numerator counts those parts. In 3/8, each part is 1/8 and there are three of them. A bigger denominator alone does not mean a bigger fraction.

Denominator ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਆਕਾਰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਅਤੇ numerator ਉਹ ਹਿੱਸੇ ਗਿਣਦਾ ਹੈ। 3/8 ਵਿੱਚ ਹਰ ਹਿੱਸਾ 1/8 ਹੈ ਅਤੇ ਅਜਿਹੇ ਤਿੰਨ ਹਿੱਸੇ ਹਨ। ਸਿਰਫ਼ ਵੱਡਾ denominator ਵੇਖ ਕੇ fraction ਵੱਡੀ ਨਹੀਂ ਮੰਨ ਸਕਦੇ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for several a/b forms, mixed numbers, “of”, or a request for the greatest/smallest fraction. Direct arithmetic questions may combine +, −, × and ÷. First identify the operation; addition and multiplication require different methods.

ਕਈ a/b ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, mixed numbers, “of” ਜਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ/ਛੋਟੀ fraction ਪੁੱਛੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ type ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ +, −, × ਅਤੇ ÷ ਮਿਲੇ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਕੰਮ ਪਛਾਣੋ; ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਤਰੀਕੇ ਵੱਖ ਹਨ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Add or subtract only equal-sized parts. To add 1/2 and 1/3, split a whole into 6 equal parts: 1/2=3/6 and 1/3=2/6, so the total is 5/6. Multiplication asks for a part of a part, so numerators multiply and denominators multiply. Division asks how many divisor-sized portions fit, which leads to multiplication by the reciprocal.

ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ ਹਿੱਸੇ ਇੱਕੋ ਆਕਾਰ ਦੇ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। 1/2 ਅਤੇ 1/3 ਜੋੜਨ ਲਈ ਪੂਰੇ ਦੇ 6 ਹਿੱਸੇ ਕਰੋ: 1/2=3/6 ਅਤੇ 1/3=2/6; ਕੁੱਲ 5/6। ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਹੋਰ ਹਿੱਸਾ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ ਉੱਪਰਲੇ ਅੰਕ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਹੇਠਲੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਵੰਡ ਪੁੱਛਦੀ ਹੈ ਕਿ divisor ਜਿੰਨੇ ਕਿੰਨੇ ਹਿੱਸੇ ਬਣਦੇ ਹਨ; ਇਸ ਲਈ reciprocal ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

Operation · ਕੰਮ	Formula and meaning · ਫਾਰਮੂਲਾ ਅਤੇ ਮਤਲਬ	Why / small illustration · ਕਾਰਨ
Equivalent fraction	a/b=(ka)/(kb), with b≠0 and k≠0. a is the numerator; b the denominator; k is a common scaling factor. a numerator, b denominator ਅਤੇ k ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਇੱਕੋ nonzero factor ਹੈ।	Divide each old part into k equal smaller parts when k is a positive integer: 2/3=8/12 using k=4. Algebraically the nonzero k cancels. Positive integer k ਲਈ ਹਰ ਪੁਰਾਣੇ ਹਿੱਸੇ ਦੇ k ਛੋਟੇ ਹਿੱਸੇ ਕਰੋ: k=4 ਨਾਲ 2/3=8/12। ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ nonzero k ਕੱਟਦਾ ਹੈ।
Same denominator	a/b ± c/b=(a±c)/b, b≠0. The letters a,c count equally sized parts. a,c ਇੱਕੋ ਆਕਾਰ ਦੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ b ਉਹਨਾਂ ਦਾ denominator ਹੈ।	Three fifths plus one fifth makes four fifths: 3/5+1/5=4/5. ਤਿੰਨ ਪੰਜਵੇਂ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪੰਜਵਾਂ ਮਿਲ ਕੇ ਚਾਰ ਪੰਜਵੇਂ: 3/5+1/5=4/5।
Different denominators	a/b ± c/d=(ad±bc)/(bd), b,d≠0. Or use L=LCM(b,d) and numerator a(L/b)±c(L/d). b,d denominators ਹਨ ਅਤੇ L ਉਹਨਾਂ ਦਾ LCM ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਦੋਵੇਂ fractions ਨੂੰ ਇੱਕੋ denominator ਵਿੱਚ ਲਿਆਓ।	Scale to common-sized parts. For 1/6+1/4, L=12, so (2+3)/12=5/12. ਇੱਕੋ ਆਕਾਰ ਦੇ ਹਿੱਸੇ ਬਣਾਓ। 1/6+1/4 ਵਿੱਚ L=12; (2+3)/12=5/12।
Multiplication	(a/b)×(c/d)=ac/(bd), b,d≠0. ਉੱਪਰ a,c ਦਾ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ b,d ਦਾ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	A half of a third is one of six equal parts: (1/2)×(1/3)=1/6. ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਦਾ ਅੱਧਾ, ਪੂਰੇ ਦਾ ਛੇਵਾਂ ਹਿੱਸਾ ਹੈ: (1/2)×(1/3)=1/6।
Division	(a/b)÷(c/d)=(a/b)×(d/c), with b,c,d≠0. Only the divisor c/d is inverted. ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ c/d fraction ਉਲਟ ਕੇ d/c ਬਣਾਓ। ਪਹਿਲੀ fraction ਨਾ ਉਲਟੋ। b,c,d ਕੋਈ ਵੀ 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।	Multiplying the divisor by its reciprocal gives 1. Example: (3/4)÷(1/4)=3 portions. Divisor ਅਤੇ ਉਸਦੇ reciprocal ਦਾ ਗੁਣਾ 1 ਹੈ। (3/4)÷(1/4)=3 ਹਿੱਸੇ।
Mixed number	m r/s=m+r/s=(ms+r)/s for m≥0, 0≤r<s. m is the whole part; r/s the fractional part. m ਪੂਰਾ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ r/s fraction ਹੈ; s positive ਹੈ।	Each whole has s parts: 2 2/5=(2×5+2)/5=12/5. A negative mixed number −(2 2/5)=−12/5. ਹਰ ਪੂਰੇ ਵਿੱਚ s ਹਿੱਸੇ ਹਨ: 2 2/5=(10+2)/5=12/5। Negative mixed number −(2 2/5)=−12/5 ਹੈ।

Operation · ਕੰਮ	Formula and meaning · ਫਾਰਮੂਲਾ ਅਤੇ ਮਤਲਬ	Why / small illustration · ਕਾਰਨ
Fraction of a quantity	(a/b) of N=aN/b, where N is the total quantity and b≠0. N ਪੂਰੀ ਮਾਤਰਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ b ਨਾਲ ਵੰਡੋ, ਫਿਰ a ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।	Taking a of b equal shares gives aN/b: 3/7 of 56=3×8=24. N ਦੇ b ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ a ਲਵੋ: 56 ਦਾ 3/7=3×8=24।
Comparison	For b,d>0: a/b > c/d exactly when ad>bc. Positive multiplication by bd preserves the inequality. b,d positive ਹੋਣ ਤਾਂ cross-products ad ਅਤੇ bc ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ positive bd ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਕਰਕੇ inequality ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ।	7/9 versus 5/6: 7×6=42 and 5×9=45, so 5/6 is larger. 7/9 ਅਤੇ 5/6 ਵਿੱਚ 7×6=42, 5×9=45; ਇਸ ਲਈ 5/6 ਵੱਡੀ ਹੈ।
Near one	a/b=1−(b−a)/b for b≠0. b−a counts the missing parts. b−a ਪੂਰਾ ਬਣਨ ਲਈ ਘੱਟ ਪਏ ਹਿੱਸੇ ਹਨ।	11/12=1−1/12 and 7/8=1−1/8. Since 1/12<1/8, 11/12 is larger. 11/12 ਵਿੱਚੋਂ ਪੂਰਾ ਬਣਨ ਲਈ 1/12 ਘੱਟ ਹੈ, 7/8 ਵਿੱਚ 1/8। 1/12 ਛੋਟਾ ਘਾਟਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 11/12 ਵੱਡੀ ਹੈ।

For comparison with a negative denominator, move the sign first: 3/(−5)=−3/5. If two fractions have the same positive numerator, the smaller positive denominator gives the larger fraction: 3/7 > 3/10. If denominators are equal and positive, compare numerators.

ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ denominator negative ਹੋਵੇ ਤਾਂ sign ਪਹਿਲਾਂ ਉੱਪਰ ਲਿਆਓ: 3/(−5)=−3/5। Numerator ਇੱਕੋ positive ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਛੋਟੇ positive denominator ਵਾਲੀ fraction ਵੱਡੀ ਹੈ: 3/7 > 3/10। Denominators ਇੱਕੋ positive ਹੋਣ ਤਾਂ numerators ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

To reduce 42/60, divide both numbers by their HCF 6: 42÷6=7 and 60÷6=10, giving 7/10. To convert 17/5 to a mixed number, divide 17 by 5: quotient 3 and remainder 2, so 17/5=3 2/5. The quotient is the whole part; keep the old denominator under the remainder.

42/60 ਛੋਟੀ ਕਰਨ ਲਈ ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ HCF 6 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: 42÷6=7 ਅਤੇ 60÷6=10, ਇਸ ਲਈ 7/10। 17/5 ਨੂੰ mixed ਬਣਾਉਣ ਲਈ 17÷5 ਕਰੋ: quotient 3 ਅਤੇ remainder 2; ਇਸ ਲਈ 3 2/5। Quotient ਪੂਰਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ; remainder ਹੇਠਾਂ ਪੁਰਾਣਾ denominator ਹੀ ਰਹੇਗਾ।

Keep a negative mixed number grouped: −(2+1/3)=−7/3. This is different from −2+1/3=−5/3. If the notation could be misread, rewrite the whole-plus-fraction form before calculating.

Negative mixed number ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਰੱਖੋ: −(2+1/3)=−7/3। ਇਹ −2+1/3=−5/3 ਤੋਂ ਵੱਖਰਾ ਹੈ। ਲਿਖਤ ਨਾਲ ਭੁਲੇਖਾ ਪਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਪੂਰਾ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ fraction brackets ਵਿੱਚ ਸਾਫ਼ ਲਿਖੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Copy the grouping and signs. Convert mixed numbers to improper fractions before a multiplication/division chain.
   Grouping ਅਤੇ signs ਸਹੀ ਲਿਖੋ। ਗੁਣਾ/ਵੰਡ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ mixed numbers ਨੂੰ improper fractions ਬਣਾਓ।
2. Finish the innermost bracket. For + or −, find the LCM of the denominators and change each numerator accordingly.
   ਸਭ ਤੋਂ ਅੰਦਰਲਾ bracket ਹੱਲ ਕਰੋ। + ਜਾਂ − ਲਈ denominators ਦਾ LCM ਲਵੋ ਅਤੇ ਹਰ numerator ਠੀਕ ਬਦਲੋ।
3. For ×, cancel common numerator/denominator factors and multiply what remains. For ÷, invert only the divisor, then cancel. Respect equal-priority operations from left to right.
   × ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ ਸਾਂਝੇ factors ਕੱਟ ਕੇ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ÷ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ divisor ਉਲਟੋ, ਫਿਰ ਕੱਟੋ। ਇੱਕੋ ਦਰਜੇ ਵਾਲੇ ਕੰਮ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਕਰੋ।
4. Combine the completed blocks with the required addition/subtraction. Reduce by the HCF. Convert to a mixed number only if useful for matching the options.

ਪੂਰੇ ਹੋਏ ਗਰੁੱਪ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ। HCF ਨਾਲ fraction ਛੋਟੀ ਕਰੋ। Option ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਣ ਲਈ ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ mixed number ਬਣਾਓ।

5. Check size: a proper positive fraction of N must be smaller than N; dividing by a positive fraction below 1 increases a positive quantity.

   ਮੁੱਲ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਜਾਂਚੋ: positive proper fraction of N, N ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੋਵੇਗੀ। 1 ਤੋਂ ਛੋਟੀ positive fraction ਨਾਲ positive ਮਾਤਰਾ ਵੰਡਣ 'ਤੇ ਮੁੱਲ ਵਧਦਾ ਹੈ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Choose the operation first. For sums, choose the LCM instead of multiplying every denominator. For products, cross-cancel before multiplying. For mixed-number addition/subtraction, separating whole and fractional parts can save work: $4\ 1/6 - 2\ 5/6 = 2 - 4/6 = 1\ 1/3$. For multiplication/division, improper fractions are usually safer. These methods work because equivalent fractions preserve value and cancellation removes common nonzero factors. Never cross-cancel terms separated by + or −.

ਪਹਿਲਾਂ ਕੰਮ ਪਛਾਣੋ। ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ denominators ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੀ ਥਾਂ LCM ਲਵੋ। ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ cross-cancel ਕਰੋ। Mixed numbers ਦੇ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਅਤੇ fraction ਹਿੱਸਾ ਵੱਖ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ: $4\ 1/6 - 2\ 5/6 = 2 - 4/6 = 1\ 1/3$। ਗੁਣਾ/ਵੰਡ ਵਿੱਚ improper fractions ਜ਼ਿਆਦਾ ਸੌਖੀਆਂ ਹਨ। Equivalent fractions ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ ਅਤੇ common nonzero factors ਹੀ ਕੱਟਦੇ ਹਨ। + ਜਾਂ − ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ cross-cancel ਨਾ ਕਰੋ।

A useful borrowing check: $4\ 1/6 = 3\ 7/6$ because one whole is 6/6. Then $3\ 7/6 - 2\ 5/6 = 1\ 2/6 = 1\ 1/3$. The shortcut and the ordinary borrowing method agree.

Borrowing ਦੀ ਜਾਂਚ: $4\ 1/6 = 3\ 7/6$ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਕ ਪੂਰਾ 6/6 ਹੈ। ਫਿਰ $3\ 7/6 - 2\ 5/6 = 1\ 2/6 = 1\ 1/3$। ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ ਅਤੇ ਆਮ borrowing ਦੋਹਾਂ ਨਾਲ ਇੱਕੋ ਜਵਾਬ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 17 **Easy — Simplify: 3/8 + 1/4.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 3/8 + 1/4।

A) 5/8 **B)** 1/3 **C)** 1/2 **D)** 7/8

Answer: A — 5/8

Quick method (≈20–40 sec)

Think in eighths: 1/4=2/8.

3 eighths + 2 eighths =5 eighths, or 5/8.

Full method

1. Denominators are 8 and 4; LCM(8,4)=8.
2. 3/8 already has denominator 8. Convert $1/4 = (1\times2)/(4\times2) = 2/8$.
3. $3/8 + 2/8 = (3+2)/8 = 5/8$.
4. 5 and 8 have no common factor except 1, so 5/8 is reduced.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅੱਠਵੇਂ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸੋਚੋ: 1/4=2/8।

3 ਅੱਠਵੇਂ + 2 ਅੱਠਵੇਂ =5 ਅੱਠਵੇਂ, ਯਾਨੀ 5/8।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 8 ਅਤੇ 4 ਦਾ LCM 8 ਹੈ।
2. 3/8 ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਠੀਕ ਹੈ। $1/4 = (1\times2)/(4\times2) = 2/8$।
3. $3/8 + 2/8 = (3+2)/8 = 5/8$।

4. 5 ਅਤੇ 8 ਦਾ HCF 1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 5/8 ਹੀ ਹੈ।

Ex 18 **Easy — Simplify: 5/6 − 1/4.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 5/6 − 1/4।

A) 1/2 **B)** 2/5 **C)** 7/12 **D)** 2/3

Answer: C — 7/12

Quick method (≈20–40 sec)

Use twelfths: 5/6=10/12 and 1/4=3/12.

10−3=7, so the answer is 7/12.

Full method

1. 6=2×3 and 4=2^2, so their LCM is 2^2×3=12.
2. 5/6=(5×2)/(6×2)=10/12.
3. 1/4=(1×3)/(4×3)=3/12.
4. 10/12−3/12=(10−3)/12=7/12.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਾਰ੍ਹਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਬਣਾਓ: 5/6=10/12 ਅਤੇ 1/4=3/12।

10−3=7, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 7/12।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 6=2×3 ਅਤੇ 4=2^2; LCM=2^2×3=12।
2. 5/6=(5×2)/(6×2)=10/12।
3. 1/4=(1×3)/(4×3)=3/12।
4. 10/12−3/12=(10−3)/12=7/12।

Ex 19 **Medium — Simplify: (7/12) × (18/35).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (7/12) × (18/35)।

A) 3/5 **B)** 1/2 **C)** 7/10 **D)** 3/10

Answer: D — 3/10

Quick method (≈20–40 sec)

Cancel 7 against 35 to leave 1/5; cancel 18 against 12 to leave 3/2.

The remaining product is (1×3)/(2×5)=3/10.

Full method

1. Multiply the numerators: 7×18=126.
2. Multiply the denominators: 12×35=420.
3. The fraction is 126/420. Factor 126=2×3^2×7 and 420=2^2×3×5×7.
4. HCF=2×3×7=42. Divide: 126÷42=3 and 420÷42=10.
5. Therefore 126/420=3/10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

7 ਅਤੇ 35 ਕੱਟ ਕੇ 1 ਅਤੇ 5 ਰਹੇ। 18 ਅਤੇ 12 ਕੱਟ ਕੇ 3 ਅਤੇ 2 ਰਹੇ।

ਬਾਕੀ (1×3)/(2×5)=3/10।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਉੱਪਰ 7×18=126।
2. ਹੇਠਾਂ 12×35=420।
3. Fraction 126/420 ਹੈ। 126=2×3²×7 ਅਤੇ 420=2²×3×5×7।
4. HCF=42; 126÷42=3 ਅਤੇ 420÷42=10।
5. ਇਸ ਲਈ 126/420=3/10।

Ex 20 **Medium — Simplify: (9/14) ÷ (27/28) + 1/3.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (9/14) ÷ (27/28) + 1/3।

A) 2/3 **B)** 1 **C)** 3/2 **D)** 4/3

Answer: B — 1

Quick method (≈20–40 sec)

Invert only 27/28: (9/14)×(28/27). Cancel 28/14→2 and 9/27→1/3.

The division gives 2/3; add 1/3 to get 1.

Full method

1. Division has priority over addition. (9/14)÷(27/28)=(9/14)×(28/27).
2. The product is (9×28)/(14×27)=252/378.
3. Divide numerator and denominator by 126: 252/378=2/3.
4. 2/3+1/3=3/3=1.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਸਿਰਫ਼ 27/28 ਉਲਟੋ: (9/14)×(28/27)। 28/14 ਤੋਂ 2 ਅਤੇ 9/27 ਤੋਂ 1/3।

ਵੰਡ ਦਾ ਜਵਾਬ 2/3; ਉਸ ਵਿੱਚ 1/3 ਜੋੜ ਕੇ 1।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਜੋੜ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੰਡ: (9/14)÷(27/28)=(9/14)×(28/27)।
2. ਗੁਣਾ (9×28)/(14×27)=252/378।
3. ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 126 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: 252/378=2/3।
4. 2/3+1/3=3/3=1।

Ex 21 **Medium — Simplify: [(2 + 1/4) − (1 + 2/3)] ÷ (7/12).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: [(2 + 1/4) − (1 + 2/3)] ÷ (7/12)।

A) 7/12 **B)** 1 **C)** 12/7 **D)** 5/6

Answer: B — 1

Quick method (≈20–40 sec)

Subtract whole and fractional parts: 1+1/4−2/3=1+3/12−8/12=7/12.

A nonzero number divided by itself is 1.

Full method

1. 2+1/4=(2×4+1)/4=9/4.
2. 1+2/3=(1×3+2)/3=5/3.

3. LCM(4,3)=12; 9/4−5/3=27/12−20/12=7/12.
4. (7/12)÷(7/12)=(7/12)×(12/7)=84/84=1.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪੂਰੇ ਹਿੱਸੇ ਘਟਾਓ: 1+1/4−2/3=1+3/12−8/12=7/12।

ਉਸੇ nonzero ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ ਜਵਾਬ 1।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 2+1/4=(2×4+1)/4=9/4।
2. 1+2/3=(1×3+2)/3=5/3।
3. LCM 12; 9/4−5/3=27/12−20/12=7/12।
4. (7/12)÷(7/12)=(7/12)×(12/7)=84/84=1।

Ex 22 **Hard — Simplify: [5/6 − (3/4 − 1/3)] ÷ (5/8).**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: [5/6 − (3/4 − 1/3)] ÷ (5/8)।

A) 1/3 **B)** 5/12 **C)** 3/2 **D)** 2/3

Answer: D — 2/3

Quick method (≈20–40 sec)

Inside the square bracket, use twelfths: (10−9+4)/12=5/12.

Multiply by 8/5: (5/12)×(8/5)=8/12=2/3.

Full method

1. Innermost bracket: 3/4−1/3=9/12−4/12=5/12.
2. 5/6=10/12; square bracket =10/12−5/12=5/12.
3. Divide by 5/8 by multiplying by 8/5.
4. (5/12)×(8/5)=40/60.
5. Divide 40 and 60 by 20 to get 2/3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Square bracket ਦੇ ਅੰਦਰ ਬਾਰ੍ਹਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਲਵੋ: (10−9+4)/12=5/12।

8/5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: (5/12)×(8/5)=8/12=2/3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅੰਦਰਲਾ bracket: 3/4−1/3=9/12−4/12=5/12।
2. 5/6=10/12; square bracket 10/12−5/12=5/12।
3. 5/8 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਲਈ 8/5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
4. (5/12)×(8/5)=40/60।
5. 40 ਅਤੇ 60 ਨੂੰ 20 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 2/3 ਮਿਲਿਆ।

Ex 23 **Hard — Simplify: [(3 + 3/5) × (1 + 1/4)] − [(2 + 1/3) ÷ (1 + 5/9)].**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: [(3 + 3/5) × (1 + 1/4)] − [(2 + 1/3) ÷ (1 + 5/9)]।

A) 9/2 **B)** 3/2 **C)** 3 **D)** 6

Answer: C — 3

Quick method (≈20–40 sec)

Convert the mixed numbers: (18/5)×(5/4)=9/2.

The division is (7/3)×(9/14)=3/2. Difference: (9−3)/2=3.

Full method

1. 3+3/5=(15+3)/5=18/5; 1+1/4=(4+1)/4=5/4.
2. First bracket =(18/5)×(5/4)=90/20=9/2.
3. 2+1/3=(6+1)/3=7/3; 1+5/9=(9+5)/9=14/9.
4. Second bracket =(7/3)÷(14/9)=(7/3)×(9/14)=63/42=3/2.
5. 9/2−3/2=(9−3)/2=6/2=3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Mixed numbers ਬਦਲੋ: (18/5)×(5/4)=9/2।

ਵੰਡ (7/3)×(9/14)=3/2 ਹੈ। ਫ਼ਰਕ (9−3)/2=3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 3+3/5=(15+3)/5=18/5; 1+1/4=(4+1)/4=5/4।
2. ਪਹਿਲਾ bracket (18/5)×(5/4)=90/20=9/2।
3. 2+1/3=7/3; 1+5/9=14/9।
4. ਦੂਜਾ bracket (7/3)÷(14/9)=(7/3)×(9/14)=63/42=3/2।
5. 9/2−3/2=6/2=3।

Ex 24 **PSSSB Clerk pattern — Simplify: (7/9 of 81) ÷ (3 + 1/2) + 5/6 − 7/12.**

PSSSB Clerk pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: (7/9 of 81) ÷ (3 + 1/2) + 5/6 − 7/12।

A) 73/4 **B)** 71/4 **C)** 37/2 **D)** 75/4

Answer: A — 73/4

Quick method (≈20–40 sec)

7/9 of 81=7×9=63. Dividing by 7/2 gives 63×2/7=18.

The fraction tail is 10/12−7/12=1/4. Total 18+1/4=73/4.

Full method

1. (7/9)×81=567/9=63.
2. 3+1/2=(6+1)/2=7/2.
3. 63÷(7/2)=63×(2/7)=126/7=18.
4. 5/6−7/12=10/12−7/12=3/12=1/4.
5. 18+1/4=72/4+1/4=73/4, which is 18 1/4.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

81 ਦਾ 7/9=7×9=63। 7/2 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: 63×2/7=18।

ਬਾਕੀ 10/12−7/12=1/4। ਕੁੱਲ 18+1/4=73/4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. (7/9)×81=567/9=63।
2. 3+1/2=(6+1)/2=7/2।
3. 63÷(7/2)=63×(2/7)=126/7=18।
4. 5/6−7/12=10/12−7/12=3/12=1/4।

5. 18+1/4=72/4+1/4=73/4, ਯਾਨੀ 18 1/4।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Adding denominators:** 1/3+1/4=7/12, not 2/7. Denominators name the size of a part; they are not added.
2. **Inverting the first fraction:** (2/5)÷(3/7)=(2/5)×(7/3)=14/15.
3. **Cancelling across a sum:** (3+5)/(3+7)=8/10=4/5. The 3s are terms, not common factors.
4. **Misreading a mixed number:** 2 3/4=11/4, whereas 2×(3/4)=3/2.
5. **Multiplying the numerator but not the denominator:** 2/3=8/12, not 8/3.

1. **Denominators ਨਾ ਜੋੜੋ:** 1/3+1/4=7/12 ਹੈ, 2/7 ਨਹੀਂ। ਹੇਠਲੇ ਅੰਕ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਆਕਾਰ ਦੱਸਦੇ ਹਨ।
2. **ਪਹਿਲੀ fraction ਨਾ ਉਲਟੋ:** (2/5)÷(3/7)=(2/5)×(7/3)=14/15।
3. **ਜੋੜ ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ ਨਾ ਕੱਟੋ:** (3+5)/(3+7)=8/10=4/5; 3 ਵਾਲੇ ਪਦ common factors ਨਹੀਂ।
4. **Mixed number ਗੁਣਾ ਨਹੀਂ ਹੈ:** 2 3/4=11/4, ਪਰ 2×(3/4)=3/2।
5. **Equivalent fraction ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਬਦਲੋ:** 2/3=8/12, 8/3 ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Fraction arithmetic is a core calculation skill in SSC, Railways, banking and state numerical tests; exact frequency varies with the paper. Target 20–30 seconds for one operation and 35–50 seconds for mixed chains after practice. Before calculating, inspect the options: a positive product of two proper fractions must be smaller than either factor. For a stronger bound in Ex 19, 7/12<2/3 and 18/35<3/4, so the product is less than (2/3)×(3/4)=1/2. Options 1/2, 3/5 and 7/10 are impossible. Use exact cancellation to confirm 3/10.

Fractions ਦਾ ਹਿਸਾਬ SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical tests ਵਿੱਚ ਬੁਨਿਆਦੀ ਕੰਮ ਹੈ; ਪੱਕੀ ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਅਭਿਆਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਕੰਮ ਲਈ 20–30 ਅਤੇ ਮਿਲੀ ਲੜੀ ਲਈ 35–50 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਪਹਿਲਾਂ options ਵੇਖੋ: ਦੋ positive proper fractions ਦਾ product ਦੋਹਾਂ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੋਵੇਗਾ। Ex 19 ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਪੱਕੀ ਹੱਦ ਲਵੋ: 7/12<2/3 ਅਤੇ 18/35<3/4, ਇਸ ਲਈ product (2/3)×(3/4)=1/2 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ। 1/2, 3/5 ਅਤੇ 7/10 ਨਹੀਂ ਆ ਸਕਦੇ। Exact cancellation ਨਾਲ 3/10 ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

TYPE 4 Complex fractions and finite continued fractions

Fraction ਦੇ ਅੰਦਰ Fraction ਅਤੇ ਲਗਾਤਾਰ Fraction

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A complex fraction has a fraction in its numerator, denominator or both. If 3/4 litre of juice is poured into portions of 1/8 litre, the number of portions is (3/4)/(1/8)=6. A continued fraction has repeated additions and reciprocals, such as 1+1/(2+1/3); its layers must be opened from the inside.

Complex fraction ਵਿੱਚ numerator, denominator ਜਾਂ ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚ fraction ਹੁੰਦੀ ਹੈ। 3/4 litre ਜੂਸ ਨੂੰ 1/8 litre ਦੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ ਤਾਂ ਹਿੱਸੇ (3/4)/(1/8)=6 ਹਨ। Continued fraction ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਅਤੇ reciprocal ਦੀਆਂ ਪਰਤਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ 1+1/(2+1/3)। ਇਸਨੂੰ ਅੰਦਰੋਂ ਬਾਹਰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਹੈ।

These are ordinary division questions with extra grouping. The main difficulty is identifying exactly what belongs below each division bar. A finite continued fraction stops at a written final number.

ਇਹ ਆਮ ਵੰਡ ਦੇ ਹੀ ਸਵਾਲ ਹਨ, ਸਿਰਫ਼ grouping ਵੱਧ ਹੈ। ਮੁੱਖ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਹਰ fraction ਦੀ ਲਾਈਨ ਹੇਠਾਂ ਪੂਰਾ ਕਿਹੜਾ ਹਿੱਸਾ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। Finite continued fraction ਦਿੱਤੀ ਆਖਰੀ ਸੰਖਿਆ 'ਤੇ ਮੁੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for (a/b)/(c/d), a sum in a numerator or denominator, or repeated structures 1/(a+1/(b+...)). Plain-text exam questions may replace a long fraction bar by ÷ with brackets. Read the brackets as the boundaries of the whole numerator or denominator.

(a/b)/(c/d), ਉੱਪਰ ਜਾਂ ਹੇਠਾਂ fractions ਦਾ ਜੋੜ, ਜਾਂ 1/(a+1/(b+...)) ਵਰਗੀ ਲੜੀ ਵੇਖੋ। Plain-text ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਵੱਡੀ fraction line ਦੀ ਥਾਂ ÷ ਅਤੇ brackets ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। Brackets ਪੂਰੇ numerator ਜਾਂ denominator ਦੀ ਹੱਦ ਦੱਸਦੇ ਹਨ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For N/D, first know the complete N and the complete D; then divide. N means the whole numerator and D the whole denominator, with D≠0. They may each be expressions. For 1/(2+1/3), first find 2+1/3=7/3; its reciprocal is 3/7. For 1+1/(2+1/3), add the outside 1 only after finding 3/7.

N/D ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਪੂਰਾ N ਅਤੇ ਪੂਰਾ D ਸਮਝੋ, ਫਿਰ ਵੰਡੋ। N ਪੂਰਾ numerator ਅਤੇ D ਪੂਰਾ denominator ਹੈ; D≠0 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਹਿਸਾਬ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। 1/(2+1/3) ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ 2+1/3=7/3; reciprocal 3/7 ਹੈ। 1+1/(2+1/3) ਵਿੱਚ ਬਾਹਰਲਾ 1, 3/7 ਕੱਢਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਜੋੜੋ।

Structure · ਬਣਤਰ	Formula and meaning · ਫਾਰਮੂਲਾ ਅਤੇ ਮਤਲਬ	Origin / example · ਕਾਰਨ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ
Fraction over fraction	(a/b)/(c/d)=ad/(bc), with b,c,d≠0. a/b is the whole numerator; c/d the whole divisor. a/b ਪੂਰਾ numerator ਅਤੇ c/d ਪੂਰਾ divisor ਹੈ। b,c,d ਕੋਈ 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।	Multiply the numerator by the reciprocal of the denominator: (2/3)/(4/5)= (2/3)×(5/4)=5/6. ਹੇਠਲੀ fraction ਦਾ reciprocal ਉੱਪਰਲੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ: (2/3)/(4/5)=5/6।
Clearing internal denominators	(a/b+c/d)/(e/f)=f(ad+bc)/(bde), with b,d,e,f≠0. a,c,e are numerators; b,d,f their denominators. a,c,e ਉੱਪਰਲੇ ਅਤੇ b,d,f ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਅੰਕ ਹਨ।	Combine a/b+c/d first, then multiply by f/e. Or multiply the complete top and bottom by a common denominator. ਪਹਿਲਾਂ a/b+c/d ਜੋੜੋ, ਫਿਰ f/e ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਜਾਂ ਪੂਰੇ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਇੱਕੋ common denominator ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
One reciprocal layer	1/(a+b/c)=c/(ac+b), where c≠0 and ac+b≠0. a is the whole term; b/c is the fractional term. a ਪੂਰਾ ਪਦ ਅਤੇ b/c fraction ਹੈ। c ਅਤੇ ac+b, 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ।	a+b/c=(ac+b)/c; invert the complete result. Example: 1/(3+2/5)=5/17. a+b/c=(ac+b)/c ਲਿਖ ਕੇ ਪੂਰਾ ਨਤੀਜਾ ਉਲਟੋ। ਉਦਾਹਰਨ: 1/(3+2/5)=5/17।
Two reciprocal layers	a+1/(b+1/c)=(abc+a+c)/(bc+1), with c≠0 and bc+1≠0. a,b,c name the successive written entries. a,b,c ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀਆਂ entries ਹਨ। c ਅਤੇ bc+1, 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ।	b+1/c=(bc+1)/c; reciprocal=c/(bc+1); add a. Use the derivation rather than memorising a long formula. ਪਹਿਲਾਂ b+1/c=(bc+1)/c; reciprocal c/(bc+1); ਅਖੀਰ a ਜੋੜੋ। ਲੰਬਾ ਫਾਰਮੂਲਾ ਰਟਣ ਦੀ ਥਾਂ ਇਹ ਕਦਮ ਸਿੱਖੋ।

Structure · ਬਣਤਰ	Formula and meaning · ਫਾਰਮੂਲਾ ਅਤੇ ਮਤਲਬ	Origin / example · ਕਾਰਨ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ
General reverse step	If a+1/y=z, then y=1/(z−a), provided y≠0 and z−a≠0. a is the outside term, y the whole inner denominator, z the given value. a ਬਾਹਰਲਾ ਪਦ, y ਪੂਰਾ ਅੰਦਰਲਾ denominator ਅਤੇ z ਦਿੱਤਾ ਮੁੱਲ ਹੈ। y ਅਤੇ z−a, 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ।	Subtract a: 1/y=z−a. Then take the reciprocal of both complete sides. ਪਹਿਲਾਂ a ਘਟਾਓ: 1/y=z−a। ਫਿਰ ਦੋਹਾਂ ਪੂਰੇ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ reciprocal ਲਵੋ।

See the layers in 1+1/(2+1/3): deepest fraction 1/3; next denominator 2+1/3=7/3; next reciprocal 3/7; final sum 1+3/7=10/7. At each layer, write “add, then invert” when moving outward through a reciprocal.

1+1/(2+1/3) ਦੀਆਂ ਪਰਤਾਂ ਵੇਖੋ: ਸਭ ਤੋਂ ਅੰਦਰ 1/3; ਅਗਲਾ denominator 2+1/3=7/3; ਉਸਦਾ reciprocal 3/7; ਅਖੀਰ 1+3/7=10/7। ਬਾਹਰ ਵੱਲ reciprocal ਦੀ ਪਰਤ ਆਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਜੋੜੋ, ਫਿਰ ਉਲਟੋ।

The outside term is not automatically inside the fraction. Compare 2+1/3=7/3 with 1/(2+1/3)=3/7. Also 1/(2+1/3) differs from (1/2)+1/3=5/6. Brackets and the complete fraction bar decide the meaning.

ਬਾਹਰਲਾ ਪਦ ਆਪਣੇ ਆਪ fraction ਦੇ ਅੰਦਰ ਨਹੀਂ ਆ ਜਾਂਦਾ। 2+1/3=7/3 ਹੈ, ਪਰ 1/(2+1/3)=3/7। ਇਹ (1/2)+1/3=5/6 ਤੋਂ ਵੀ ਵੱਖਰਾ ਹੈ। Brackets ਅਤੇ ਪੂਰੀ fraction line ਹੀ ਮਤਲਬ ਤੈਅ ਕਰਦੇ ਹਨ।

Every denominator at every original layer must be nonzero, even if later algebra cancels a factor. For example, (x−2)/(x−2)=1 only for x≠2; cancellation does not make x=2 valid. We use finite expressions here; replacing a tail by the whole expression requires a separately justified infinite, convergent structure.

ਅਸਲ ਸਵਾਲ ਦੀ ਹਰ ਪਰਤ ਦਾ denominator nonzero ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਭਾਵੇਂ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ factor ਕੱਟ ਜਾਵੇ। (x−2)/(x−2)=1 ਸਿਰਫ਼ x≠2 ਲਈ ਹੈ। Factor ਕੱਟਣ ਨਾਲ x=2 ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਬਣ ਜਾਂਦਾ। ਇੱਥੇ finite expressions ਹਨ; ਅਖੀਰਲੇ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ expression ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਮੰਨਣ ਲਈ ਵੱਖਰਾ infinite ਅਤੇ convergent ਢਾਂਚਾ ਸਾਬਤ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Mark the complete numerator and denominator of the outermost fraction. Note any value that would make an original denominator zero.
   ਸਭ ਤੋਂ ਬਾਹਰਲੀ fraction ਦਾ ਪੂਰਾ numerator ਅਤੇ denominator ਪਛਾਣੋ। ਅਸਲ denominator 0 ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਮੁੱਲ ਨੋਟ ਕਰੋ।
2. Locate the deepest bracket or denominator and simplify it to one reduced fraction.
   ਸਭ ਤੋਂ ਅੰਦਰਲਾ bracket ਜਾਂ denominator ਲੱਭ ਕੇ ਇੱਕ ਛੋਟੀ fraction ਬਣਾਓ।
3. When 1/(p/q) appears, replace it by q/p, provided p,q≠0. If the numerator is not 1, multiply it by q/p.
   1/(p/q) ਨੂੰ q/p ਬਣਾਓ, ਜਦੋਂ p,q≠0 ਹੋਣ। ਉੱਪਰ 1 ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ q/p ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
4. Add or subtract the next outside whole/fractional term. Reduce again, and repeat one layer at a time.
   ਅਗਲਾ ਬਾਹਰਲਾ ਪੂਰਾ ਜਾਂ fractional ਪਦ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ। ਫਿਰ ਛੋਟੀ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਪਰਤ ਬਾਹਰ ਆਓ।
5. For a missing value, work backwards from the stated value: undo the outside addition, then the reciprocal, then the next addition. Substitute the result into the original expression.
   Missing value ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਪਿੱਛੇ ਚੱਲੋ: ਬਾਹਰਲਾ ਜੋੜ ਹਟਾਓ, ਫਿਰ reciprocal, ਫਿਰ ਅਗਲਾ ਜੋੜ। ਨਤੀਜਾ ਅਸਲ expression ਵਿੱਚ ਪਾ ਕੇ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use a two-number running fraction. If the current inner value is p/q, adding a whole number a gives (ap+q)/p only when the structure is a+1/(p/q). For a+(p/q), it gives (aq+p)/q. Keep these two cases separate. In the

common structure 1/(a+p/q), combine and flip directly to q/(aq+p). It works by the common-denominator rule and reciprocals. Stop and expand the brackets when a minus, a different numerator or a zero denominator changes the pattern.

ਹਰ ਪਰਤ ਦਾ numerator ਅਤੇ denominator ਯਾਦ ਰੱਖੋ। ਅੰਦਰਲਾ ਮੁੱਲ p/q ਹੋਵੇ ਤਾਂ a+1/(p/q) ਦਾ ਮੁੱਲ (ap+q)/p ਹੈ। ਪਰ a+(p/q) ਦਾ ਮੁੱਲ (aq+p)/q ਹੈ; ਦੋਵੇਂ ਵੱਖ ਹਨ। ਆਮ ਰੂਪ 1/(a+p/q) ਵਿੱਚ ਸਿੱਧਾ q/(aq+p) ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਇਹ common denominator ਅਤੇ reciprocal ਦੇ ਨਿਯਮ ਨਾਲ ਬਣਦਾ ਹੈ। Minus, ਵੱਖਰਾ numerator ਜਾਂ zero denominator ਆਵੇ ਤਾਂ ਰੁਕ ਕੇ bracket ਪੂਰਾ ਖੋਲ੍ਹੋ।

For two sums divided by each other, a shared denominator can disappear safely: (5/12)/(7/12)=5/7, since (5/12)×(12/7)=5/7. The whole top and whole bottom must have the shared denominator. A number appearing in just one term of a sum cannot be cancelled with the opposite side.

ਦੋ ਜੋੜਾਂ ਦਾ ਇੱਕੋ denominator ਬਣ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਕੱਟ ਸਕਦਾ ਹੈ: (5/12)/(7/12)=5/7, ਕਿਉਂਕਿ (5/12)×(12/7)=5/7। ਪਰ ਪੂਰੇ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਪੂਰੇ ਹੇਠਾਂ ਉਹੀ denominator ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਜੋੜ ਦੇ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਪਦ ਵਿੱਚ ਆਇਆ ਅੰਕ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕੱਟ ਸਕਦੇ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 25 **Easy — Simplify: (3/4)/(9/8).**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (3/4)/(9/8)।

A) 3/2 B) 27/32 C) 1/2 D) 2/3

Answer: D — 2/3

Quick method (≈20–40 sec)

Change the main division to ×8/9. Cancel 8/4→2 and 3/9→1/3.

The result is 2/3.

Full method

1. The complete numerator is 3/4 and the complete denominator is 9/8.
2. (3/4)/(9/8)=(3/4)×(8/9).
3. Multiply: (3×8)/(4×9)=24/36.
4. HCF(24,36)=12; 24/36=2/3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਮੁੱਖ ਵੰਡ ਨੂੰ ×8/9 ਬਣਾਓ। 8/4 ਤੋਂ 2 ਅਤੇ 3/9 ਤੋਂ 1/3।

ਜਵਾਬ 2/3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੂਰਾ numerator 3/4 ਅਤੇ denominator 9/8 ਹੈ।
2. (3/4)/(9/8)=(3/4)×(8/9)।
3. ਗੁਣਾ (3×8)/(4×9)=24/36।
4. HCF 12; 24/36=2/3।

Ex 26 **Easy — Simplify: 1 + 1/(2 + 1/3).**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 1 + 1/(2 + 1/3)।

A) 7/3 B) 10/7 C) 3/7 D) 8/3

Answer: B — 10/7

Quick method (≈20–40 sec)

Inside: 2+1/3=7/3. Flip it to get 3/7.

Add the outside 1: 1+3/7=10/7.

Full method

1. 2=6/3; 2+1/3=6/3+1/3=7/3.
2. 1/(7/3)=1×(3/7)=3/7.
3. The outside 1 is 7/7.
4. 7/7+3/7=10/7.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅੰਦਰ 2+1/3=7/3। ਉਸਨੂੰ ਉਲਟ ਕੇ 3/7।

ਬਾਹਰਲਾ 1 ਜੋੜੋ: 1+3/7=10/7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 2=6/3; 2+1/3=7/3।
2. 1/(7/3)=1×(3/7)=3/7।
3. ਬਾਹਰਲਾ 1=7/7।
4. 7/7+3/7=10/7।

Ex 27 **Medium — Simplify: (2/3 + 1/6)/(5/4 − 1/2).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (2/3 + 1/6)/(5/4 − 1/2)।

A) 10/9 **B)** 5/8 **C)** 9/10 **D)** 5/9

Answer: A — 10/9

Quick method (≈20–40 sec)

Top =4/6+1/6=5/6; bottom =5/4−2/4=3/4.

(5/6)×(4/3)=20/18=10/9.

Full method

1. Top LCM is 6: 2/3=4/6, so numerator =5/6.
2. Bottom LCM is 4: 1/2=2/4, so denominator =3/4.
3. The full expression is (5/6)÷(3/4).
4. Invert the divisor: (5/6)×(4/3)=20/18.
5. Divide both by 2: 20/18=10/9.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉੱਪਰ 4/6+1/6=5/6; ਹੇਠਾਂ 5/4−2/4=3/4।

(5/6)×(4/3)=20/18=10/9।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਉੱਪਰ LCM 6: 2/3=4/6; numerator 5/6।
2. ਹੇਠਾਂ LCM 4: 1/2=2/4; denominator 3/4।
3. ਪੂਰੀ expression (5/6)÷(3/4) ਹੈ।
4. Divisor ਉਲਟੋ: (5/6)×(4/3)=20/18।
5. ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: 10/9।

Ex 28 **Medium — Simplify: 2 − 3/(4 + 1/2).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 2 − 3/(4 + 1/2)।

A) 3/2 **B)** 2/3 **C)** 4/3 **D)** 5/3

Answer: C — 4/3

Quick method (≈20–40 sec)

The divisor is 9/2. Thus 3/(9/2)=3×2/9=2/3.

2−2/3=4/3.

Full method

1. 4+1/2=8/2+1/2=9/2.
2. 3/(9/2)=3×(2/9)=6/9=2/3.
3. 2=6/3.
4. 6/3−2/3=4/3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Divisor 9/2 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 3/(9/2)=3×2/9=2/3।

2−2/3=4/3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 4+1/2=8/2+1/2=9/2।
2. 3/(9/2)=3×(2/9)=6/9=2/3।
3. 2=6/3।
4. 6/3−2/3=4/3।

Ex 29 **Medium — Simplify: 1/[1 + 1/(2 + 1/2)].**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 1/[1 + 1/(2 + 1/2)]।

A) 7/5 **B)** 2/5 **C)** 5/7 **D)** 5/2

Answer: C — 5/7

Quick method (≈20–40 sec)

Start deepest: 2+1/2=5/2; its reciprocal is 2/5.

The next denominator is 1+2/5=7/5; flip once more to get 5/7.

Full method

1. 2+1/2=4/2+1/2=5/2.
2. 1/(5/2)=2/5.
3. The outer denominator is 1+2/5=5/5+2/5=7/5.
4. 1/(7/5)=5/7.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਸਭ ਤੋਂ ਅੰਦਰ 2+1/2=5/2; reciprocal 2/5।

ਅਗਲਾ denominator 1+2/5=7/5; ਫਿਰ ਉਲਟ ਕੇ 5/7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 2+1/2=4/2+1/2=5/2।

2. 1/(5/2)=2/5।
3. ਬਾਹਰਲਾ denominator 1+2/5=5/5+2/5=7/5।
4. 1/(7/5)=5/7।

Ex 30 **Hard — Simplify: [(3/4) ÷ (9/10)] / [(5/6) × (3/5)].**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: [(3/4) ÷ (9/10)] / [(5/6) × (3/5)]।

A) 5/3 **B)** 5/12 **C)** 3/5 **D)** 10/3

Answer: A — 5/3

Quick method (≈20–40 sec)

Top: (3/4)×(10/9)=5/6. Bottom: (5/6)×(3/5)=1/2.

Dividing by 1/2 doubles: (5/6)×2=5/3.

Full method

1. For the numerator, invert 9/10: (3/4)×(10/9)=30/36=5/6.
2. For the denominator, multiply: (5/6)×(3/5)=15/30=1/2.
3. Now divide the complete numerator by the complete denominator: (5/6)÷(1/2).
4. This equals (5/6)×(2/1)=10/6.
5. Reduce by 2: 10/6=5/3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉੱਪਰ (3/4)×(10/9)=5/6। ਹੇਠਾਂ (5/6)×(3/5)=1/2।

1/2 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਦਾ ਮਤਲਬ ਦੁੱਗਣਾ: (5/6)×2=5/3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Numerator ਵਿੱਚ 9/10 ਉਲਟੋ: (3/4)×(10/9)=30/36=5/6।
2. Denominator ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ: (5/6)×(3/5)=15/30=1/2।
3. ਹੁਣ ਪੂਰਾ numerator, ਪੂਰੇ denominator ਨਾਲ ਵੰਡੋ: (5/6)÷(1/2)।
4. ਇਹ (5/6)×(2/1)=10/6 ਹੈ।
5. 2 ਨਾਲ ਛੋਟੀ ਕਰੋ: 10/6=5/3।

Ex 31 **Hard — Simplify: 3 − 4/[2 + 1/(3 + 1/2)].**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 3 − 4/[2 + 1/(3 + 1/2)]।

A) 7/4 **B)** 5/4 **C)** 9/4 **D)** 3/4

Answer: B — 5/4

Quick method (≈20–40 sec)

3+1/2=7/2, so its reciprocal is 2/7. The next denominator is 2+2/7=16/7.

4÷(16/7)=7/4. Final value: 3−7/4=(12−7)/4=5/4.

Full method

1. Deepest bracket: 3+1/2=6/2+1/2=7/2.
2. 1/(7/2)=2/7.
3. Next bracket: 2+2/7=14/7+2/7=16/7.

4. 4/(16/7)=4×(7/16)=28/16=7/4.
5. Outside subtraction: 3−7/4=12/4−7/4=5/4.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

3+1/2=7/2; reciprocal 2/7। ਅਗਲਾ denominator 2+2/7=16/7।

4÷(16/7)=7/4। ਅਖੀਰ 3−7/4=(12−7)/4=5/4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅੰਦਰਲਾ bracket: 3+1/2=6/2+1/2=7/2।
2. 1/(7/2)=2/7।
3. ਅਗਲਾ bracket 2+2/7=14/7+2/7=16/7।
4. 4/(16/7)=4×(7/16)=28/16=7/4।
5. ਬਾਹਰਲਾ ਘਟਾਓ: 3−7/4=12/4−7/4=5/4।

Ex 32 **SSC CGL pattern — Find x: 1 + 1/(2 + 1/x) = 10/7.**

SSC CGL pattern — x ਲੱਭੋ: 1 + 1/(2 + 1/x) = 10/7।

A) 1/3 **B)** 2 **C)** 7 **D)** 3

Answer: D — 3

Quick method (≈20–40 sec)

Remove the outside 1: 1/(2+1/x)=3/7. Flip both complete sides: 2+1/x=7/3.

Subtract 2: 1/x=1/3, so x=3.

Full method

1. Original restrictions: x≠0 and 2+1/x≠0. The latter excludes x=−1/2.
2. Subtract 1 from both sides: 1/(2+1/x)=10/7−7/7=3/7.
3. Both sides are nonzero, so take reciprocals: 2+1/x=7/3.
4. Subtract 2=6/3: 1/x=7/3−6/3=1/3.
5. Multiply both sides by 3x, valid because x≠0: 3=x.
6. Check x=3 in the original: 2+1/3=7/3; 1/(7/3)=3/7; 1+3/7=10/7. Both original denominators are nonzero.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਾਹਰਲਾ 1 ਹਟਾਓ: 1/(2+1/x)=3/7। ਦੋਵੇਂ ਪੂਰੇ ਪਾਸੇ ਉਲਟੋ: 2+1/x=7/3।

2 ਘਟਾਓ: 1/x=1/3; ਇਸ ਲਈ x=3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅਸਲ ਸ਼ਰਤਾਂ x≠0 ਅਤੇ 2+1/x≠0 ਹਨ। ਦੂਜੀ ਨਾਲ x=−1/2 ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।
2. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 1 ਘਟਾਓ: 1/(2+1/x)=10/7−7/7=3/7।
3. ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ nonzero ਹਨ; reciprocal ਲਵੋ: 2+1/x=7/3।
4. 2=6/3 ਘਟਾਓ: 1/x=7/3−6/3=1/3।
5. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ 3x ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; x≠0 ਕਰਕੇ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ: 3=x।
6. ਅਸਲ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ x=3 ਪਾਓ: 2+1/3=7/3; reciprocal 3/7; ਫਿਰ 1+3/7=10/7। ਦੋਵੇਂ ਅਸਲ denominators nonzero ਹਨ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Working from the outside: 1/(2+1/3)=1/(7/3)=3/7; it is not 1/2+1/3.
2. Flipping one term only: the reciprocal of 2+1/3 is 3/7, not 1/2+3.
3. Forgetting the outer numerator: 4/(7/3)=4×3/7=12/7, not 3/7.
4. Cancelling before a sum is complete: in (1/2+1/3)/(1/2), first combine or multiply the whole numerator; the answer is (5/6)×2=5/3.
5. Accepting a forbidden root: any candidate making even one original denominator zero must be rejected.

1. ਬਾਹਰੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਨਾ ਕਰੋ: 1/(2+1/3)=1/(7/3)=3/7; ਇਹ 1/2+1/3 ਨਹੀਂ।
2. ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਪਦ ਨਾ ਉਲਟੋ: 2+1/3 ਦਾ reciprocal 3/7 ਹੈ, 1/2+3 ਨਹੀਂ।
3. ਬਾਹਰਲਾ numerator ਨਾ ਭੁੱਲੋ: 4/(7/3)=4×3/7=12/7, ਸਿਰਫ਼ 3/7 ਨਹੀਂ।
4. ਜੋੜ ਮੁੱਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਨਾ ਕੱਟੋ: (1/2+1/3)/(1/2) ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ numerator ਲਵੋ; ਜਵਾਬ (5/6)×2=5/3।
5. ਮਨਾਹੀ ਵਾਲਾ ਮੁੱਲ ਨਾ ਲਵੋ: ਅਸਲ ਸਵਾਲ ਦਾ ਇੱਕ ਵੀ denominator 0 ਬਣੇ ਤਾਂ ਉਹ ਮੁੱਲ ਰੱਦ ਹੈ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Nested fractions occur in selected SSC, Railways and state arithmetic/algebra patterns; basic fraction-over-fraction arithmetic also supports banking simplification. Deep continued fractions are a secondary priority, and frequency varies by syllabus and paper. Target 25–40 seconds for two layers and 40–60 seconds for longer or missing-value forms. Use bounds before exact work: in Ex 29, 2+1/2>2, so its reciprocal is between 0 and 1/2. The outer denominator is between 1 and 3/2, so the answer is between 2/3 and 1; only 5/7 fits the four options.

Nested fractions ਚੁਣੇ ਹੋਏ SSC, Railways ਅਤੇ state arithmetic/algebra patterns ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। Fraction ਉੱਪਰ fraction ਵਾਲਾ ਆਮ ਹਿਸਾਬ banking simplification ਵਿੱਚ ਵੀ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਬਹੁਤ ਡੂੰਘੀ continued fraction ਦੀ priority ਘੱਟ ਹੈ; frequency syllabus ਅਤੇ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਦੋ ਪਰਤਾਂ ਲਈ 25–40 ਅਤੇ ਲੰਬੇ ਜਾਂ missing-value ਰੂਪ ਲਈ 40–60 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 29 ਵਿੱਚ 2+1/2>2, ਇਸ ਲਈ reciprocal 0 ਅਤੇ 1/2 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। ਬਾਹਰਲਾ denominator 1 ਅਤੇ 3/2 ਵਿਚਕਾਰ, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 2/3 ਅਤੇ 1 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ options ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ 5/7 ਫਿੱਟ ਹੈ।

TYPE 5 Decimals: exact arithmetic and recurring values

ਦਸ਼ਮਲਵ: ਸਹੀ ਹਿਸਾਬ ਅਤੇ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A decimal is another way to write a fraction using tenths, hundredths and smaller place values. At a grocery shop, ₹18.75 means ₹18 and 75 paise; 1.25 kg means 1 kg and 250 g. The dot does not change the arithmetic rules: it tells the value of each digit.

ਦਸ਼ਮਲਵ fraction ਲਿਖਣ ਦਾ ਹੋਰ ਤਰੀਕਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦਸਵੇਂ, ਸੌਵੇਂ ਅਤੇ ਹੋਰ ਛੋਟੇ ਹਿੱਸੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਦੁਕਾਨ 'ਤੇ ₹18.75 ਦਾ ਮਤਲਬ ₹18 ਅਤੇ 75 ਪੈਸੇ; 1.25 kg ਦਾ ਮਤਲਬ 1 kg ਅਤੇ 250 g ਹੈ। ਬਿੰਦੀ ਹਿਸਾਬ ਦਾ ਨਿਯਮ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ; ਇਹ ਹਰ ਅੰਕ ਦੀ ਥਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੱਸਦੀ ਹੈ।

A terminating decimal stops, such as 0.375. A recurring decimal has a block that repeats forever. In this type only, parentheses immediately following decimal digits show the repeating block: 0.(27)=0.272727... and 0.1(6)=0.166666... . These are exact values, not rounded measurements.

Terminating decimal ਮੁੱਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ 0.375। Recurring decimal ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਅੰਕ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਆਉਂਦੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ type ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਤੁਰੰਤ ਬਾਅਦ bracket ਵਾਲੇ ਅੰਕ repeat ਹਨ: 0.(27)=0.272727... ਅਤੇ 0.1(6)=0.166666...। ਇਹ exact ਮੁੱਲ ਹਨ, rounded ਮਾਪ ਨਹੀਂ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for decimal-point numbers in a BODMAS expression, division by 0.1, 0.01 or a small decimal, or a repeating digit/block marked by a bar, dots or stated notation. “Find the exact value” means retain the complete value. Only words such as “approximately” or “nearest” permit rounding.

BODMAS ਵਾਲੇ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, 0.1 ਜਾਂ 0.01 ਵਰਗੇ ਛੋਟੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨਾਲ ਵੰਡ, ਜਾਂ bar/dots ਨਾਲ repeat ਅੰਕ ਵੇਖੋ। “Exact value” ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪੂਰਾ ਸਹੀ ਮੁੱਲ ਰੱਖੋ। “Approximately” ਜਾਂ “nearest” ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੀ rounding ਕਰੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

In 24.307, the digits mean 2 tens + 4 ones + 3 tenths + 0 hundredths + 7 thousandths. Thus 24.307=24+3/10+7/1000. A zero at the end does not change the value: 2.5=2.50=2.500. A zero inside a decimal can change it: 2.05 is not 2.5.

24.307 ਵਿੱਚ 2 ਦਹਾਈਆਂ, 4 ਇਕਾਈਆਂ, 3 ਦਸਵੇਂ, 0 ਸੌਵੇਂ ਅਤੇ 7 ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ 24.307=24+3/10+7/1000। ਅਖੀਰਲਾ zero ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ: 2.5=2.50=2.500। ਪਰ ਵਿਚਕਾਰਲਾ zero ਮਹੱਤਵ ਰੱਖਦਾ ਹੈ: 2.05 ਅਤੇ 2.5 ਵੱਖ ਹਨ।

Digit in 24.307 · ਅੰਕ	Place · ਥਾਂ	Contribution · ਮੁੱਲ
2	Tens ਦਹਾਈਆਂ	2×10=20
4	Ones ਇਕਾਈਆਂ	4×1=4
3	Tenths ਦਸਵੇਂ ਹਿੱਸੇ	3×1/10=0.3
0	Hundredths ਸੌਵੇਂ ਹਿੱਸੇ	0×1/100=0
7	Thousandths ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ ਹਿੱਸੇ	7×1/1000=0.007

Rule · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
$N/10^k$	N is the integer formed by removing the dot; k is the number of digits after the dot. The last place is a $1/10^k$ part. N ਬਿੰਦੀ ਹਟਾ ਕੇ ਬਣਿਆ integer ਹੈ ਅਤੇ k ਬਿੰਦੀ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ। ਆਖਰੀ ਥਾਂ $1/10^k$ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ।	$0.375=375/1000=3/8$
Addition / subtraction	Align the decimal points so equal place values combine. Append trailing zeroes if needed. ਬਿੰਦੀਆਂ ਇੱਕ ਥਾਂ ਹੇਠਾਂ ਰੱਖੋ ਤਾਂ ਇੱਕੋ place ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਜੋੜੇ ਜਾਂ ਘਟੇ ਜਾਣ। ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਖੀਰ zero ਲਾਓ।	$3.4-0.86=3.40-0.86=2.54$
Multiplication	If $a=A/10^m$ and $b=B/10^n$, then $ab=AB/10^{m+n}$. A,B are the dot-free integers; m,n count decimal places. A,B ਬਿੰਦੀ ਹਟਾ ਕੇ ਬਣੇ integers ਹਨ ਅਤੇ m,n decimal places ਹਨ। Denominators ਗੁਣਾ ਹੋਣ ਕਰਕੇ places ਜੁੜਦੀਆਂ ਹਨ।	$0.24\times0.3=(24\times3)/1000=0.072$
Division: $a/b=(10^ka)/(10^kb)$	$b\neq0$; k is a nonnegative integer chosen to make the divisor an integer. The same nonzero multiplier on top and bottom preserves the value. $b\neq0$ ਹੈ। k ਇੰਨਾ ਲਵੋ ਕਿ divisor integer ਬਣ ਜਾਵੇ। ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਇੱਕੋ factor ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।	$3.6\div0.15=360\div15=24$
Pure recurring decimal: $0.(R)=R/(10^k-1)$	R is a repeating block of k digits, including leading zeroes. Multiplying by 10^k aligns the repeated tails; subtraction removes them. R ਵਿੱਚ repeat ਹੋਣ ਵਾਲੇ k ਅੰਕ ਹਨ; ਸ਼ੁਰੂ ਦਾ zero ਵੀ ਗਿਣੋ। 10^k ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ repeat ਹਿੱਸੇ ਇੱਕ ਥਾਂ ਆ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ ਮੁੱਕਦੇ ਹਨ।	$0.(04)=4/99$; $0.(125)=125/999$
Mixed recurring decimal: $(M-I)/[10^t(10^k-1)]$	For a decimal between 0 and 1, t digits do not repeat and k digits repeat. M is the integer formed up to one repeat; I is the integer formed by the nonrepeating prefix. Subtract the appropriately shifted decimals. 0 ਅਤੇ 1 ਵਿਚਕਾਰ decimal ਲਈ t ਅੰਕ repeat ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ ਅਤੇ k repeat ਹੁੰਦੇ ਹਨ। M ਇੱਕ repeat ਤੱਕ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ integer ਅਤੇ I ਪਹਿਲੇ ਨਾ-repeat ਅੰਕਾਂ ਦਾ integer ਹੈ। Shift ਕਰਕੇ ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ formula ਬਣਦਾ ਹੈ।	$0.2(7)=(27-2)/90=5/18$

Why decimal division can increase an answer ਦਸ਼ਮਲਵ ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ ਜਵਾਬ ਵਧ ਕਿਵੇਂ ਜਾਂਦਾ ਹੈ?

Dividing 6 by 0.5 asks how many half-unit portions fit into 6. Two halves fit in each whole, so $6\div0.5=12$. Dividing by 0.25 asks for quarter-unit portions, so $6\div0.25=24$. "Division always makes a number smaller" is false; the size of the divisor matters.

6 ਨੂੰ 0.5 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ 6 ਵਿੱਚ ਅੱਧੇ ਇਕਾਈ ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ ਹਿੱਸੇ ਹਨ। ਹਰ ਪੂਰੇ ਵਿੱਚ ਦੋ ਅੱਧੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ $6\div0.5=12$। 0.25 ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ ਚੌਥੇ ਹਿੱਸੇ ਗਿਣਦੇ ਹਾਂ: $6\div0.25=24$। ਵੰਡ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸੰਖਿਆ ਛੋਟੀ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ; divisor ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੇਖਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

Recurring decimals: derive instead of guessing Recurring decimals ਨੂੰ ਸਮਝ ਕੇ fraction ਬਣਾਓ

For x=0.(27), multiply by 100 because two digits repeat: 100x=27.(27). Subtract x=0.(27): 99x=27. Hence x=27/99=3/11. For x=0.1(6), first 10x=1.(6), then 100x=16.(6). Subtract these two equations: 90x=15, so x=15/90=1/6. The recurring tails cancel exactly.

x=0.(27) ਲਈ ਦੋ repeat ਅੰਕ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ: 100x=27.(27)। x=0.(27) ਘਟਾਓ: 99x=27; ਇਸ ਲਈ x=27/99=3/11। x=0.1(6) ਲਈ 10x=1.(6) ਅਤੇ 100x=16.(6)। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ: 90x=15; ਇਸ ਲਈ x=15/90=1/6। Repeat ਹਿੱਸੇ ਪੂਰੇ ਕੱਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

If a recurring number has a whole part, separate it first: 2.0(3)=2+0.0(3). Here 0.0(3)=(03−0)/90=3/90=1/30, so 2.0(3)=61/30. Count positions, not just the nonzero digits. For a fraction already in lowest terms, its decimal terminates exactly when its positive denominator contains only factors 2 and/or 5: a power of 10 contains only these primes.

Recurring ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਹਿੱਸਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੱਖ ਕਰੋ: 2.0(3)=2+0.0(3)। ਇੱਥੇ 0.0(3)=(03−0)/90=1/30, ਇਸ ਲਈ 2.0(3)=61/30। ਸਿਰਫ਼ nonzero ਅੰਕ ਨਹੀਂ, ਥਾਵਾਂ ਗਿਣੋ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ fraction ਦਾ positive denominator ਸਿਰਫ਼ 2 ਅਤੇ/ਜਾਂ 5 ਦੇ factors ਵਾਲਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ decimal ਮੁੱਕਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਵਿੱਚ ਇਹੀ primes ਹਨ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Read whether an exact or approximate value is required. For exact work, retain every decimal digit and recurring tail through its fraction.
   ਵੇਖੋ exact ਮੁੱਲ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਾਂ approximate। Exact ਲਈ ਹਰ decimal digit ਰੱਖੋ ਅਤੇ recurring ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ fraction ਬਣਾਓ।
2. Finish brackets first. For addition/subtraction, align decimal points and fill missing places with zeroes.
   ਪਹਿਲਾਂ brackets ਕਰੋ। ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੀਆਂ ਸਿੱਧੀਆਂ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ 'ਤੇ zero ਲਾਓ।
3. For multiplication, temporarily multiply the dot-free integers, then place the decimal using the total number of original decimal places.
   ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਬਿੰਦੀ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ integers ਗੁਣਾ ਕਰੋ; ਫਿਰ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਲ decimal places ਮੁਤਾਬਕ ਬਿੰਦੀ ਲਾਓ।
4. For division, multiply both dividend and divisor by the same power of 10 until the divisor is an integer. Divide and keep track of the value, not just the dot.
   ਵੰਡ ਵਿੱਚ dividend ਅਤੇ divisor ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ, ਜਦੋਂ ਤੱਕ divisor integer ਨਾ ਬਣੇ। ਸਿਰਫ਼ ਬਿੰਦੀ ਨਹੀਂ, ਮੁੱਲ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ।
5. Convert familiar decimals or recurring decimals to fractions when this reduces work. Complete BODMAS, reduce fractions, and check the result's size.
   ਸੌਖੇ ਜਾਂ recurring decimals ਨੂੰ fraction ਬਣਾਓ ਜੇ ਕੰਮ ਘਟਦਾ ਹੋਵੇ। BODMAS ਪੂਰਾ ਕਰੋ, fraction ਛੋਟੀ ਕਰੋ ਅਤੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use exact fraction anchors: 0.5=1/2, 0.25=1/4, 0.125=1/8, 0.0625=1/16, 0.75=3/4 and 1.25=5/4. Division by 0.25 is ×4; division by 0.125 is ×8. For a friendly product, regroup its factors: 0.4×2.5=1. It works because these decimals equal the stated fractions exactly. It does not justify replacing 0.33 by 1/3, or 0.16 by 1/6; those pairs are unequal. Keep BODMAS and brackets.

Exact fraction ਵਾਲੇ ਆਧਾਰ ਵਰਤੋ: 0.5=1/2, 0.25=1/4, 0.125=1/8, 0.0625=1/16, 0.75=3/4 ਅਤੇ 1.25=5/4। 0.25 ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ ×4 ਅਤੇ 0.125 ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ ×8 ਹੈ। ਸੌਖੇ product ਵਿੱਚ factors ਇਕੱਠੇ ਕਰੋ: 0.4×2.5=1। ਇਹ decimals ਦਿੱਤੀਆਂ fractions ਦੇ exact ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਪਰ 0.33 ਨੂੰ 1/3 ਜਾਂ 0.16 ਨੂੰ 1/6 ਨਹੀਂ ਬਣਾ ਸਕਦੇ; ਇਹ ਵੱਖਰੇ ਮੁੱਲ ਹਨ। BODMAS ਅਤੇ brackets ਨਾ ਬਦਲੋ।

Exact decimal · ਸਹੀ ਦਸ਼ਮਲਵ	Mental route · ਮਨ ਵਿੱਚ ਤਰੀਕਾ	Check · ਜਾਂਚ
×0.5 / ÷0.5	Halve / double ਅੱਧਾ / ਦੁੱਗਣਾ	18×0.5=9; 18÷0.5=36
×0.25 / ÷0.25	Quarter / multiply by 4 ਚੌਥਾ ਹਿੱਸਾ / ਚਾਰ ਗੁਣਾ	28×0.25=7; 7÷0.25=28
×0.125 / ÷0.125	Divide by 8 / multiply by 8 8 ਨਾਲ ਵੰਡੋ / 8 ਨਾਲ ਗੁਣਾ	48×0.125=6; 6÷0.125=48
×2.5 / ÷2.5	×5 then ÷2 / ×2 then ÷5 ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅੱਧਾ / ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਕੇ ਪੰਜ ਨਾਲ ਵੰਡੋ	18×2.5=45; 45÷2.5=18

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 33 **Easy — Simplify: 8.45 + 3.7 − 2.15.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 8.45 + 3.7 − 2.15।

A) 9.7 B) 10 C) 10.3 D) 9.9

Answer: B — 10

Quick method (≈20–40 sec)

Pair the subtraction first as signed terms: 8.45−2.15=6.30.

6.30+3.70=10.00, so the answer is 10.

Full method

1. Write 3.7 as 3.70; the expression is 8.45+3.70−2.15.
2. 8.45+3.70=(845+370)/100=1215/100=12.15.
3. 12.15−2.15=(1215−215)/100=1000/100=10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Signed ਪਦ ਇਕੱਠੇ ਕਰੋ: 8.45−2.15=6.30।

6.30+3.70=10.00, ਯਾਨੀ 10।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 3.7 ਨੂੰ 3.70 ਲਿਖੋ; ਹੁਣ 8.45+3.70−2.15 ਹੈ।
2. 8.45+3.70=(845+370)/100=1215/100=12.15।
3. 12.15−2.15=(1215−215)/100=1000/100=10।

Ex 34 **Easy — Simplify: 4.8 ÷ 0.12.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 4.8 ÷ 0.12।

A) 0.4 B) 4 C) 400 D) 40

Answer: D — 40

Quick method (≈20–40 sec)

Move both decimal points two places right: 4.8÷0.12=480÷12.

12×4=48, so 12×40=480; quotient 40.

Full method

1. The divisor 0.12 has two decimal places. Multiply both numbers by 100.
2. 4.8×100=480; 0.12×100=12.
3. The quotient is 480÷12.
4. Since 12×40=480, 480÷12=40. Check: 40×0.12=4.8.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਬਿੰਦੀ ਦੋ ਥਾਂ ਸੱਜੇ: 4.8÷0.12=480÷12।

12×4=48, ਇਸ ਲਈ 12×40=480; ਜਵਾਬ 40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Divisor 0.12 ਵਿੱਚ ਦੋ decimal places ਹਨ; ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
2. 4.8×100=480; 0.12×100=12।
3. ਹੁਣ 480÷12 ਹੈ।
4. 12×40=480, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 40। ਜਾਂਚ: 40×0.12=4.8।

Ex 35 **Medium — Simplify: 0.75 × 2.4 + 1.26 ÷ 0.6.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 0.75 × 2.4 + 1.26 ÷ 0.6।

A) 3.9 **B)** 2.01 **C)** 4.2 **D)** 3.6

Answer: A — 3.9

Quick method (≈20–40 sec)

0.75 is 3/4, so 3/4 of 2.4=1.8.

1.26÷0.6=12.6÷6=2.1; add 1.8+2.1=3.9.

Full method

1. Multiplication: 75×24=1800. There are 2+1=3 decimal places, so 0.75×2.4=1.800=1.8.
2. Division: multiply both numbers by 10 to get 12.6÷6.
3. 12.6÷6=2.1 because 6×2.1=12.6.
4. Combine the blocks: 1.8+2.1=3.9.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

0.75=3/4; 2.4 ਦਾ 3/4=1.8।

1.26÷0.6=12.6÷6=2.1; ਫਿਰ 1.8+2.1=3.9।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 75×24=1800। ਕੁੱਲ 2+1=3 decimal places ਹਨ; 0.75×2.4=1.800=1.8।
2. ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ: 12.6÷6।
3. 6×2.1=12.6, ਇਸ ਲਈ quotient 2.1।
4. ਦੋਵੇਂ ਗਰੁੱਪ ਜੋੜੋ: 1.8+2.1=3.9।

Ex 36 **Medium — Simplify: $(6.25 - 2.5) \div 0.15 + (0.4)^2$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(6.25 - 2.5) \div 0.15 + (0.4)^2$।

A) 25.4 **B)** 2.66 **C)** 25.16 **D)** 25.016

Answer: C — 25.16

Quick method (≈20–40 sec)

Bracket =3.75; divide by 0.15 as 375÷15=25.

0.4^2=0.16, not 0.016. Add to get 25.16.

Full method

1. Write 2.5=2.50. Then 6.25−2.50=3.75.
2. Multiply dividend and divisor by 100: 3.75÷0.15=375÷15.
3. 15×25=375, so the quotient is 25.
4. $(0.4)^2=(4/10)\times(4/10)=16/100=0.16$.
5. 25+0.16=25.16.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Bracket 3.75 ਹੈ; 0.15 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: 375÷15=25।

0.4^2=0.16 ਹੈ, 0.016 ਨਹੀਂ। ਜੋੜ ਕੇ 25.16।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 2.5=2.50; 6.25−2.50=3.75।
2. ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 3.75÷0.15=375÷15।
3. 15×25=375, ਇਸ ਲਈ quotient 25।
4. $(0.4)^2=(4/10)\times(4/10)=16/100=0.16$।
5. 25+0.16=25.16।

Ex 37 **Medium — Simplify exactly: 0.(27) + 0.1(6). Parentheses mark repeating digits.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Exact ਹੱਲ ਕਰੋ: 0.(27) + 0.1(6)। Brackets ਵਾਲੇ ਅੰਕ repeat ਹਨ।

A) 29/99 **B)** 29/66 **C)** 0.43 **D)** 5/11

Answer: B — 29/66

Quick method (≈20–40 sec)

0.(27)=27/99=3/11; 0.1(6)=1/6.

LCM is 66: 18/66+11/66=29/66.

Full method

1. Let x=0.(27). Then 100x=27.(27), and subtraction gives 99x=27. Thus x=27/99=3/11.
2. Let y=0.1(6). Then 100y=16.(6) and 10y=1.(6). Subtract: 90y=15, so y=15/90=1/6.
3. 11 and 6 are coprime; LCM=66.
4. 3/11=18/66 and 1/6=11/66.
5. Add: (18+11)/66=29/66. This fraction is exact; 0.43 would lose the recurring tails.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

0.(27)=27/99=3/11; 0.1(6)=1/6।

LCM 66; 18/66+11/66=29/66।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. x=0.(27) ਲਵੋ। 100x=27.(27); ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ 99x=27। ਇਸ ਲਈ x=3/11।
2. y=0.1(6) ਲਵੋ। 100y=16.(6) ਅਤੇ 10y=1.(6); ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ 90y=15, ਇਸ ਲਈ y=1/6।
3. 11 ਅਤੇ 6 ਦਾ HCF 1 ਹੈ; LCM 66।
4. 3/11=18/66 ਅਤੇ 1/6=11/66।
5. ਜੋੜ (18+11)/66=29/66। ਇਹ exact ਹੈ; 0.43 ਲੈਣ ਨਾਲ repeat ਹਿੱਸੇ ਛੁੱਟ ਜਾਣਗੇ।

Ex 38 **Hard — Simplify: (0.125 × 3.2 × 2.5) ÷ 0.04.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (0.125 × 3.2 × 2.5) ÷ 0.04।

A) 2.5 **B)** 250 **C)** 0.25 **D)** 25

Answer: D — 25

Quick method (≈20–40 sec)

3.2×2.5=3.2×5/2=8. Then 0.125×8=1.

1÷0.04=100÷4=25.

Full method

1. 0.125=1/8; 3.2=32/10=16/5; 2.5=25/10=5/2.
2. The numerator product is (1/8)×(16/5)×(5/2).
3. Cancel the common factor 5: (1×16)/(8×2)=16/16=1.
4. 0.04=4/100=1/25.
5. 1÷(1/25)=1×25=25.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

3.2×2.5=3.2×5/2=8। ਫਿਰ 0.125×8=1।

1÷0.04=100÷4=25।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 0.125=1/8; 3.2=16/5; 2.5=5/2।
2. ਉੱਪਰਲਾ product (1/8)×(16/5)×(5/2) ਹੈ।
3. ਸਾਂਝਾ 5 ਕੱਟੋ: 16/(8×2)=16/16=1।
4. 0.04=4/100=1/25।
5. 1÷(1/25)=1×25=25।

Ex 39 **Hard — Simplify exactly: [0.08(3) + 0.1(6)] ÷ 0.0625 − 1.25. Parentheses mark repeating digits.**

ਔਖਾ — Exact ਹੱਲ ਕਰੋ: [0.08(3) + 0.1(6)] ÷ 0.0625 − 1.25। Brackets ਵਾਲੇ ਅੰਕ repeat ਹਨ।

A) 2.5 **B)** 3.75 **C)** 2.75 **D)** 4.25

Answer: C — 2.75

Quick method (≈20–40 sec)

Recognise 0.08(3)=1/12 and 0.1(6)=1/6; their sum is 1/4.

0.0625=1/16, so (1/4)÷(1/16)=4; 4−1.25=2.75.

Full method

1. For 0.08(3), two digits do not repeat and one repeats: (83−8)/(100×9)=75/900=1/12.
2. For 0.1(6): (16−1)/(10×9)=15/90=1/6.
3. Bracket =1/12+1/6=1/12+2/12=3/12=1/4.
4. 0.0625=625/10000=1/16. Hence the division is (1/4)×16=4.
5. 1.25=5/4; 4−5/4=16/4−5/4=11/4=2.75.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

0.08(3)=1/12 ਅਤੇ 0.1(6)=1/6 ਪਛਾਣੋ; ਜੋੜ 1/4।

0.0625=1/16; (1/4)÷(1/16)=4; ਫਿਰ 4−1.25=2.75।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 0.08(3) ਵਿੱਚ ਦੋ ਅੰਕ ਨਾ-repeat ਅਤੇ ਇੱਕ repeat ਹੈ: (83−8)/900=75/900=1/12।
2. 0.1(6)=(16−1)/90=15/90=1/6।
3. Bracket 1/12+2/12=3/12=1/4।
4. 0.0625=625/10000=1/16; ਵੰਡ (1/4)×16=4।
5. 1.25=5/4; 4−5/4=11/4=2.75।

Ex 40 **IBPS Clerk pattern — Simplify: (12.6 ÷ 0.35 − 4.8 ÷ 0.6) × 0.125 + 0.45.**

IBPS Clerk pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: (12.6 ÷ 0.35 − 4.8 ÷ 0.6) × 0.125 + 0.45।

A) 3.95 **B)** 3.5 **C)** 4.05 **D)** 35.45

Answer: A — 3.95

Quick method (≈20–40 sec)

The division blocks are 1260÷35=36 and 48÷6=8; their difference is 28.

Multiplying by 0.125 means ÷8: 28÷8=3.5. Add 0.45 to get 3.95.

Full method

1. 12.6÷0.35=(12.6×100)/(0.35×100)=1260/35.
2. 35×36=35×(30+6)=1050+210=1260; first quotient 36.
3. 4.8÷0.6=48/6=8. Bracket =36−8=28.
4. 0.125=1/8; 28×(1/8)=28/8=3.5.
5. 3.5+0.45=3.50+0.45=3.95.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਵੰਡ ਵਾਲੇ ਗਰੁੱਪ 1260÷35=36 ਅਤੇ 48÷6=8; ਫ਼ਰਕ 28।

0.125 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਯਾਨੀ ÷8: 28÷8=3.5। 0.45 ਜੋੜ ਕੇ 3.95।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 12.6÷0.35=(12.6×100)/(0.35×100)=1260/35।
2. 35×36=1050+210=1260, ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲਾ quotient 36।
3. 4.8÷0.6=48/6=8; bracket 36−8=28।
4. 0.125=1/8; 28×(1/8)=28/8=3.5।
5. 3.50+0.45=3.95।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Misaligning places:** 2.7+0.38=2.70+0.38=3.08, not 0.65.
2. **Moving only one decimal point in division:** 5.4÷0.18=540÷18=30, not 5.4÷18.
3. **Counting multiplication places incorrectly:** 0.06×0.4=24/1000=0.024.
4. **Rounding an exact recurring value:** 0.(3)=1/3, while 0.33=33/100. They are not equal.
5. **Forgetting zeroes in a repeating block:** 0.(09)=9/99=1/11, not 9/9.

1. **Decimal places ਨਾ ਮਿਲਾਉਣਾ:** 2.7+0.38=2.70+0.38=3.08, 0.65 ਨਹੀਂ।
2. **ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਹਿਲਾਉਣਾ:** 5.4÷0.18=540÷18=30; 5.4÷18 ਨਹੀਂ।
3. **ਗੁਣਾ ਦੀਆਂ places ਗਲਤ ਗਿਣਨਾ:** 0.06×0.4=24/1000=0.024।
4. **Exact repeat ਨੂੰ round ਕਰਨਾ:** 0.(3)=1/3, ਪਰ 0.33=33/100। ਦੋਵੇਂ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ।
5. **Repeat block ਦਾ zero ਛੱਡਣਾ:** 0.(09)=9/99=1/11 ਹੈ, 9/9 ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Decimal arithmetic supports direct simplification in banking and numerical questions in SSC, Railways and state exams. A separate recurring-decimal question is more paper-dependent; no fixed count should be assumed. Aim for 20–30 seconds for a friendly decimal operation and 35–50 seconds for a mixed expression. Check order of magnitude: in Ex 34, 0.12×10=1.2 and 0.12×100=12, so 4.8÷0.12 must be between 10 and 100. Only 40 fits its options. Do not round away a difference needed to distinguish close options.

Decimal ਹਿਸਾਬ banking ਦੇ simplification ਅਤੇ SSC, Railways, state exams ਦੇ numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਵੱਖਰਾ recurring-decimal ਸਵਾਲ paper ਮੁਤਾਬਕ ਬਦਲਦਾ ਹੈ; ਪੱਕੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾ ਮੰਨੋ। ਸੌਖੇ decimal ਕੰਮ ਲਈ 20–30 ਅਤੇ ਮਿਲੇ ਹਿਸਾਬ ਲਈ 35–50 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਮੁੱਲ ਦੀ ਹੱਦ ਵੇਖੋ: Ex 34 ਵਿੱਚ 0.12×10=1.2 ਅਤੇ 0.12×100=12, ਇਸ ਲਈ quotient 10 ਅਤੇ 100 ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਣਾ ਹੈ। Options ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ 40 ਫਿੱਟ ਹੈ। ਨੇੜਲੇ options ਵੱਖ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਫ਼ਰਕ rounding ਨਾਲ ਨਾ ਗੁਆਓ।

TYPE 6 Percentage-based simplification

Percentage ਵਾਲੇ ਹਿਸਾਬ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰਨਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Percent means “out of 100”. If a mobile recharge of ₹400 receives a benefit worth 15% of the recharge amount, the benefit is 15/100 of ₹400, or ₹60. The same calculation can be written as a fraction or a decimal.

Percent ਦਾ ਮਤਲਬ ਹਰ 100 ਵਿੱਚੋਂ ਹੈ। ₹400 ਦੇ mobile recharge ਉੱਤੇ recharge ਰਕਮ ਦਾ 15% ਲਾਭ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਲਾਭ (15/100)×₹400=₹60 ਹੈ। ਇਹੋ ਹਿਸਾਬ fraction ਜਾਂ decimal ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

Percentage simplification combines these “parts of a base” with ordinary arithmetic. The base is the quantity after “of”. In 20% of 150, the base is 150; 20 is not the amount of the answer.

Percentage simplification ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਹਿੱਸਿਆਂ ਨਾਲ ਆਮ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਵੰਡ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। “Of” ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵਾਲੀ ਮਾਤਰਾ base ਹੈ। 20% of 150 ਵਿੱਚ base 150 ਹੈ; 20 ਜਵਾਬ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for % signs, familiar fractional percentages such as 12.5% or 16 2/3%, “?% of”, repeated “of”, or a fraction/percentage of the remaining quantity. Some questions ask the amount; others ask the percentage number.

Read what the unknown represents.

% ਨਿਸ਼ਾਨ, 12.5% ਜਾਂ 16 2/3% ਵਰਗੇ percentages, “?% of”, ਵਾਰ-ਵਾਰ “of” ਜਾਂ ਬਚੀ ਮਾਤਰਾ ਦਾ percentage ਵੇਖੋ। ਕਦੇ ਰਕਮ ਪੁੱਛਦੇ ਹਨ, ਕਦੇ percentage ਦਾ ਅੰਕ। ਪਹਿਲਾਂ ਵੇਖੋ unknown ਕਿਸ ਲਈ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For 18% of 250, first 1%=250/100=2.5; then 18%=18×2.5=45. Faster: 18% of 250 equals 250% of 18, or 2.5×18=45. The answer is an amount; do not attach a % sign unless the question asks for a percentage.

250 ਦਾ 18% ਕੱਢਣ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ 1%=250/100=2.5; ਫਿਰ 18%=18×2.5=45। ਤੇਜ਼ ਰਸਤਾ: 18% of 250 =250% of 18=2.5×18=45। ਜਵਾਬ ਮਾਤਰਾ ਹੈ; ਸਵਾਲ percentage ਨਾ ਪੁੱਛੇ ਤਾਂ ਜਵਾਬ ਪਿੱਛੇ % ਨਾ ਲਾਓ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Letters and origin · ਅੱਖਰ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
p% of N=pN/100	p is the percentage number; N is the base amount. A percent is one hundredth, so multiply p/100 by N. p percentage ਦਾ ਅੰਕ ਅਤੇ N base ਮਾਤਰਾ ਹੈ। Percent ਸੌਵਾਂ ਹਿੱਸਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ N ਨੂੰ p/100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।	18% of 250=18×250/100=45
p% of q=q% of p	p,q are numerical values; both sides equal pq/100. Use this as a numerical calculation shortcut, retaining the original unit in an applied question. p,q ਅੰਕ ਹਨ; ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ pq/100 ਹਨ। Applied ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਅਸਲ ਮਾਤਰਾ ਦੀ unit ਰੱਖੋ; ਇਹ ਸਿਰਫ਼ ਹਿਸਾਬ ਬਦਲਣ ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਹੈ।	24% of 75=75% of 24=18
If p% of N=A: p=100A/N	N≠0; A is the required part, N the base. Rearrange A=pN/100 by dividing by N and multiplying by 100. N≠0; A ਮਿਲਿਆ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ N base ਹੈ। A=pN/100 ਨੂੰ N ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	A=42,N=240 ⇒ p=17.5
If p% of N=A: N=100A/p	p≠0; p is given and the base N is missing. Undo multiplication by p/100. p≠0; p ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਅਤੇ base N ਲੱਭਣਾ ਹੈ। p/100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਦਾ ਉਲਟ ਕਰੋ।	30% of N=84 ⇒ N=280
p% of q% of N=pqN/10000	p,q are successive percentage numbers. Each “of” contributes a factor, so multiply by p/100 and q/100. p,q ਲਗਾਤਾਰ percentages ਦੇ ਅੰਕ ਹਨ। ਹਰ “of” ਇੱਕ ਹੋਰ ਗੁਣਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ p/100 ਅਤੇ q/100 ਦੋਵੇਂ ਲੱਗਦੇ ਹਨ।	20% of 25% of 400=(1/5)×(1/4)×400=20
p% of N ± q% of N=(p±q)% of N	The base N must be the same. Factor N/100 from pN/100 ± qN/100. Base N ਇੱਕੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਦੋਹਾਂ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚੋਂ N/100 common ਕੱਢੋ।	18% of 300+12% of 300=30% of 300=90

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Letters and origin · ਅੱਖਰ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Example · ਉਦਾਹਰਨ
After p% removal: N(1−p/100)	N is the original amount; 0≤p≤100 for ordinary removal. Subtract pN/100 from N. N ਅਸਲ ਕੁੱਲ ਹੈ; ਆਮ ਘਟਾਉਣ ਲਈ 0≤p≤100। N ਵਿੱਚੋਂ pN/100 ਘਟਾਓ।	25% removed from 360 leaves (3/4)×360=270
After p%, then q% removal: N(1−p/100)(1−q/100)	q% is taken from the new remainder. Multiply the two remaining fractions; do not add the removed percentages. ਦੂਜਾ q% ਨਵੀਂ ਬਚੀ ਮਾਤਰਾ ਵਿੱਚੋਂ ਹੈ। ਬਚਣ ਵਾਲੇ ਦੋ factors ਗੁਣਾ ਕਰੋ; ਘਟੇ percentages ਨਾ ਜੋੜੋ।	200×(3/4)×(4/5)=120

Build percentages with easy anchors ਸੌਖੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਨਾਲ percentage ਬਣਾਓ

Percentage	Exact fraction · ਸਹੀ Fraction	Mental instruction · ਮਨ ਵਿੱਚ ਕੰਮ
50%	1/2	Divide by 2 2 ਨਾਲ ਵੰਡੋ
25%	1/4	Divide by 4 4 ਨਾਲ ਵੰਡੋ
75%	3/4	Quarter, then triple ਚੌਥਾ ਹਿੱਸਾ ਕਰਕੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ
20%	1/5	Divide by 5 5 ਨਾਲ ਵੰਡੋ
10% / 5% / 1%	1/10 / 1/20 / 1/100	Use one tenth; halve it for 5%; one hundredth for 1% ਦਸਵਾਂ ਹਿੱਸਾ 10%; ਉਸਦਾ ਅੱਧਾ 5%; ਸੌਵਾਂ ਹਿੱਸਾ 1%
12.5% / 37.5% / 62.5% / 87.5%	1/8 / 3/8 / 5/8 / 7/8	Find one eighth, then multiply by 1,3,5 or 7 ਅੱਠਵਾਂ ਹਿੱਸਾ ਕੱਢ ਕੇ 1,3,5 ਜਾਂ 7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ

Percentage	Exact fraction · ਸਹੀ Fraction	Mental instruction · ਮਨ ਵਿੱਚ ਕੰਮ
6.25%	1/16	Halve the 12.5% result 12.5% ਦਾ ਅੱਧਾ
33 1/3% / 66 2/3%	1/3 / 2/3	One third / two thirds ਤੀਜਾ ਹਿੱਸਾ / ਦੋ ਤਿਹਾਈ
16 2/3% / 8 1/3%	1/6 / 1/12	Divide by 6 / divide by 12 6 ਨਾਲ / 12 ਨਾਲ ਵੰਡੋ

A mixed percentage is one number: 16 2/3% means (16+2/3)%=(50/3)/100=1/6. In contrast, 16% + 2/3 of N is a different expression and needs its own grouping. Also 12.5% is 0.125 as a multiplier, not 12.5.

Mixed percentage ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ: 16 2/3% ਦਾ ਮਤਲਬ (16+2/3)%=(50/3)/100=1/6। ਪਰ 16% + 2/3 of N ਵੱਖਰੀ expression ਹੈ; grouping ਵੇਖੋ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 12.5% ਦਾ multiplier 0.125 ਹੈ, 12.5 ਨਹੀਂ।

Base check: 20% of 150 + 10% of 250 =30+25=55. You cannot combine these as 30% of one of the bases, because the bases differ. For a same-base question, 20% of 150 + 10% of 150 =30% of 150=45.

Base ਜਾਂਚੋ: 20% of 150 + 10% of 250=30+25=55। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ base ਦਾ 30% ਨਹੀਂ ਬਣਾ ਸਕਦੇ, ਕਿਉਂਕਿ bases ਵੱਖ ਹਨ। ਪਰ 20% of 150 + 10% of 150=30% of 150=45 ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

Two removals use changing bases. If 25% is removed and then 20% of the remainder, the remaining share is (75/100)×(80/100)=60/100=60%. The total removed is 40% of the original, not 45%. Percentage points measure the difference between percentage numbers: 25% to 20% is a drop of 5 percentage points; that is not itself a rule for successive removal.

ਦੋ ਵਾਰ ਘਟਾਉਣ ਵਿੱਚ base ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ 25% ਅਤੇ ਫਿਰ ਬਚੇ ਦਾ 20% ਹਟਾਓ ਤਾਂ ਬਚਿਆ ਹਿੱਸਾ (75/100)×(80/100)=60% ਹੈ। ਕੁੱਲ 40% ਹਟਿਆ, 45% ਨਹੀਂ। Percentage points ਦੋ percentage ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਹਨ: 25% ਤੋਂ 20% ਦਾ ਫ਼ਰਕ 5 percentage points ਹੈ। ਇਹ successive removal ਦਾ ਨਿਯਮ ਨਹੀਂ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify the base after each “of” and what the unknown represents: amount, base or percentage number. Mark any “remaining” base.
   ਹਰ “of” ਤੋਂ ਬਾਅਦ base ਪਛਾਣੋ। Unknown ਮਾਤਰਾ ਹੈ, base ਹੈ ਜਾਂ percentage ਦਾ ਅੰਕ? “Remaining” ਵਾਲਾ base ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਾਓ।
2. Convert each percentage to p/100, or to a known exact fraction. Convert a fractional percentage as a complete mixed number first.
   ਹਰ percentage ਨੂੰ p/100 ਜਾਂ ਜਾਣੀ exact fraction ਬਣਾਓ। Fractional percentage ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਪੂਰਾ mixed number ਮੰਨ ਕੇ ਬਦਲੋ।
3. Evaluate grouped “of” products and other multiplication/division blocks before addition/subtraction. Cancel factors before multiplying.
   ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ grouped “of” ਅਤੇ ਹੋਰ ਗੁਣਾ/ਵੰਡ ਕਰੋ। ਪਹਿਲਾਂ factors ਕੱਟੋ, ਫਿਰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
4. For repeated “of”, multiply the factors. For repeated removal, multiply the remaining factors and apply each step to its proper base.
   ਵਾਰ-ਵਾਰ “of” ਲਈ factors ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਵਾਰ-ਵਾਰ removal ਲਈ ਬਚਣ ਵਾਲੇ factors ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਹਰ ਕਦਮ ਸਹੀ base ਉੱਤੇ ਲਗਾਓ।
5. Combine the completed blocks. For a missing value, isolate the percentage amount first, then use the appropriate inverse formula. Substitute into the original question and retain units.
   ਪੂਰੇ ਹੋਏ ਗਰੁੱਪ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ। Missing value ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ percentage ਵਾਲੀ ਮਾਤਰਾ ਇਕੱਲੀ ਕਰੋ, ਫਿਰ ਉਲਟ formula ਵਰਤੋ। ਅਸਲ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਮੁੱਲ ਪਾ ਕੇ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ units ਰੱਖੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use the shortest exact route: swap p% of q when the new percentage is easier, convert 12.5% or 37.5% to eighths, and split awkward percentages into anchors. Example: 17.5% of 240 = (10%+5%+2.5%) of 240 =24+12+6=42. For an unknown percent, 1% of 240 is 2.4; an amount 42 corresponds to 42÷2.4=17.5%. Swapping works because pq/100=qp/100. Splitting works by distributivity. Neither lets you add percentages from different bases or treat a percentage of the remainder as a percentage of the original.

ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ exact ਰਸਤਾ ਚੁਣੋ: p% of q ਨੂੰ ਲੋੜ ਮੁਤਾਬਕ swap ਕਰੋ, 12.5% ਜਾਂ 37.5% ਨੂੰ ਅੱਠਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਔਖਾ percentage ਸੌਖੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਤੋੜੋ। 240 ਦਾ 17.5%=(10%+5%+2.5%)=24+12+6=42। Percentage unknown ਹੋਵੇ ਤਾਂ 240 ਦਾ 1%=2.4; 42 ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੇ 42÷2.4=17.5 ਹਿੱਸੇ ਹਨ। Swap ਇਸ ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ ਕਿ pq/100=qp/100। ਤੋੜਨਾ distributive rule ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। ਵੱਖਰੇ bases ਦੇ percentages ਜਾਂ original ਅਤੇ remainder ਦੇ percentages ਮਨਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਜੋੜ ਸਕਦੇ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 41 **Easy — Simplify: (25% of 360) + (10% of 140).**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (25% of 360) + (10% of 140)।

A) 90 B) 104 C) 140 D) 118

Answer: B — 104

Quick method (≈20–40 sec)

25%=1/4, so the first block is 360÷4=90.

10% of 140=14; total 90+14=104.

Full method

1. 25% of 360=(25/100)×360=9000/100=90.
2. 10% of 140=(10/100)×140=1400/100=14.
3. 90+14=104. The two bases are different, so calculate the blocks separately.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

25%=1/4; ਪਹਿਲਾ ਗਰੁੱਪ 360÷4=90।

140 ਦਾ 10%=14; ਕੁੱਲ 90+14=104।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 360 ਦਾ 25%=(25/100)×360=9000/100=90।
2. 140 ਦਾ 10%=(10/100)×140=1400/100=14।
3. 90+14=104। Bases ਵੱਖ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਦੋ ਗਰੁੱਪ ਵੱਖ ਕੱਢੇ।

Ex 42 **Easy — Simplify: (12.5% of 640) − (20% of 150).**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (12.5% of 640) − (20% of 150)।

A) 80 B) 110 C) 30 D) 50

Answer: D — 50

Quick method (≈20–40 sec)

12.5%=1/8 gives 640÷8=80.

20%=1/5 gives 150÷5=30; difference 80−30=50.

Full method

1. 12.5/100=125/1000=1/8. Thus 12.5% of 640=640/8=80.
2. 20/100=1/5. Thus 20% of 150=150/5=30.
3. Subtract the completed blocks: 80−30=50.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

12.5%=1/8; 640÷8=80।

20%=1/5; 150÷5=30। ਫ਼ਰਕ 80−30=50।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 12.5/100=125/1000=1/8; 640 ਦਾ ਹਿੱਸਾ 640/8=80।
2. 20/100=1/5; 150 ਦਾ ਹਿੱਸਾ 150/5=30।
3. ਪੂਰੇ ਹੋਏ ਗਰੁੱਪ ਘਟਾਓ: 80−30=50।

Ex 43 **Medium — Simplify: (16% of 75) + (37.5% of 64).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (16% of 75) + (37.5% of 64)।

A) 36 **B)** 40 **C)** 28 **D)** 48

Answer: A — 36

Quick method (≈20–40 sec)

Swap the first calculation: 16% of 75=75% of 16=(3/4)×16=12.

37.5%=3/8 gives (64÷8)×3=24; total 12+24=36.

Full method

1. 16% of 75=(16/100)×75=1200/100=12.
2. 37.5%=37.5/100=375/1000=3/8.
3. (3/8)×64=192/8=24.
4. Add the blocks: 12+24=36.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ ਹਿਸਾਬ swap ਕਰੋ: 16% of 75=75% of 16=(3/4)×16=12।

37.5%=3/8; (64÷8)×3=24। ਕੁੱਲ 12+24=36।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 75 ਦਾ 16%=(16/100)×75=1200/100=12।
2. 37.5%=375/1000=3/8।
3. (3/8)×64=192/8=24।
4. ਦੋਵੇਂ ਗਰੁੱਪ ਜੋੜੋ: 12+24=36।

Ex 44 **Medium — Find p: (p% of 480) + (3/8 of 160) = 144.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — p ਲੱਭੋ: (p% of 480) + (3/8 of 160) = 144।

A) 12.5 **B)** 15 **C)** 17.5 **D)** 20

Answer: C — 17.5

Quick method (≈20–40 sec)

3/8 of 160=60, leaving 144−60=84 for the percentage block.

10%+5%+2.5% of 480 =48+24+12=84, so p=17.5.

Full method

1. (3/8)×160=480/8=60.
2. The equation becomes (p/100)×480+60=144.
3. Subtract 60: (p/100)×480=84.

4. Divide by 480 and multiply by 100: p=84×100/480=8400/480.
5. Divide numerator and denominator by 48: p=175/10=17.5.
6. Check: 17.5% of 480=84, and 84+60=144. The requested p is 17.5; the percentage is 17.5%.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

160 ਦਾ 3/8=60; percentage ਲਈ 144−60=84 ਬਚਿਆ।

480 ਦਾ 10%+5%+2.5%=48+24+12=84, ਇਸ ਲਈ p=17.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. (3/8)×160=480/8=60।
2. Equation (p/100)×480+60=144 ਬਣੀ।
3. 60 ਘਟਾਓ: (p/100)×480=84।
4. 480 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: p=8400/480।
5. ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 48 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: p=175/10=17.5।
6. ਜਾਂਚ: 480 ਦਾ 17.5%=84; 84+60=144। p ਦਾ ਅੰਕ 17.5 ਹੈ; percentage 17.5% ਹੈ।

Ex 45 **Medium — Simplify: (40% of 25% of 800) + (15% of 200).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (40% of 25% of 800) + (15% of 200)।

A) 350 **B)** 110 **C)** 230 **D)** 80

Answer: B — 110

Quick method (≈20–40 sec)

40% of 25% gives (2/5)×(1/4)=1/10 of the original 800, or 80.

15% of 200=30; total 80+30=110.

Full method

1. First 25% of 800=(1/4)×800=200.
2. Then 40% of that 200=(40/100)×200=80.
3. The second separate block is 15% of 200=(15/100)×200=30.
4. Add: 80+30=110. Do not replace 40% of 25% by 65%.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

40% of 25%=(2/5)×(1/4)=1/10; 800 ਦਾ ਦਸਵਾਂ ਹਿੱਸਾ 80।

200 ਦਾ 15%=30; ਕੁੱਲ 80+30=110।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾਂ 800 ਦਾ 25%=(1/4)×800=200।
2. ਫਿਰ ਉਸ 200 ਦਾ 40%=(40/100)×200=80।
3. ਵੱਖਰੇ ਦੂਜੇ ਗਰੁੱਪ ਵਿੱਚ 200 ਦਾ 15%=(15/100)×200=30।
4. ਜੋੜ 80+30=110। 40% of 25% ਨੂੰ 65% ਨਾ ਬਣਾਓ।

Ex 46 **Hard — Simplify: (62.5% of 384) ÷ (3/5 of 40) + (16 2/3% of 144).**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (62.5% of 384) ÷ (3/5 of 40) + (16 2/3% of 144)।

A) 24 **B)** 40 **C)** 30 **D)** 34

Answer: D — 34

Quick method (≈20–40 sec)

62.5%=5/8: 384÷8×5=48×5=240. The divisor is 40÷5×3=24.

The quotient is 10. Also 16 2/3%=1/6, so the final block is 24. Total 34.

Full method

1. 62.5%=625/1000=5/8; (5/8)×384=1920/8=240.
2. 3/5 of 40=(3/5)×40=120/5=24.
3. Divide the complete blocks: 240÷24=10.
4. 16 2/3%=(50/3)/100=50/300=1/6.
5. (1/6)×144=144/6=24.
6. 10+24=34.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

62.5%=5/8; 384÷8×5=48×5=240। Divisor 40÷5×3=24।

Quotient 10 ਹੈ। 16 2/3%=1/6, ਇਸ ਲਈ ਆਖਰੀ ਗਰੁੱਪ 24। ਕੁੱਲ 34।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 62.5%=625/1000=5/8; (5/8)×384=1920/8=240।
2. 40 ਦਾ 3/5=120/5=24।
3. ਪੂਰੇ ਗਰੁੱਪ ਵੰਡੋ: 240÷24=10।
4. 16 2/3%=(50/3)/100=50/300=1/6।
5. 144 ਦਾ 1/6=144/6=24।
6. 10+24=34।

Ex 47 **Hard — A farmer has 1200 kg of wheat. He sells 25% of it, then sells 20% of the remaining wheat. How many kg are left?**

ਔਖਾ — ਕਿਸਾਨ ਕੋਲ 1200 kg ਕਣਕ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਉਹ ਇਸਦਾ 25% ਵੇਚਦਾ ਹੈ, ਫਿਰ ਬਚੀ ਕਣਕ ਦਾ 20% ਵੇਚਦਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੀ kg ਕਣਕ ਬਚੀ?

A) 660 **B)** 900 **C)** 720 **D)** 780

Answer: C — 720

Quick method (≈20–40 sec)

Remaining factors are 3/4 and 4/5; their product is 3/5.

1200×3/5=240×3=720 kg.

Full method

1. First sale: (25/100)×1200=300 kg.
2. After the first sale: 1200−300=900 kg.
3. Second sale uses 900 as the base: (20/100)×900=180 kg.
4. Final remainder: 900−180=720 kg.
5. Check: total sold 300+180=480 kg; 1200−480=720 kg.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਚਣ ਵਾਲੇ factors 3/4 ਅਤੇ 4/5 ਹਨ; product 3/5।

1200×3/5=240×3=720 kg।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ ਵਿਕਰੀ: (25/100)×1200=300 kg।
2. ਪਹਿਲੀ ਵਿਕਰੀ ਤੋਂ ਬਾਅਦ 1200−300=900 kg।
3. ਦੂਜੀ ਵਿਕਰੀ ਦਾ base 900 ਹੈ: (20/100)×900=180 kg।
4. ਅਖੀਰ 900−180=720 kg ਬਚੀ।
5. ਜਾਂਚ: ਕੁੱਲ ਵਿਕੀ 300+180=480 kg; 1200−480=720 kg।

Ex 48 **SBI Clerk pattern — Find p: [(p% of 720) ÷ (7/8 of 64)] + (12.5% of 256) = 36.5.**

SBI Clerk pattern — p ਲੱਭੋ: [(p% of 720) ÷ (7/8 of 64)] + (12.5% of 256) = 36.5।

A) 35 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 40

Answer: A — 35

Quick method (≈20–40 sec)

The divisor block is 56 and the separate added block is 32. Thus the quotient must be 36.5−32=4.5.

Required percentage amount =4.5×56=252. Since 35% of 720=30%+5%=216+36=252, p=35.

Full method

1. 7/8 of 64=(7/8)×64=448/8=56.
2. 12.5% of 256=(1/8)×256=32.
3. The equation becomes [(p/100)×720]/56+32=36.5.
4. Subtract 32: [(p/100)×720]/56=4.5.
5. Multiply by 56: (p/100)×720=4.5×56=252.
6. Solve: p=252×100/720. Reduce 252/720=7/20; p=700/20=35.
7. Substitute: 35% of 720=252; 252÷56=4.5; 4.5+32=36.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Divisor ਵਾਲਾ ਗਰੁੱਪ 56 ਅਤੇ ਵੱਖਰਾ ਜੋੜਿਆ ਗਰੁੱਪ 32 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ quotient 36.5−32=4.5।

Percentage ਵਾਲੀ ਮਾਤਰਾ 4.5×56=252। 720 ਦਾ 35%=30%+5%=216+36=252; ਇਸ ਲਈ p=35।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 64 ਦਾ 7/8=448/8=56।
2. 256 ਦਾ 12.5%=(1/8)×256=32।
3. Equation [(p/100)×720]/56+32=36.5 ਬਣੀ।
4. 32 ਘਟਾਓ: [(p/100)×720]/56=4.5।
5. 56 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: (p/100)×720=4.5×56=252।
6. p=252×100/720; 252/720=7/20, ਇਸ ਲਈ p=700/20=35।
7. ਵਾਪਸ ਪਾਓ: 720 ਦਾ 35%=252; 252÷56=4.5; 4.5+32=36.5।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Omitting ÷100:** 8% of 250=(8/100)×250=20, not 2000.
2. **Adding unlike bases:** 20% of 100 + 30% of 200=20+60=80; it is not simply 50% of 300.
3. **Adding repeated "of" percentages:** 50% of 20% of 600=(1/2)×(1/5)×600=60.
4. **Using the original base after "remaining":** in Ex 47, the second sale is 20% of 900, not 20% of 1200.
5. **Misreading a mixed percentage:** 16 2/3%=1/6, not 16×(2/3)%.
6. **Confusing a percentage number and an amount:** in Ex 44, 84 is the amount and 17.5 is the requested percentage number.

1. **÷100 ਛੱਡਣਾ:** 250 ਦਾ 8%=(8/100)×250=20, 2000 ਨਹੀਂ।
2. **ਵੱਖਰੇ bases ਜੋੜਨਾ:** 100 ਦਾ 20% +200 ਦਾ 30%=20+60=80; ਇਹ ਸਿੱਧਾ 300 ਦਾ 50% ਨਹੀਂ।
3. **ਲਗਾਤਾਰ "of" ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ:** 50% of 20% of 600=(1/2)×(1/5)×600=60।
4. **"Remaining" ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਪੁਰਾਣਾ base ਲੈਣਾ:** Ex 47 ਵਿੱਚ ਦੂਜੀ ਵਿਕਰੀ 900 ਦਾ 20% ਹੈ, 1200 ਦਾ ਨਹੀਂ।
5. **Mixed percentage ਗਲਤ ਪੜ੍ਹਨਾ:** 16 2/3%=1/6, 16×(2/3)% ਨਹੀਂ।
6. **Percentage ਦਾ ਅੰਕ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਮਿਲਾਉਣਾ:** Ex 44 ਵਿੱਚ 84 ਮਾਤਰਾ ਅਤੇ 17.5 percentage ਦਾ ਪੁੱਛਿਆ ਅੰਕ ਹੈ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Percentage–fraction mixtures and missing percentage values are useful simplification patterns for banking as well as SSC, Railways and state numerical tests. Direct-question frequency varies; the same calculation also appears inside arithmetic word problems. Aim for 20–35 seconds for anchor percentages and 35–55 seconds for an unknown in a mixed expression. Use options intelligently: in Ex 44 the required amount is 84 from a base 480. Since 15%=72 and 20%=96, the answer must lie strictly between 15 and 20; only 17.5 fits its options. Confirm with 48+24+12=84.

Percentage–fraction ਮਿਲੇ ਸਵਾਲ ਅਤੇ missing percentage banking ਦੇ ਨਾਲ SSC, Railways ਅਤੇ state numerical tests ਲਈ ਵੀ ਕੰਮ ਦੇ patterns ਹਨ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਦਲਦੀ ਹੈ; ਇਹੋ ਹਿਸਾਬ word problems ਅੰਦਰ ਵੀ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਸੌਖੇ percentages ਲਈ 20–35 ਅਤੇ mixed expression ਦੇ unknown ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 44 ਵਿੱਚ 480 ਵਿੱਚੋਂ ਮਾਤਰਾ 84 ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। 15%=72 ਅਤੇ 20%=96, ਇਸ ਲਈ ਅੰਕ 15 ਅਤੇ 20 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। Options ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ 17.5 ਫਿੱਟ ਹੈ। 48+24+12=84 ਨਾਲ ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

TYPE 7 Fast multiplication and division

ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਵੰਡ ਦੇ ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕੇ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Fast calculation replaces a difficult operation with easier operations of exactly the same value. If a shopkeeper sells 48 packets at ₹25 each, he can calculate 48×100÷4=₹1200 instead of doing a long multiplication. The answer stays exact.

ਤੇਜ਼ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਔਖੇ ਕੰਮ ਨੂੰ ਉਸੇ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਸੌਖੇ ਕੰਮਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ। ਦੁਕਾਨਦਾਰ ₹25 ਵਾਲੇ 48 ਪੈਕਟ ਵੇਚੇ ਤਾਂ ਲੰਬਾ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੀ ਥਾਂ 48×100÷4=₹1200 ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜਵਾਬ ਪੂਰਾ exact ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

These are not separate arithmetic rules. They come from easy fractions such as 5=10/2 and 25=100/4, or from splitting 99 as 100−1. The best method is the one that gives fewer manageable steps for the actual numbers.

ਇਹ ਹਿਸਾਬ ਦੇ ਨਵੇਂ ਨਿਯਮ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਇਹ 5=10/2, 25=100/4 ਵਰਗੀਆਂ ਸੌਖੀਆਂ fractions ਜਾਂ 99=100−1 ਵਰਗੇ ਤੋੜ ਤੋਂ ਬਣਦੇ ਹਨ। ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜਿਹੜੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਘੱਟ ਅਤੇ ਸੌਖੇ ਕਦਮ ਬਣਨ, ਉਹ ਚੁਣੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for ×5, ×9, ×11, ×25, ×50, ×125, ×99 or ×999; division by these numbers; or repeated factors in neighbouring terms. A mixed expression may contain several separate blocks, each with its own useful shortcut.

×5, ×9, ×11, ×25, ×50, ×125, ×99 ਜਾਂ ×999, ਇਹਨਾਂ ਨਾਲ ਵੰਡ ਜਾਂ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ factor ਵੇਖੋ। ਮਿਲੀ expression ਦੇ ਵੱਖਰੇ ਗਰੁੱਪਾਂ ਲਈ ਵੱਖਰੇ shortcuts ਲੱਗ ਸਕਦੇ ਹਨ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Multiplying by a fraction means multiplying by its numerator and dividing by its denominator. Thus N×25=N×100/4. Here N is the number being multiplied. For division, invert the multiplier: N÷25=N×4/100. Distribution gives N×99=N×(100−1)=100N−N. Every shortcut must preserve the original operation.

Fraction ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦਾ ਮਤਲਬ numerator ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਅਤੇ denominator ਨਾਲ ਵੰਡ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ N×25=N×100/4। N ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਹਿਸਾਬ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਵੰਡ ਲਈ ਉਲਟ factor ਲੱਗਦਾ ਹੈ: N÷25=N×4/100। Distributive rule ਨਾਲ N×99=N×(100−1)=100N−N। ਹਰ shortcut ਵਿੱਚ ਅਸਲ ਕੰਮ ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਚਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

Operation · ਕੰਮ	Exact route and origin · ਸਹੀ ਰਸਤਾ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Small illustration · ਛੋਟੀ ਉਦਾਹਰਨ
×5 / ÷5	N×5=10N/2; N÷5=2N/10, because 5=10/2. 5=10/2 ਹੈ। ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਦਸ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅੱਧਾ; ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਕੇ ਦਸ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	74×5=740÷2=370; 185÷5=370÷10=37
×9	9N=10N−N, since 9=10−1. ਦਸ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਓ।	83×9=830−83=747
×11	11N=10N+N, since 11=10+1. ਦਸ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੋ।	83×11=830+83=913
×25 / ÷25	25N=100N/4; N÷25=4N/100, because 25=100/4. ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਸੌ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਚੌਥਾ ਹਿੱਸਾ; ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਸੌ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	84×25=8400÷4=2100; 675÷25=2700÷100=27
×50 / ÷50	50N=100N/2; N÷50=2N/100. ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਸੌ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅੱਧਾ; ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਕੇ ਸੌ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	46×50=4600÷2=2300; 850÷50=1700÷100=17
×125 / ÷125	125N=1000N/8; N÷125=8N/1000, because 125=1000/8. ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਹਜ਼ਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅੱਠ ਨਾਲ ਵੰਡੋ; ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਅੱਠ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਹਜ਼ਾਰ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।	56×125=56000÷8=7000; 2250÷125=18000÷1000=18

Operation · ਕੰਮ	Exact route and origin · ਸਹੀ ਰਸਤਾ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Small illustration · ਛੋਟੀ ਉਦਾਹਰਨ
×99 / ×999	99N=100N−N; 999N=1000N−N. ਸੌ ਜਾਂ ਹਜ਼ਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਓ।	64×99=6400−64=6336; 38×999=38000−38=37962
Compatible cancellation	For b≠0, (a×b)/b=a. For c≠0, (a×b)/c=a×(b/c). a,b,c are numerical factors. a,b,c ਗੁਣਾ ਵਾਲੇ factors ਹਨ। ਇੱਕੋ nonzero factor ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ ਕੱਟਦਾ ਹੈ; ਪਹਿਲਾਂ b/c ਕਰਨਾ ਸੌਖਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।	(32×75)÷25=32×3=96
Halve / double in products	ab=(a/2)(2b), where a,b are numbers. The factors 2 and 1/2 cancel. ਇੱਕ factor ਅੱਧਾ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਨ ਨਾਲ product ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।	16×35=8×70=560
Common factor	ab+ac=a(b+c); ab−ac=a(b−c). This reverses distribution. ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ factor ਬਾਹਰ ਕੱਢੋ; ਇਹ distributive rule ਦਾ ਉਲਟ ਹੈ।	47×99+47=47×100=4700

When N is divisible by 4, do N÷4 before ×100 for ×25: 84÷4×100=2100. If it is not, the formula still works: 27×25=(27×100)÷4=2700÷4=675. Do not round 27÷4 to 7. Exact fractions and exact decimals are allowed; rounding is not part of this shortcut.

N ਨੂੰ 4 ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ×25 ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ N÷4 ਕਰ ਲਵੋ: 84÷4×100=2100। ਪੂਰਾ ਨਾ ਵੰਡੇ ਤਾਂ ਵੀ formula ਸਹੀ ਹੈ: 27×25=2700÷4=675। 27÷4 ਨੂੰ round ਕਰਕੇ 7 ਨਾ ਲਵੋ। Exact fraction ਜਾਂ exact decimal ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹੋ; shortcut ਵਿੱਚ rounding ਨਹੀਂ ਹੈ।

The ×11 digit method: understand the carries ×11 ਵਾਲਾ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਅਤੇ Carry

For a two-digit number 10a+b, a is the tens digit and b the units digit. Multiplication gives (10a+b)×11=100a+10(a+b)+b. Keep b at the right, place a+b in the tens position and carry if the sum is 10 or more. This is simply 10N+N written by columns.

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 10a+b ਵਿੱਚ a ਦਹਾਈ ਅਤੇ b ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ ਹੈ। ×11 ਕਰਨ 'ਤੇ 100a+10(a+b)+b ਬਣਦਾ ਹੈ। ਸੱਜੇ b ਰੱਖੋ, ਦਹਾਈ ਦੀ ਥਾਂ a+b ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਜੋੜ 10 ਜਾਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ carry ਦਿਓ। ਇਹ ਸਿਰਫ਼ 10N+N ਨੂੰ ਕਾਲਮਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨਾ ਹੈ।

Number · ਸੰਖਿਆ	Neighbour sums and carry · ਜੋੜ ਅਤੇ Carry	Result · ਜਵਾਬ
42×11	4+2=6; place 4,6,2. 4+2=6; 4,6,2 ਲਿਖੋ।	462
76×11	7+6=13; keep 3 in tens, carry 1 to 7, giving 8,3,6. 7+6=13; ਦਹਾਈ ਵਿੱਚ 3, carry 1 ਨਾਲ 7 ਨੂੰ 8 ਬਣਾਓ; 8,3,6।	836
586×11	From right: keep 6; 8+6=14→write 4, carry 1; 5+8+1=14→write 4, carry 1; left edge 5+1=6. ਸੱਜੇ 6; 8+6=14 ਤੋਂ 4 ਅਤੇ carry 1; ਫਿਰ 5+8+1=14 ਤੋਂ 4 ਅਤੇ carry 1; ਖੱਬੇ 5+1=6।	6446

For a longer number, add adjacent digits from right to left, including each carry, and treat the outside neighbours as zero. If the digit pattern feels less reliable than 10N+N, use the addition method. It is equally valid and often faster for numbers containing zeroes.

ਲੰਬੀ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਸੱਜੇ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਅੰਕ ਜੋੜੋ, ਹਰ carry ਨਾਲ ਲਵੋ ਅਤੇ ਬਾਹਰਲੇ ਗੁਆਂਢੀ ਨੂੰ zero ਮੰਨੋ। ਜੇ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਤਰੀਕੇ ਵਿੱਚ ਭੁਲੇਖਾ ਪਵੇ ਤਾਂ 10N+N ਕਰੋ। ਉਹ ਵੀ ਸਹੀ ਹੈ ਅਤੇ zero ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਅਕਸਰ ਸੌਖਾ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Mark the expression’s brackets and separate multiplication/division blocks from addition/subtraction.
   Brackets ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਾਓ ਅਤੇ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਤੋਂ ਵੱਖਰੇ ਗੁਣਾ/ਵੰਡ ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਪਛਾਣੋ।
2. Choose an exact rewrite for each friendly multiplier or divisor. Write one short line showing it before doing mental arithmetic.
   ਸੌਖੇ multiplier ਜਾਂ divisor ਲਈ exact ਬਦਲ ਚੁਣੋ। ਮਨ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਲਾਈਨ ਲਿਖੋ।
3. Cancel compatible factors inside a true product or quotient; preserve the complete divisor grouping.
   ਅਸਲ product ਜਾਂ quotient ਅੰਦਰ compatible factors ਕੱਟੋ; ਪੂਰੇ divisor ਦੀ grouping ਬਚਾਓ।
4. Calculate the blocks and combine them with their original signs. Use a common factor if it shortens neighbouring terms.
   ਗਰੁੱਪ ਕੱਢ ਕੇ ਅਸਲ signs ਨਾਲ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ। ਨਾਲ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ common factor ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੱਢੋ।
5. Check approximate size and, if useful, the last digit. A last-digit match alone does not prove the full answer.
   ਜਵਾਬ ਦਾ ਲਗਭਗ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਖਰੀ ਅੰਕ ਜਾਂਚੋ। ਸਿਰਫ਼ ਆਖਰੀ ਅੰਕ ਮਿਲਣ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਜਵਾਬ ਸਾਬਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

First ask: “Can I halve, quarter, divide by 8, or use a nearby 10/100/1000?” Then look for repeated factors. For N×99−N×9, taking N common gives N×90 immediately. These routes work by exact factorisation and distribution. They do not permit cancelling factors across a sum, treating division as multiplication, or changing N÷25 into N÷100÷4. The correct division route is 4N/100.

ਪਹਿਲਾਂ ਪੁੱਛੋ: “ਅੱਧਾ, ਚੌਥਾ ਹਿੱਸਾ, ਅੱਠ ਨਾਲ ਵੰਡ ਜਾਂ ਨੇੜਲੇ 10/100/1000 ਨਾਲ ਕੰਮ ਬਣਦਾ ਹੈ?” ਫਿਰ repeated factor ਵੇਖੋ। N×99−N×9 ਵਿੱਚ N common ਲੈ ਕੇ ਸਿੱਧਾ N×90 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇਹ exact factorisation ਅਤੇ distributive rule ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। ਜੋੜ ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ ਕੱਟਣਾ, ਵੰਡ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਮੰਨਣਾ ਜਾਂ N÷25 ਨੂੰ N÷100÷4 ਬਣਾਉਣਾ ਗਲਤ ਹੈ। ਸਹੀ ਵੰਡ 4N/100 ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 49 **Easy — Simplify: 86 × 5.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 86 × 5।

A) 430 B) 860 C) 215 D) 435

Answer: A — 430

Quick method (≈20–40 sec)

5=10/2, so first halve 86 to get 43.

Multiply 43 by 10: 430.

Full method

1. 86×5=(80+6)×5.
2. 80×5=400; 6×5=30.

3. 400+30=430.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

5=10/2; ਪਹਿਲਾਂ 86 ਦਾ ਅੱਧਾ 43 ਲਵੋ।

43 ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ: 430।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 86×5=(80+6)×5।
2. 80×5=400; 6×5=30।
3. 400+30=430।

Ex 50 **Easy — Simplify: 72 × 9.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 72 × 9।

A) 638 B) 658 C) 648 D) 628

Answer: C — 648

Quick method (≈20–40 sec)

Multiply by 10 and remove one 72: 720−72.

720−70=650; 650−2=648.

Full method

1. 72×9=(70+2)×9.
2. 70×9=630; 2×9=18.
3. 630+18=648.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦਸ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕ 72 ਘਟਾਓ: 720−72।

720−70=650; 650−2=648।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 72×9=(70+2)×9।
2. 70×9=630; 2×9=18।
3. 630+18=648।

Ex 51 **Medium — Simplify: 68 × 11 + 48 × 25.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 68 × 11 + 48 × 25।

A) 1848 B) 2048 C) 1928 D) 1948

Answer: D — 1948

Quick method (≈20–40 sec)

68×11=680+68=748. For ×25, quarter 48 to get 12, then ×100=1200.

748+1200=1948.

Full method

1. 68×11=68×(10+1)=680+68=748.
2. 48×25=(40+8)×25=1000+200=1200.

3. 748+1200=(700+1200)+48=1900+48=1948.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

68×11=680+68=748। ×25 ਲਈ 48 ਦਾ ਚੌਥਾ ਹਿੱਸਾ 12, ਫਿਰ ×100=1200।

748+1200=1948।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 68×11=68×(10+1)=680+68=748।
2. 48×25=(40+8)×25=1000+200=1200।
3. 748+1200=1900+48=1948।

Ex 52 **Medium — Simplify: 73 × 99 − 18 × 9.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 73 × 99 − 18 × 9।

A) 7055 B) 7065 C) 7165 D) 7075

Answer: B — 7065

Quick method (≈20–40 sec)

73×99=7300−73=7227; 18×9=180−18=162.

7227−162=7227−160−2=7065.

Full method

1. 73×99=(70+3)×99=6930+297=7227.
2. 18×9=(10+8)×9=90+72=162.
3. 7227−162: subtract 100 to get 7127, then 60 to get 7067, then 2 to get 7065.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

73×99=7300−73=7227; 18×9=180−18=162।

7227−162=7227−160−2=7065।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 73×99=(70+3)×99=6930+297=7227।
2. 18×9=(10+8)×9=90+72=162।
3. 7227 ਵਿੱਚੋਂ 100 ਘਟਾ ਕੇ 7127, ਫਿਰ 60 ਘਟਾ ਕੇ 7067, ਫਿਰ 2 ਘਟਾ ਕੇ 7065।

Ex 53 **Medium — Simplify: 475 ÷ 25 + 310 ÷ 5 − 96 ÷ 8.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 475 ÷ 25 + 310 ÷ 5 − 96 ÷ 8।

A) 69 B) 57 C) 81 D) 87

Answer: A — 69

Quick method (≈20–40 sec)

÷25: 475×4÷100=19. ÷5: 310×2÷10=62.

The last quotient is 12; combine 19+62−12=69.

Full method

1. 475÷25=19 because 25×19=25×(20−1)=500−25=475.
2. 310÷5=62 because 5×62=300+10=310.

3. 96÷8=12 because 8×12=96.
4. 19+62−12=81−12=69.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

÷25 ਲਈ 475×4÷100=19। ÷5 ਲਈ 310×2÷10=62।

ਆਖਰੀ quotient 12 ਹੈ; 19+62−12=69।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 475÷25=19 ਕਿਉਂਕਿ 25×19=500−25=475।
2. 310÷5=62 ਕਿਉਂਕਿ 5×62=300+10=310।
3. 96÷8=12 ਕਿਉਂਕਿ 8×12=96।
4. 19+62−12=81−12=69।

Ex 54 Hard — Simplify: 48 × 125 + 76 × 50 − 3250 ÷ 25.

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 48 × 125 + 76 × 50 − 3250 ÷ 25।

A) 9800 B) 9930 C) 9670 D) 8670

Answer: C — 9670

Quick method (≈20–40 sec)

48×125=(48÷8)×1000=6000; 76×50=(76÷2)×100=3800.

3250÷25=130; total 6000+3800−130=9670.

Full method

1. 48×125=(40+8)×125=5000+1000=6000.
2. 76×50=(70+6)×50=3500+300=3800.
3. 3250÷25=130 because 25×130=3250.
4. 6000+3800=9800.
5. 9800−130=9800−100−30=9700−30=9670.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

48×125=(48÷8)×1000=6000; 76×50=(76÷2)×100=3800।

3250÷25=130; ਕੁੱਲ 6000+3800−130=9670।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 48×125=(40+8)×125=5000+1000=6000।
2. 76×50=(70+6)×50=3500+300=3800।
3. 3250÷25=130 ਕਿਉਂਕਿ 25×130=3250।
4. 6000+3800=9800।
5. 9800−130=9700−30=9670।

Ex 55 Hard — Simplify: 406 × 11 + 237 × 99 − 237 × 9.

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 406 × 11 + 237 × 99 − 237 × 9।

A) 25706 B) 26270 C) 23796 D) 25796

Answer: D — 25796

Quick method (≈20–40 sec)

Factor the last two terms: 237×(99−9)=237×90=21330.

406×11=4060+406=4466; add 21330+4466=25796.

Full method

1. 406×11=406×10+406=4060+406=4466.
2. 237×99=237×(100−1)=23700−237=23463.
3. 237×9=237×(10−1)=2370−237=2133.
4. 23463−2133=21330.
5. 4466+21330=25796.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਆਖਰੀ ਦੋ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ 237 common: 237×(99−9)=237×90=21330।

406×11=4060+406=4466; ਜੋੜ 21330+4466=25796।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 406×11=4060+406=4466।
2. 237×99=23700−237=23463।
3. 237×9=2370−237=2133।
4. 23463−2133=21330।
5. 4466+21330=25796।

Ex 56 **SBI Clerk pattern — Simplify: 256 × 25 + 144 × 125 − 6250 ÷ 50.**

SBI Clerk pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: 256 × 25 + 144 × 125 − 6250 ÷ 50।

A) 24375 **B)** 24275 **C)** 24175 **D)** 23275

Answer: B — 24275

Quick method (≈20–40 sec)

256×25=64×100=6400; 144×125=18×1000=18000.

6250÷50=125; 24400−125=24275.

Full method

1. 256×25=(200+50+6)×25=5000+1250+150=6400.
2. 144×125=(100+40+4)×125=12500+5000+500=18000.
3. 6250÷50=625÷5=125.
4. 6400+18000=24400.
5. 24400−125=24400−100−25=24300−25=24275.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

256×25=64×100=6400; 144×125=18×1000=18000।

6250÷50=125; 24400−125=24275।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 256×25=(200+50+6)×25=5000+1250+150=6400।
2. 144×125=(100+40+4)×125=12500+5000+500=18000।
3. 6250÷50=625÷5=125।
4. 6400+18000=24400।

5. 24400−125=24300−25=24275।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Using the multiplication route for division: N×25=100N/4, but N÷25=4N/100.
2. Ignoring carry in ×11: 87×11=957; writing 8,15,7 as separate digits is invalid. Keep 5, carry 1 to make 9.
3. Compensating by 1 instead of N: 64×99=6400−64, not 6400−1.
4. Losing a sign while factoring: 29×99−29×9=29×(99−9), not 29×(99+9).
5. Halving both factors: preserving a product requires halving one and doubling the other; halving both divides the product by 4.

1. ਗੁਣਾ ਵਾਲਾ ਰਸਤਾ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਲਾਉਣਾ: N×25=100N/4, ਪਰ N÷25=4N/100।
2. ×11 ਦੀ carry ਛੱਡਣਾ: 87×11=957; 8,15,7 ਵੱਖਰੇ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ। 5 ਰੱਖ ਕੇ carry 1 ਨਾਲ 8 ਨੂੰ 9 ਬਣਾਓ।
3. N ਦੀ ਥਾਂ 1 ਘਟਾਉਣਾ: 64×99=6400−64, 6400−1 ਨਹੀਂ।
4. Common ਲੈਂਦਿਆਂ sign ਬਦਲਣਾ: 29×99−29×9=29×(99−9), ਜੋੜ ਨਹੀਂ।
5. ਦੋਵੇਂ factors ਅੱਧੇ ਕਰਨਾ: product ਉਹੀ ਰੱਖਣ ਲਈ ਇੱਕ ਅੱਧਾ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰੋ। ਦੋਵੇਂ ਅੱਧੇ ਕਰਨ ਨਾਲ product ਚੌਥਾ ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

These calculation patterns support many numerical questions across the listed exams; a shortcut need not appear as a separately named question. Frequency depends on the paper. Target 15–25 seconds for a single friendly product and 30–45 seconds for a mixed chain after practice. In Ex 56, the positive total is 24400 and the last term is subtracted, so 24375 is too close to that total for a subtraction of 125. Last-digit checking cannot distinguish 24175 from 24275: both end in 75. Use the actual subtraction to finish.

ਇਹ ਹਿਸਾਬ ਦਿੱਤੇ exams ਦੇ ਕਈ numerical ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦਾ ਹੈ; shortcut ਦੇ ਨਾਂ ਨਾਲ ਵੱਖਰਾ ਸਵਾਲ ਆਉਣਾ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ। Frequency paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਸੌਖੇ product ਲਈ 15–25 ਅਤੇ ਮਿਲੀ ਲੜੀ ਲਈ 30–45 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 56 ਵਿੱਚ positive ਕੁੱਲ 24400 ਹੈ ਅਤੇ 125 ਘਟਾਉਣਾ ਹੈ; 24375 ਸਿਰਫ਼ 25 ਘਟਿਆ ਮੁੱਲ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਗਲਤ ਹੈ। ਸਿਰਫ਼ last digits ਨਾਲ 24175 ਅਤੇ 24275 ਵੱਖ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ; ਦੋਵੇਂ 75 'ਤੇ ਮੁੱਕਦੇ ਹਨ। ਅਸਲ ਘਟਾਓ ਕਰਕੇ ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

TYPE 8 Near-base products and quick squares

Base ਦੇ ਨੇੜੇ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਤੇਜ਼ Squares

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A near-base product uses distances from a convenient number such as 100 instead of long multiplication. A trader buying 98 bags at ₹97 each can think “2 below 100” and “3 below 100”. A quick square uses the same idea, or a special ending such as 5, to multiply a number by itself.

Near-base product ਵਿੱਚ ਲੰਬੇ ਗੁਣੇ ਦੀ ਥਾਂ 100 ਵਰਗੀ ਸੌਖੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਫ਼ਰਕ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ। ਵਪਾਰੀ ₹97 ਵਾਲੀਆਂ 98 ਬੋਰੀਆਂ ਖਰੀਦੇ ਤਾਂ “100 ਤੋਂ 2 ਘੱਟ” ਅਤੇ “100 ਤੋਂ 3 ਘੱਟ” ਸੋਚ ਸਕਦਾ ਹੈ। Square ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ; ਨੇੜਲਾ base ਜਾਂ ਅਖੀਰਲਾ 5 ਇਸਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।

The method is exact. It records the whole product, including a small correction from the two distances. Forgetting that correction gives only an approximation.

ਇਹ exact ਤਰੀਕਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ product ਆਉਂਦਾ ਹੈ, ਦੋ ਫ਼ਰਕਾਂ ਦੇ ਗੁਣੇ ਵਾਲੀ ਛੋਟੀ correction ਵੀ। Correction ਛੱਡ ਦਿਓ ਤਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for numbers close to the same base, such as 98 and 97, 103 and 107, or 987 and 996; numbers equally far below and above a base, such as 96 and 104; and integer squares ending in 5, such as 65^2 or 115^2. The last digit 5 shortcut is for a square, not for every product containing 5.

ਇੱਕੋ base ਦੇ ਨੇੜੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੇਖੋ: 98 ਅਤੇ 97, 103 ਅਤੇ 107 ਜਾਂ 987 ਅਤੇ 996। Base ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਘੱਟ-ਵੱਧ, ਜਿਵੇਂ 96 ਅਤੇ 104, ਵੀ ਸੌਖੇ ਹਨ। ਅਖੀਰ 5 ਵਾਲੇ integers ਦੇ squares, ਜਿਵੇਂ 65^2 ਜਾਂ 115^2, ਪਛਾਣੋ। ਅਖੀਰਲੇ 5 ਦਾ ਤਰੀਕਾ square ਲਈ ਹੈ, 5 ਵਾਲੇ ਹਰ ਗੁਣੇ ਲਈ ਨਹੀਂ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Let the two numbers be B+a and B+b. B is the chosen base, while a and b are signed distances: below the base means negative and above means positive. Expanding gives $(B+a)(B+b)=B^2+B(a+b)+ab=B(B+a+b)+ab$. The cross-adjusted number B+a+b supplies the large block; ab supplies the correction.

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ B+a ਅਤੇ B+b ਲਵੋ। B ਚੁਣਿਆ base ਅਤੇ a,b signed ਫ਼ਰਕ ਹਨ: base ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇ ਤਾਂ negative, ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ positive। ਖੋਲ੍ਹਣ ਨਾਲ $(B+a)(B+b)=B^2+B(a+b)+ab=B(B+a+b)+ab$ ਬਣਦਾ ਹੈ। Cross-adjusted ਸੰਖਿਆ B+a+b ਵੱਡਾ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ ab correction ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
$(B+a)(B+b)=B^2+B(a+b)+ab$	B is any convenient base; a,b are signed offsets. Expand both brackets by distribution. B ਕੋਈ ਵੀ ਸੌਖਾ base, a,b signed ਫ਼ਰਕ ਹਨ। ਦੋਵੇਂ brackets ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ formula ਮਿਲਦਾ ਹੈ।	$(100-2)(100-3)=10000-500+6=9506$
$(B-d)(B+d)=B^2-d^2$	d is the common distance from B. In the general formula $a=-d, b=d$, so the middle correction $B(a+b)$ is zero. d, B ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਫ਼ਰਕ ਹੈ। $a=-d$ ਅਤੇ $b=d$ ਨਾਲ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਹਿੱਸਾ 0 ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।	$(100-4)(100+4)=10000-16=9984$
$(B\pm d)^2=B^2\pm 2Bd+d^2$	B is the convenient base and d the nonnegative distance. Put the same offset into both factors; d^2 is always added. B ਸੌਖਾ base ਅਤੇ d ਗੈਰ-ਰਿਣਾਤਮਕ ਫ਼ਰਕ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ factors ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ offset ਪਾਓ; d^2 ਹਮੇਸ਼ਾ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।	$49^2=(50-1)^2=2500-100+1=2401$
$(10n+5)^2=100n(n+1)+25$	n is the nonnegative integer formed by removing the final digit 5. Expansion gives $100n^2+100n+25$. n ਅਖੀਰਲਾ 5 ਹਟਾ ਕੇ ਬਣਿਆ ਗੈਰ-ਰਿਣਾਤਮਕ integer ਹੈ। ਖੋਲ੍ਹਣ ਨਾਲ $100n^2+100n+25$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।	85^2: $n=8$; $8\times 9=72$; $72\times 100+25=7225$
For $B=10^k$: $product=BL+R$	k is the number of zeroes in B; $L=B+a+b$ and $R=ab$. If $0\le R<B$, write exactly k digits for R after the left block L. k, B ਦੇ zeroes ਦੀ ਗਿਣਤੀ; $L=B+a+b$ ਅਤੇ $R=ab$ ਹਨ। $0\le R<B$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸੱਜੇ R ਦੇ ਪੂਰੇ k ਅੰਕ ਲਿਖੋ।	$B=1000$, $L=983, R=52 \Rightarrow 983\|052=983052$

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
If $R \geq B$: $R = qB + r \Rightarrow BL + R = B(L+q) + r$	q is the carry quotient and r the remainder, $0 \leq r < B$. Divide R by B; add q to the left block and keep r on the right. q carry quotient ਅਤੇ r remainder ਹੈ। R ਨੂੰ B ਨਾਲ ਵੰਡੋ; q ਖੱਬੇ ਜੋੜੋ ਅਤੇ r ਸੱਜੇ ਰੱਖੋ।	$B=100, L=121, R=108 \Rightarrow 122\|08 = 12208$

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
If $-B < R < 0$: $BL + R = B(L-1) + (B+R)$	Borrow one whole base from the left. For larger negative corrections, repeat or use ordinary signed arithmetic. ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਇੱਕ ਪੂਰਾ base ਉਧਾਰ ਲਵੋ। Negative correction ਹੋਰ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਫਿਰ borrow ਕਰੋ ਜਾਂ ਸਿੱਧਾ signed ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ।	$B=100, L=100, R=-16 \Rightarrow 99\|84 = 9984$

The vertical line | in a block calculation such as 95|06 is a place-value separator, not an absolute-value sign. At base 100, 95|06 means $95 \times 100 + 6 = 9506$. At base 1000, 983|052 means $983 \times 1000 + 52 = 983052$. One block separator has a different role from paired absolute-value bars $|x|$.

95|06 ਵਰਗੇ block ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਵਿਚਕਾਰਲੀ | ਸਿਰਫ਼ place-value ਵੱਖ ਕਰਨ ਲਈ ਹੈ, absolute value ਨਹੀਂ। Base 100 ਉੱਤੇ 95|06 ਦਾ ਮਤਲਬ $95 \times 100 + 6 = 9506$। Base 1000 ਉੱਤੇ 983|052 ਦਾ ਮਤਲਬ $983 \times 1000 + 52 = 983052$। ਇੱਕ block separator ਅਤੇ ਜੋੜੀ ਵਾਲੀਆਂ $|x|$ bars ਦੇ ਕੰਮ ਵੱਖ ਹਨ।

Below, above and opposite sides of a base Base ਤੋਂ ਘੱਟ, ਵੱਧ ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ

Case · ਹਾਲਤ	Signed offsets · ਫ਼ਰਕ	Cross-adjustment and correction · ਹਿਸਾਬ
98×97: both below 100	$a=-2, b=-3$; $ab=+6$. ਦੋਵੇਂ ਫ਼ਰਕ negative; ਗੁਣਾ positive 6।	Left $98-3=95$; right 06; $95\|06 = 9506$. ਖੱਬੇ $98-3=95$; ਸੱਜੇ 06; ਜਵਾਬ 9506।
103×107: both above 100	$a=+3, b=+7$; $ab=+21$. ਦੋਵੇਂ ਫ਼ਰਕ positive; ਗੁਣਾ 21।	Left $103+7=110$; right 21; $110\|21 = 11021$. ਖੱਬੇ $103+7=110$; ਸੱਜੇ 21; ਜਵਾਬ 11021।
96×104: opposite sides	$a=-4, b=+4$; $ab=-16$. ਇੱਕ ਫ਼ਰਕ negative, ਦੂਜਾ positive; ਗੁਣਾ −16।	Left $96+4=100$. Compute $100 \times 100 - 16 = 9984$, or borrow to get 99|84. ਖੱਬੇ $96+4=100$। $100 \times 100 - 16 = 9984$ ਜਾਂ borrow ਕਰਕੇ 99|84।
112×109: carry at base 100	$a=12, b=9$; $ab=108$. ਫ਼ਰਕ 12 ਅਤੇ 9; product 108।	Left $112+9=121$. Right $108 = 1 \times 100 + 8$; carry 1 to make $122\|08 = 12208$. ਖੱਬੇ $112+9=121$। ਸੱਜੇ 108 ਵਿੱਚੋਂ carry 1 ਦਿਓ; 122|08=12208।

When the convenient base is 50 or 200 ਜਦੋਂ ਸੌਖਾ base 50 ਜਾਂ 200 ਹੋਵੇ

The expanded formula works for any numerical base. Direct digit joining with two places works only when the block multiplier is exactly 100. For 48×53 with B=50, the offsets are −2,+3: $50^2 + 50 \times 1 - 6 = 2500 + 50 - 6 = 2544$. Cross-adjusting gives 51, but the calculation is $51 \times 50 - 6$, not 51|06. For 198×203 with B=200, use $200^2 + 200 \times 1 - 6 = 40194$.

ਖੋਲ੍ਹਿਆ formula ਕਿਸੇ ਵੀ numerical base ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ। ਦੋ ਅੰਕ ਸੱਜੇ ਜੋੜਨ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ ਤਦੋਂ ਸਿੱਧਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ block multiplier ਬਿਲਕੁਲ 100 ਹੋਵੇ। 48×53 ਲਈ B=50 ਅਤੇ ਫ਼ਰਕ −2,+3: 2500+50−6=2544। Cross-adjusted ਸੰਖਿਆ 51 ਹੈ, ਪਰ ਹਿਸਾਬ $51 \times 50 - 6$ ਹੈ, 51|06 ਨਹੀਂ। 198×203 ਲਈ B=200: 40000+200−6=40194।

Why every integer square ending in 5 ends in 25 5 'ਤੇ ਮੁੱਕਦੇ integer ਦਾ square 25 'ਤੇ ਕਿਉਂ ਮੁੱਕਦਾ ਹੈ?

Write the number as $10n+5$. Squaring produces $100n^2+100n+25=100n(n+1)+25$. The first part is a multiple of 100, so its last two digits are zero; adding 25 fixes the last two digits as 25. Calculate $n(n+1)$, then append exactly 25. For 5^2, $n=0$ and the answer is 25; for 105^2, $n=10$ and $10\times11=110$, giving 11025.

ਸੰਖਿਆ $10n+5$ ਲਿਖੋ। Square=$100n^2+100n+25=100n(n+1)+25$। ਪਹਿਲਾ ਹਿੱਸਾ 100 ਦਾ multiple ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਆਖਰੀ ਦੋ ਅੰਕ zero; 25 ਜੋੜ ਕੇ ਆਖਰੀ ਦੋ ਅੰਕ 25 ਬਣ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ $n(n+1)$, ਫਿਰ ਅਖੀਰ 25 ਲਾਓ। 5^2 ਵਿੱਚ $n=0$, ਜਵਾਬ 25। 105^2 ਵਿੱਚ $n=10$; $10\times11=110$ ਤੋਂ 11025।

For a decimal such as 6.5^2, scale first: $6.5=65/10$, so $6.5^2=65^2/100=4225/100=42.25$. The integer ending-in-5 rule has not changed; the decimal-place correction comes from squaring the factor 1/10.

6.5^2 ਵਰਗੇ decimal ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ scale ਕਰੋ: $6.5=65/10$, ਇਸ ਲਈ $6.5^2=65^2/100=4225/100=42.25$। Integer ਵਾਲਾ rule ਉਹੀ ਹੈ; ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ correction, 1/10 ਦਾ square ਲੈਣ ਕਰਕੇ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Choose a base close enough to both factors to make their offsets easy. Write the offsets with signs.
   ਦੋਹਾਂ factors ਦੇ ਨੇੜੇ base ਲਵੋ ਤਾਂ offsets ਸੌਖੇ ਹੋਣ। ਫ਼ਰਕ signs ਨਾਲ ਲਿਖੋ।
2. For a general near-base product, calculate $B^2+B(a+b)+ab$. For $B=10^k$, you may instead form the left block $B+a+b$ and the right correction ab.
   ਆਮ near-base product ਲਈ $B^2+B(a+b)+ab$ ਕਰੋ। $B=10^k$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਖੱਬਾ block $B+a+b$ ਅਤੇ ਸੱਜੀ correction ab ਵੀ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹੋ।
3. At a power-of-10 base, pad the right block to k digits. Carry if it reaches B; borrow if it is negative. If uncertain, compute $B\times\text{left}+\text{correction}$ directly.
   Power-of-10 base ਉੱਤੇ ਸੱਜੇ ਪੂਰੇ k ਅੰਕ ਲਿਖੋ। ਮੁੱਲ B ਤੱਕ ਪਹੁੰਚੇ ਤਾਂ carry; negative ਹੋਵੇ ਤਾਂ borrow। ਸ਼ੱਕ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਿੱਧਾ $B\times\text{left}+\text{correction}$ ਕਰੋ।
4. For a square ending in the integer digit 5, remove the final 5 to obtain n, calculate $n(n+1)$, and append 25. For other squares, use a nearby base and the $\pm2Bd$ correction.
   Integer ਦਾ ਆਖਰੀ ਅੰਕ 5 ਹੋਵੇ ਤਾਂ 5 ਹਟਾ ਕੇ n ਲਵੋ, $n(n+1)$ ਕੱਢੋ ਅਤੇ ਅਖੀਰ 25 ਲਾਓ। ਹੋਰ squares ਲਈ ਨੇੜਲੇ base ਨਾਲ $\pm2Bd$ correction ਵਰਤੋ।
5. Complete any outside addition/subtraction, then check the answer against the base square and the expected sign of the correction.
   ਬਾਹਰਲਾ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। Base square ਅਤੇ correction ਦੇ sign ਨਾਲ ਜਵਾਬ ਦਾ ਆਕਾਰ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

At base 100 or 1000, cross-adjust either number by the other number's signed offset, then multiply the offsets. This is $B(B+a+b)+ab$ written in blocks. For symmetric factors $B-d$ and $B+d$, jump straight to B^2-d^2. For an integer ending in 5, use $n(n+1)|25$. These shortcuts are exact only when signs, carries and block widths are respected. Do not join two right-hand digits at base 50 or 200, and do not use the ending-in-5 square rule for an unrelated product such as 65×75.

Base 100 ਜਾਂ 1000 ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਦੂਜੀ ਦਾ signed ਫ਼ਰਕ ਜੋੜੋ; ਫਿਰ ਦੋਵੇਂ offsets ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਇਹ $B(B+a+b)+ab$ ਨੂੰ blocks ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ ਹੀ ਹੈ। $B-d$ ਅਤੇ $B+d$ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸਿੱਧਾ B^2-d^2। Integer ਦਾ ਅਖੀਰ 5 ਹੋਵੇ ਤਾਂ $n(n+1)|25$ ਵਰਤੋ। Signs, carry ਅਤੇ ਸੱਜੇ block ਦੇ ਅੰਕ ਸਹੀ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹੀ shortcut exact ਹੈ। Base 50 ਜਾਂ 200 ਉੱਤੇ ਸਿੱਧੇ ਦੋ ਅੰਕ ਨਾ ਜੋੜੋ। 65×75 ਵਰਗੇ ਵੱਖਰੇ product ਨੂੰ ending-in-5 square ਨਾ ਮੰਨੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 57 Easy — Simplify: 65^2.

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 65^2।

A) 3625 B) 4125 C) 4225 D) 4325

Answer: C — 4225

Quick method (≈20–40 sec)

Remove the final 5: n=6. Multiply 6 by the next integer 7 to get 42.

Append 25: 4225.

Full method

1. $65^2=65\times65=65\times(60+5)$.
2. $65\times60=3900$; $65\times5=325$.
3. $3900+325=4225$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅਖੀਰਲਾ 5 ਹਟਾਓ: n=6। ਅਗਲੇ integer 7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 6×7=42।

ਅਖੀਰ 25 ਲਾਓ: 4225।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $65^2=65\times65=65\times(60+5)$।
2. $65\times60=3900$; $65\times5=325$।
3. $3900+325=4225$।

Ex 58 Easy — Simplify: 98 × 97.

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 98 × 97।

A) 9506 B) 9560 C) 9606 D) 9406

Answer: A — 9506

Quick method (≈20–40 sec)

Base 100: offsets −2 and −3. Cross-subtract: 98−3=95.

Their product is +6; write two digits 06. Join 95|06=9506.

Full method

1. $98\times97=98\times(90+7)$.
2. $98\times90=8820$; $98\times7=686$.
3. $8820+686=8820+600+86=9420+86=9506$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 100; ਫ਼ਰਕ −2 ਅਤੇ −3। Cross-subtract: 98−3=95।

ਫ਼ਰਕਾਂ ਦਾ product +6; ਦੋ ਅੰਕ 06 ਲਿਖੋ। 95|06=9506।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $98\times97=98\times(90+7)$।
2. $98\times90=8820$; $98\times7=686$।

3. 8820+686=9420+86=9506।

Ex 59 **Medium — Simplify: 103 × 107.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 103 × 107।

A) 10721 B) 11021 C) 11012 D) 11121

Answer: B — 11021

Quick method (≈20–40 sec)

Base 100: offsets +3,+7. Cross-add 103+7=110.

Right block 3×7=21. Thus 110|21=11021.

Full method

1. 103×107=103×(100+7).
2. 103×100=10300; 103×7=721.
3. 10300+721=11021.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 100; ਫ਼ਰਕ +3,+7। Cross-add 103+7=110।

ਸੱਜੇ 3×7=21। ਇਸ ਲਈ 110|21=11021।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 103×107=103×(100+7)।
2. 103×100=10300; 103×7=721।
3. 10300+721=11021।

Ex 60 **Medium — Simplify: 96 × 104.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 96 × 104।

A) 10016 B) 9916 C) 10084 D) 9984

Answer: D — 9984

Quick method (≈20–40 sec)

The factors are equally far from 100: (100−4)(100+4).

Use $100^2-4^2=10000-16=9984$.

Full method

1. 96×104=96×(100+4).
2. 96×100=9600; 96×4=384.
3. 9600+384=9984.
4. Block check: left 96+4=100; right (−4)×4=−16. Borrow one hundred: 99×100+84=9984.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Factors 100 ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਫ਼ਰਕ 'ਤੇ ਹਨ: (100−4)(100+4)।

$100^2-4^2=10000-16=9984$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 96×104=96×(100+4)।

2. 96×100=9600; 96×4=384।
3. 9600+384=9984।
4. Block ਜਾਂਚ: ਖੱਬੇ 100, ਸੱਜੇ −16। ਇੱਕ ਸੌ borrow ਕਰਕੇ 99×100+84=9984।

Ex 61 **Medium — Simplify: 115^2.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 115^2।

A) 12125 **B)** 13125 **C)** 13225 **D)** 12225

Answer: C — 13225

Quick method (≈20–40 sec)

Remove the final 5; the remaining number is 11, not 1.

11×12=132. Append 25 to get 13225.

Full method

1. 115^2=115×115=115×(100+10+5).
2. 115×100=11500.
3. 115×10=1150; 115×5=575.
4. 11500+1150=12650; 12650+575=13225.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅਖੀਰਲਾ 5 ਹਟਾ ਕੇ 11 ਬਚਦਾ ਹੈ, 1 ਨਹੀਂ।

11×12=132; ਅਖੀਰ 25 ਲਾ ਕੇ 13225।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 115^2=115×(100+10+5)।
2. 115×100=11500।
3. 115×10=1150; 115×5=575।
4. 11500+1150=12650; 12650+575=13225।

Ex 62 **Hard — Simplify: 987 × 996.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 987 × 996।

A) 983052 **B)** 983520 **C)** 983005 **D)** 982052

Answer: A — 983052

Quick method (≈20–40 sec)

Base 1000: offsets −13,−4. Cross-subtract 987−4=983.

Offset product =52. The right block needs three digits: 052. Answer 983|052=983052.

Full method

1. 987×996=987×(900+90+6).
2. 987×900=888300.
3. 987×90=88830.
4. 987×6=5922.
5. 888300+88830=977130; 977130+5922=983052.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 1000; ਫ਼ਰਕ −13,−4। Cross-subtract 987−4=983।

ਫ਼ਰਕਾਂ ਦਾ product 52 ਹੈ। ਸੱਜੇ ਤਿੰਨ ਅੰਕ 052 ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। 983|052=983052।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 987×996=987×(900+90+6)।
2. 987×900=888300।
3. 987×90=88830।
4. 987×6=5922।
5. 888300+88830=977130; 977130+5922=983052।

Ex 63 **Hard — Simplify: $112 \times 109 - 95^2$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $112 \times 109 - 95^2$।

A) 3083 B) 3183 C) 3283 D) 4183

Answer: B — 3183

Quick method (≈20–40 sec)

Base 100: left 112+9=121; right 12×9=108. Carry 1: product 122|08=12208.

95^2: 9×10=90, append 25→9025. Subtract: 12208−9000−25=3183.

Full method

1. 112×109=112×100+112×9=11200+1008=12208.
2. 95^2=95×95=95×(90+5).
3. 95×90=8550; 95×5=475; sum=9025.
4. 12208−9025=12208−9000−25.
5. 12208−9000=3208; 3208−25=3183.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 100; ਖੱਬੇ 112+9=121, ਸੱਜੇ 12×9=108। Carry 1 ਨਾਲ product 122|08=12208।

95^2 ਲਈ 9×10=90; 25 ਲਾ ਕੇ 9025। ਫਿਰ 12208−9000−25=3183।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 112×109=11200+1008=12208।
2. 95^2=95×(90+5)।
3. 95×90=8550; 95×5=475; ਜੋੜ 9025।
4. 12208−9025=12208−9000−25।
5. 12208−9000=3208; 3208−25=3183।

Ex 64 **SSC CGL pattern — Simplify: $1004 \times 997 - 995^2$.**

SSC CGL pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: $1004 \times 997 - 995^2$।

A) 10938 B) 11963 C) 10988 D) 10963

Answer: D — 10963

Quick method (≈20–40 sec)

Base 1000: cross-adjusted value 1004−3=1001; correction 4×(−3)=−12. Product=1001000−12=1000988.

995^2: 99×100=9900, append 25→990025.

Subtract 1000988−990025=10963.

Full method

1. 1004×997=1004×(900+90+7).
2. 1004×900=903600; 1004×90=90360; 1004×7=7028.
3. 903600+90360=993960; 993960+7028=1000988.
4. 995^2=995×(900+90+5).
5. 995×900=895500; 995×90=89550; 995×5=4975.
6. 895500+89550=985050; 985050+4975=990025.
7. 1000988−990025=1000988−990000−25=10988−25=10963.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 1000; cross-adjusted ਮੁੱਲ 1004−3=1001, correction 4×(−3)=−12। Product 1001000−12=1000988।

995^2 ਲਈ 99×100=9900; ਅਖੀਰ 25 ਨਾਲ 990025।

ਘਟਾਓ 1000988−990025=10963।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 1004×997=1004×(900+90+7)।
2. 1004×900=903600; ×90=90360; ×7=7028।
3. 903600+90360=993960; 993960+7028=1000988।
4. 995^2=995×(900+90+5)।
5. 995×900=895500; ×90=89550; ×5=4975।
6. 895500+89550=985050; 985050+4975=990025।
7. 1000988−990025=1000988−990000−25=10988−25=10963।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Omitting a padding zero:** 98×97 gives 95|06=9506, not 956. At base 1000, write three right-hand digits.
2. **Ignoring a carry:** in 112×109, right 108 contains one hundred; 121×100+108=12208, not 12108.
3. **Joining a negative right block:** for 96×104, left 100 and right −16 mean 10000−16=9984, not 10016.
4. **Taking only the first digit before 5:** for 115^2, n=11, so use 11×12, not 1×2.
5. **Subtracting d^2 for a square below base:** $(B-d)^2=B^2-2Bd+d^2$; the final d^2 is positive.
6. **Joining digits at base 50:** 48×53=51×50−6=2544; it is not 5106.

1. **Padding zero ਛੱਡਣਾ:** 98×97=95|06=9506 ਹੈ, 956 ਨਹੀਂ। Base 1000 ਉੱਤੇ ਸੱਜੇ ਤਿੰਨ ਅੰਕ ਲਿਖੋ।
2. **Carry ਛੱਡਣਾ:** 112×109 ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ 108 ਦਾ ਇੱਕ ਸੌ ਖੱਬੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ; ਜਵਾਬ 12208 ਹੈ, 12108 ਨਹੀਂ।
3. **Negative ਸੱਜਾ block ਸਿੱਧਾ ਜੋੜਨਾ:** 96×104 ਲਈ 10000−16=9984 ਹੈ, 10016 ਨਹੀਂ।
4. **5 ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਪਹਿਲਾ ਅੰਕ ਲੈਣਾ:** 115^2 ਵਿੱਚ n=11; 11×12 ਕਰੋ, 1×2 ਨਹੀਂ।
5. **Base ਤੋਂ ਘੱਟ square ਵਿੱਚ d^2 ਘਟਾਉਣਾ:** $(B-d)^2=B^2-2Bd+d^2$; ਅਖੀਰ d^2 ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।
6. **Base 50 ਉੱਤੇ digits ਜੋੜਨਾ:** 48×53=51×50−6=2544 ਹੈ, 5106 ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Near-base arithmetic and squares are useful inside simplification and identity-based calculations in SSC, Railways, banking and state exams; a fixed number of direct questions is not guaranteed. Target 15–25 seconds for a simple ending-in-5 square, 20–35 seconds for an ordinary near-base product, and 35–55 seconds for a mixed expression with carrying or borrowing. Use a size check first: 98×97 is below 10000. In Ex 62 the left block is 983, so the answer is between 983000 and 984000; then use 13×4=52 and three-digit padding to distinguish the remaining options.

Near-base ਹਿਸਾਬ ਅਤੇ squares SSC, Railways, banking ਅਤੇ state exams ਦੇ simplification ਅਤੇ identity ਵਾਲੇ ਕੰਮਾਂ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲਾਂ ਦੀ ਪੱਕੀ ਗਿਣਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਸੌਖੇ ending-in-5 square ਲਈ 15–25, ਆਮ near-base product ਲਈ 20–35 ਅਤੇ carry/borrow ਵਾਲੇ mixed ਹਿਸਾਬ ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਪਹਿਲਾਂ ਆਕਾਰ ਜਾਂਚੋ: 98×97, 10000 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ। Ex 62 ਵਿੱਚ left block 983 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 983000 ਅਤੇ 984000 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। ਫਿਰ 13×4=52 ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ padding ਨਾਲ ਨੇੜਲੇ options ਵੱਖ ਕਰੋ।

TYPE 9 Powers, square roots and cube roots

ਘਾਤਾਂ, Square roots ਅਤੇ Cube roots

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A power is repeated multiplication: 4^3 means 4×4×4, not 4×3. A root reverses a power. If a square farm plot has area 324 m^2, its side is √324=18 m because 18×18=324. If a cube-shaped tank has volume 343 m^3, its edge is $\sqrt[3]{343}$=7 m because 7×7×7=343.

ਘਾਤ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇੱਕੋ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਹੈ: 4^3 ਦਾ ਮਤਲਬ 4×4×4 ਹੈ, 4×3 ਨਹੀਂ। Root ਇਸਦਾ ਉਲਟ ਕੰਮ ਹੈ। Square ਖੇਤ ਦਾ area 324 m^2 ਹੋਵੇ ਤਾਂ side √324=18 m ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 18×18=324। Cube ਟੈਂਕੀ ਦਾ volume 343 m^3 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਿਨਾਰਾ $\sqrt[3]{343}$=7 m ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 7×7×7=343।

The root symbol gives one specified value: √36=6. The equation x^2=36 has two real solutions, x=6 and x=−6. Separating these two statements prevents a common sign error.

Root ਨਿਸ਼ਾਨ ਇੱਕ ਨਿਰਧਾਰਤ ਮੁੱਲ ਦਿੰਦਾ ਹੈ: √36=6। ਪਰ equation x^2=36 ਦੇ ਦੋ real ਹੱਲ ਹਨ: x=6 ਅਤੇ x=−6। ਇਹ ਦੋ ਗੱਲਾਂ ਵੱਖ ਰੱਖਣ ਨਾਲ sign ਦੀ ਵੱਡੀ ਗਲਤੀ ਬਚ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for superscripts, negative or fractional exponents, √ and $\sqrt[3]{}$ symbols, or numbers such as 9, 27 and 81 that share a smaller base. Missing-root questions may ask for a value after several perfect squares/cubes have been simplified.

ਉੱਪਰ ਲਿਖੀਆਂ ਘਾਤਾਂ, negative ਜਾਂ fractional exponents, √ ਅਤੇ $\sqrt[3]{}$ ਨਿਸ਼ਾਨ ਜਾਂ 9, 27, 81 ਵਰਗੀਆਂ ਇੱਕੋ ਛੋਟੇ base ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੇਖੋ। Root ਵਾਲੇ missing-value ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਕਈ perfect squares/cubes ਸੌਖੇ ਕਰਨੇ ਪੈ ਸਕਦੇ ਹਨ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

In a^n, a is the base and n is the exponent. For a positive integer n, write n factors of a. Multiplying powers with the same base joins their factor lists; dividing cancels common factors. Roots group matching factors in pairs for a square root and triples for a cube root.

a^n ਵਿੱਚ a base ਅਤੇ n exponent, ਯਾਨੀ ਘਾਤ ਹੈ। Positive integer n ਲਈ a ਨੂੰ n ਵਾਰ factor ਵਜੋਂ ਲਿਖੋ। ਇੱਕੋ base ਦੀਆਂ powers ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਨਾਲ factors ਦੀਆਂ ਲੜੀਆਂ ਜੁੜਦੀਆਂ ਹਨ; ਵੰਡਣ ਨਾਲ common factors ਕੱਟਦੇ ਹਨ। Square root ਵਿੱਚ factors ਦੇ ਜੋੜੇ ਅਤੇ cube root ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ-ਤਿੰਨ ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਬਣਦੇ ਹਨ।

Rule · ਨਿਯਮ	Letters, conditions and origin · ਅੱਖਰ, ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	For $a \neq 0$ and integer exponents m,n, the rule follows by counting or cancelling repeated factors. Positive exponents count factors directly. $a \neq 0$ ਅਤੇ integer ਘਾਤਾਂ m,n ਲਈ factors ਗਿਣਣ ਜਾਂ ਕੱਟਣ ਨਾਲ rule ਬਣਦਾ ਹੈ। Positive ਘਾਤ ਸਿੱਧੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ।	$3^2 \times 3^3 = (3\times3)\times(3\times3\times3) = 3^5$
$a^m / a^n = a^{m-n}$	$a \neq 0$; m,n are integers. Cancel the factors shared by numerator and denominator. $a \neq 0$; m,n integers ਹਨ। ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ ਇੱਕੋ factors ਕੱਟੋ।	$5^6/5^4 = 5^2 = 25$
$(a^m)^n = a^{mn}$	For $a \neq 0$ and integers m,n, a power of a power repeats the factor list; do not add these exponents. $a \neq 0$ ਅਤੇ integer m,n ਲਈ factor ਦੀ ਲੜੀ ਦੁਹਰਾਉਣ ਕਰਕੇ ਘਾਤਾਂ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੋੜਦੀਆਂ ਨਹੀਂ।	$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^6 = 64$
$(ab)^n = a^n b^n$; $(a/b)^n = a^n / b^n$	n is an integer; take $a,b \neq 0$ for the full integer range. A power applies to every factor in the bracket. n integer ਹੈ; ਪੂਰੇ integer ਨਿਯਮ ਲਈ $a,b \neq 0$ ਲਵੋ। Bracket ਦੀ ਘਾਤ ਹਰ factor ਉੱਤੇ ਲੱਗਦੀ ਹੈ।	$(2\times3)^3 = 2^3 \times 3^3 = 8\times27 = 216$
$a^0 = 1$; $a^{-n} = 1/a^n$	$a \neq 0$ and n is a positive integer. $a^n/a^n = 1 = a^0$; reversing a quotient gives negative exponents. 0^0 is not used in these rules. $a \neq 0$ ਅਤੇ n positive integer ਹੈ। ਇੱਕੋ nonzero power ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ 1 ਮਿਲਦਾ ਹੈ; denominator ਵਾਲੀ power ਨਾਲ negative exponent ਬਣਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ rules ਵਿੱਚ 0^0 ਨਹੀਂ ਵਰਤਦੇ।	$7^0 = 1$; $2^{-3} = 1/8$
$a^{m/n} = (a^{1/n})^m$	Here take $a>0$, m an integer and n a positive integer. $a^{1/n}$ is the positive number whose nth power is a. First take the root, then the power. ਇੱਥੇ $a>0$, m integer ਅਤੇ n positive integer ਹਨ। $a^{1/n}$ ਉਹ positive ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦੀ nth power a ਹੋਵੇ। ਪਹਿਲਾਂ root, ਫਿਰ power ਕਰੋ।	$81^{3/4} = (81^{1/4})^3 = 3^3 = 27$

Rule · ਨਿਯਮ	Letters, conditions and origin · ਅੱਖਰ, ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
$\sqrt{(a^2)}=\lvert a\rvert$; $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{(ab)}$	a is real in the first rule; a,b≥0 in the product rule. The square root symbol returns the nonnegative root. ਪਹਿਲੇ rule ਵਿੱਚ a real ਹੈ; product rule ਲਈ a,b≥0 ਹਨ। Square root ਨਿਸ਼ਾਨ nonnegative ਮੁੱਲ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।	$\sqrt{((-9)^2)}=9$; $\sqrt{16}\times\sqrt{9}=\sqrt{144}=12$
$\sqrt{(a/b)}=\sqrt{a}/\sqrt{b}$	a≥0,b>0. Squaring the nonnegative right side gives a/b, so it is the principal square root. a≥0,b>0। ਸੱਜੇ nonnegative ਪਾਸੇ ਦਾ square a/b ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉਹੀ principal square root ਹੈ।	$\sqrt{(81/100)}=9/10$
$\sqrt[3]{(a^3)}=a$; $\sqrt[3]{(ab)}=\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b}$	a,b may be real, including negative values. A cube has the same sign as its real base; cubing the product verifies the rule. a,b real ਅਤੇ negative ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। Cube ਦਾ sign ਉਸਦੇ base ਵਰਗਾ ਹੈ। Product ਦਾ cube ਕਰਕੇ rule ਜਾਂਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।	$\sqrt[3]{(-216)}=-6$; $\sqrt[3]{(8\times27)}=2\times3=6$
$\sqrt[3]{(a/b)}=\sqrt[3]{a}/\sqrt[3]{b}$	a is real,b≠0. Cubing the quotient gives a/b. a real ਅਤੇ b≠0 ਹੈ। Quotient ਦਾ cube ਕਰਨ 'ਤੇ a/b ਵਾਪਸ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।	$\sqrt[3]{(-8/125)}=-2/5$

Pair and triple grouping ਦੋ-ਦੋ ਅਤੇ ਤਿੰਨ-ਤਿੰਨ factors ਦੇ ਗਰੁੱਪ

For $\sqrt{576}$, use $576=2^6\times3^2$. Three pairs of 2 give 2^3 and one pair of 3 gives 3, so $\sqrt{576}=8\times3=24$. For $\sqrt[3]{1728}$, use $1728=2^6\times3^3$. Two triples of 2 give 2^2 and one triple of 3 gives 3, so $\sqrt[3]{1728}=4\times3=12$. A negative cube root keeps the minus: $\sqrt[3]{(-1728)}=-12$.

$\sqrt{576}$ ਲਈ $576=2^6\times3^2$ ਲਵੋ। 2 ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜਿਆਂ ਤੋਂ 2^3 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਇੱਕ ਜੋੜੇ ਤੋਂ 3 ਮਿਲਦਾ ਹੈ; $\sqrt{576}=8\times3=24$। $\sqrt[3]{1728}$ ਲਈ $1728=2^6\times3^3$। 2 ਦੇ ਦੋ ਤਿਹਰੇ ਗਰੁੱਪਾਂ ਤੋਂ 2^2 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਇੱਕ ਗਰੁੱਪ ਤੋਂ 3; $\sqrt[3]{1728}=4\times3=12$। Negative cube root ਦਾ minus ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ: $\sqrt[3]{(-1728)}=-12$।

Decimal roots: use place value Decimal roots ਵਿੱਚ ਥਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ

Write a terminating decimal as a fraction before taking its root. $\sqrt{0.0081}=\sqrt{(81/10000)}=9/100=0.09$, while $\sqrt[3]{0.216}=\sqrt[3]{(216/1000)}=6/10=0.6$. For perfect decimal powers, a square root halves an even number of decimal places after suitable trailing zeroes, and a cube root divides a multiple-of-three count by three. The fraction method is safer if the place count is confusing.

Terminating decimal ਨੂੰ root ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ fraction ਲਿਖੋ। $\sqrt{0.0081}=\sqrt{(81/10000)}=9/100=0.09$; $\sqrt[3]{0.216}=\sqrt[3]{(216/1000)}=6/10=0.6$। Perfect decimal powers ਵਿੱਚ ਲੋੜੀਂਦੇ ਅਖੀਰਲੇ zeroes ਲਾ ਕੇ square root ਲਈ decimal places ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਅਤੇ cube root ਲਈ ਤਿੰਨਾਂ ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਬਣਦੇ ਹਨ। ਥਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਭੁਲੇਖਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ fraction ਤਰੀਕਾ ਵਰਤੋ।

Ending-digit checks for perfect powers Perfect powers ਦੇ ਆਖਰੀ ਅੰਕ ਨਾਲ ਜਾਂਚ

Square ends in · Square ਦਾ ਅੰਤ	Possible root units digit · Root ਦਾ ਆਖਰੀ ਅੰਕ
0	0
1	1 or 9 · ਜਾਂ
4	2 or 8 · ਜਾਂ
5	5

Square ends in · Square ਦਾ ਅੰਤ	Possible root units digit · Root ਦਾ ਆਖਰੀ ਅੰਕ
6	4 or 6 · ਜਾਂ
9	3 or 7 · ਜਾਂ

An integer square cannot end in 2, 3, 7 or 8. This can reject an option but does not identify a whole root by itself. For a positive four-digit perfect square ending in 25, the root ends in 5. In √2025, $40^2=1600$ and $50^2=2500$, so the root is between 40 and 50 and ends in 5: it is 45. Check $45^2=2025$.

Integer square ਦਾ ਅੰਤ 2, 3, 7 ਜਾਂ 8 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਨਾਲ option ਰੱਦ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਪੂਰਾ root ਹਮੇਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦਾ। ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦਾ positive perfect square 25 'ਤੇ ਮੁੱਕੇ ਤਾਂ root ਦਾ ਅੰਤ 5 ਹੈ। √2025 ਵਿੱਚ $40^2=1600$ ਅਤੇ $50^2=2500$; root 40 ਅਤੇ 50 ਵਿਚਕਾਰ ਅਤੇ ਅਖੀਰ 5 ਵਾਲਾ ਹੈ, ਯਾਨੀ 45। $45^2=2025$ ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ।

Cube units digit · Cube ਦਾ ਆਖਰੀ ਅੰਕ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Root units digit · Root ਦਾ ਆਖਰੀ ਅੰਕ	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

For a known positive perfect cube with four to six digits, split off its last three digits. In 17|576, the left group 17 lies between $2^3=8$ and $3^3=27$, so the tens digit of the root is 2. The cube ends in 6, so the root ends in 6. Thus $\sqrt[3]{17576}=26$; check $26^3=17576$. This digit shortcut assumes a perfect cube and a two-digit root. For a non-perfect cube, use bounds or the requested approximation; do not force an integer answer.

ਚਾਰ ਤੋਂ ਛੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜਾਣੇ ਹੋਏ positive perfect cube ਦੇ ਅਖੀਰਲੇ ਤਿੰਨ ਅੰਕ ਵੱਖ ਕਰੋ। 17|576 ਵਿੱਚ ਖੱਬੇ 17, $2^3=8$ ਅਤੇ $3^3=27$ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ; root ਦੀ ਦਹਾਈ 2। Cube ਦਾ ਅੰਤ 6 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ root ਦਾ ਅੰਤ 6। $\sqrt[3]{17576}=26$; $26^3=17576$ ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ। ਇਹ digit shortcut perfect cube ਅਤੇ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੇ root ਲਈ ਹੈ। Non-perfect cube ਲਈ ਹੱਦਾਂ ਜਾਂ ਪੁੱਛਿਆ approximation ਵਰਤੋ; ਜ਼ਬਰਦਸਤੀ integer ਨਾ ਲਵੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify each base and its complete exponent. Preserve brackets around negative bases.
   ਹਰ base ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਪੂਰੀ ਘਾਤ ਪਛਾਣੋ। Negative base ਦੇ brackets ਰੱਖੋ।
2. Rewrite related bases as powers of one smaller base where useful: $9=3^2, 27=3^3, 81=3^4$.
   ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ related bases ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਛੋਟੇ base ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ: $9=3^2, 27=3^3, 81=3^4$।
3. Combine exponents within products/quotients only. Do not combine exponents across addition or subtraction.
   ਘਾਤਾਂ ਸਿਰਫ਼ product/quotient ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ। ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਦੇ ਪਦਾਂ ਉੱਤੇ ਇਹ rule ਨਾ ਲਗਾਓ।
4. Evaluate roots by memory, factor grouping or a perfect-power digit method with verification. For fractional powers, take the root before the power if easier.
   Roots ਯਾਦ ਕੀਤੇ ਮੁੱਲਾਂ, factors ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਜਾਂ verified perfect-power digit ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਕੱਢੋ। Fractional power ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ root ਲੈਣਾ ਸੌਖਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।
5. Finish the outside arithmetic. Check principal square-root signs, nonzero denominators and the size of the result.
   ਬਾਹਰਲਾ ਹਿਸਾਬ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। Principal square root ਦਾ sign, nonzero denominators ਅਤੇ ਜਵਾਬ ਦਾ ਆਕਾਰ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Convert to one base and simplify exponents before calculating large numbers: $8^3\times4^2\div2^7=2^9\times2^4\div2^7=2^6=64$. For roots, use the squares/cubes memory tables and factor out perfect powers. It works by counting repeated

factors and reversing powers. It does not allow $2^3+2^4=2^7$, or $\sqrt{(a+b)}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$. A square root of a negative real number is outside the real-number arithmetic used here.

ਇੱਕੋ base ਬਣਾ ਕੇ ਵੱਡੀ power ਕੱਢਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਘਾਤਾਂ ਸੌਖੀਆਂ ਕਰੋ: $8^3\times4^2\div2^7=2^9\times2^4\div2^7=2^6=64$। Roots ਲਈ squares/cubes ਦੀਆਂ ਸਾਰਣੀਆਂ ਅਤੇ perfect factors ਵਰਤੋ। ਇਹ repeated factors ਗਿਣਣ ਅਤੇ power ਦਾ ਉਲਟ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। ਪਰ 2^3+2^4 ਨੂੰ 2^7 ਜਾਂ $\sqrt{(a+b)}$ ਨੂੰ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ਨਹੀਂ ਬਣਾ ਸਕਦੇ। Negative real ਸੰਖਿਆ ਦਾ square root ਇਸ real-number ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਆਉਂਦਾ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 65 **Easy — Simplify: $2^3 \times 2^4 \div 2^5$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $2^3 \times 2^4 \div 2^5$।

A) 2 **B)** 4 **C)** 8 **D)** 16

Answer: B — 4

Quick method (≈20–40 sec)

The base is 2 throughout. Combine the exponents: $3+4-5=2$.

$2^2=4$.

Full method

1. $2^3=2\times2\times2=8$.
2. $2^4=2\times2\times2\times2=16$; $2^5=32$.
3. $8\times16=128$; $128\div32=4$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ ਥਾਂ base 2 ਹੈ। ਘਾਤਾਂ $3+4-5=2$।

$2^2=4$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $2^3=2\times2\times2=8$।
2. $2^4=16$ ਅਤੇ $2^5=32$।
3. $8\times16=128$; $128\div32=4$।

Ex 66 **Easy — Simplify: $\sqrt{324}+\sqrt[3]{343}$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $\sqrt{324}+\sqrt[3]{343}$।

A) 11 **B)** 18 **C)** 7 **D)** 25

Answer: D — 25

Quick method (≈20–40 sec)

$18^2=324$ and $7^3=343$. The two roots are 18 and 7.

$18+7=25$.

Full method

1. $324=4\times81=2^2\times9^2$, so $\sqrt{324}=2\times9=18$.
2. $343=7\times7\times7$, so $\sqrt[3]{343}=7$.
3. $18+7=25$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$18^2=324$ ਅਤੇ $7^3=343$; ਦੋ roots 18 ਅਤੇ 7।

18+7=25।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $324=2^2\times9^2$, ਇਸ ਲਈ $\sqrt{324}=2\times9=18$।
2. $343=7\times7\times7$, ਇਸ ਲਈ $\sqrt[3]{343}=7$।
3. 18+7=25।

Ex 67 **Medium — Simplify: $(3^5 \times 9^2)/(27^2 \times 3)$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(3^5 \times 9^2)/(27^2 \times 3)$।

A) 9 **B)** 3 **C)** 27 **D)** 81

Answer: A — 9

Quick method (≈20–40 sec)

$9^2=(3^2)^2=3^4$ and $27^2=(3^3)^2=3^6$.

Net exponent =5+4−6−1=2; answer $3^2=9$.

Full method

1. $3^5=243$; $9^2=81$. Numerator =243×81=243×80+243=19440+243=19683.
2. $27^2=729$. Denominator =729×3=2187.
3. 19683÷2187=9 because 2187×9=19683.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$9^2=3^4$ ਅਤੇ $27^2=3^6$।

ਕੁੱਲ ਘਾਤ 5+4−6−1=2; ਜਵਾਬ $3^2=9$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $3^5=243$ ਅਤੇ $9^2=81$। ਉੱਪਰ 243×81=19440+243=19683।
2. $27^2=729$; ਹੇਠਾਂ 729×3=2187।
3. 19683÷2187=9 ਕਿਉਂਕਿ 2187×9=19683।

Ex 68 **Medium — Simplify: $\sqrt{0.0081} + \sqrt[3]{0.216}$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $\sqrt{0.0081} + \sqrt[3]{0.216}$।

A) 0.609 **B)** 0.9 **C)** 0.69 **D)** 6.09

Answer: C — 0.69

Quick method (≈20–40 sec)

$\sqrt{0.0081}=0.09$ because $0.09^2=0.0081$. $\sqrt[3]{0.216}=0.6$ because $0.6^3=0.216$.

0.09+0.60=0.69.

Full method

1. $0.0081=81/10000$, so $\sqrt{0.0081}=\sqrt{81}/\sqrt{10000}=9/100$.
2. $0.216=216/1000$, so $\sqrt[3]{0.216}=\sqrt[3]{216}/\sqrt[3]{1000}=6/10$.
3. Use denominator 100: 9/100+6/10=9/100+60/100=69/100.
4. 69/100=0.69.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$\sqrt{0.0081}=0.09$ ਕਿਉਂਕਿ $0.09^2=0.0081$। $\sqrt[3]{0.216}=0.6$ ਕਿਉਂਕਿ $0.6^3=0.216$।

$0.09+0.60=0.69$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $0.0081=81/10000$; square root=$9/100$।
2. $0.216=216/1000$; cube root=$6/10$।
3. $9/100+6/10=9/100+60/100=69/100$।
4. $69/100=0.69$।

Ex 69 **Medium — Simplify: $16^{3/4} + 27^{2/3} - \sqrt{49}$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $16^{3/4} + 27^{2/3} - \sqrt{49}$।

A) 17 **B)** 10 **C)** 24 **D)** 8

Answer: B — 10

Quick method (≈20–40 sec)

Fourth root of 16 is 2, so $16^{3/4}=2^3=8$. Cube root of 27 is 3, so $27^{2/3}=3^2=9$.

Subtract $\sqrt{49}=7$: $8+9-7=10$.

Full method

1. $2\times2\times2\times2=16$, so $16^{1/4}=2$. Therefore $16^{3/4}=(16^{1/4})^3=2^3=8$.
2. $3\times3\times3=27$, so $27^{1/3}=3$. Therefore $27^{2/3}=(27^{1/3})^2=3^2=9$.
3. $7\times7=49$, so $\sqrt{49}=7$.
4. $8+9-7=17-7=10$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

16 ਦਾ fourth root 2; ਇਸ ਲਈ $16^{3/4}=2^3=8$। 27 ਦਾ cube root 3; ਇਸ ਲਈ $27^{2/3}=3^2=9$।

$\sqrt{49}=7$ ਘਟਾਓ: $8+9-7=10$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 2 ਦੀ ਚੌਥੀ power 16 ਹੈ; ਇਸ ਲਈ $16^{1/4}=2$ ਅਤੇ $16^{3/4}=2^3=8$।
2. 3 ਦੀ ਤੀਜੀ power 27 ਹੈ; ਇਸ ਲਈ $27^{1/3}=3$ ਅਤੇ $27^{2/3}=3^2=9$।
3. $7\times7=49$, ਇਸ ਲਈ $\sqrt{49}=7$।
4. $8+9-7=17-7=10$।

Ex 70 **Hard — Simplify: $[(5^{-2} \times 25^3)/(125 \times 5^0)] + \sqrt[3]{(-1728)}$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $[(5^{-2} \times 25^3)/(125 \times 5^0)] + \sqrt[3]{(-1728)}$।

A) −5 **B)** 7 **C)** −17 **D)** −7

Answer: D — -7

Quick method (≈20–40 sec)

Use base 5: $25^3=5^6$, $125=5^3$ and $5^0=1$. Net exponent $-2+6-3=1$ gives 5.

$\sqrt[3]{(-1728)}=-12$; total $5-12=-7$.

Full method

1. $5^{-2}=1/25$; $25^{3}=25\times25\times25=15625$.
2. Numerator $=(1/25)\times15625=625$.
3. $5^{0}=1$; denominator $=125\times1=125$.
4. $625\div125=5$.
5. $12^{3}=1728$, so $\sqrt[3]{(-1728)}=-12$.
6. $5+(-12)=-7$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Base 5 ਲਵੋ: $25^{3}=5^{6}, 125=5^{3}, 5^{0}=1$। ਘਾਤ $-2+6-3=1$ ਤੋਂ 5।

$\sqrt[3]{(-1728)}=-12$; ਕੁੱਲ $5-12=-7$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $5^{-2}=1/25$; $25^{3}=15625$।
2. ਉੱਪਰ $(1/25)\times15625=625$।
3. $5^{0}=1$; ਹੇਠਾਂ $125\times1=125$।
4. $625\div125=5$।
5. $12^{3}=1728$, ਇਸ ਲਈ $\sqrt[3]{(-1728)}=-12$।
6. $5+(-12)=-7$।

Ex 71 **Hard — Simplify: $\sqrt{[(-13)^2]} + [(-2)^6 \div 2^3] - \sqrt[3]{(-729)}$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $\sqrt{[(-13)^2]} + [(-2)^6 \div 2^3] - \sqrt[3]{(-729)}$।

A) 12 **B)** 4 **C)** 30 **D)** 22

Answer: C — 30

Quick method (≈20–40 sec)

The principal square root is $|-13|=13$. The even power makes $(-2)^6$ positive; division gives $2^3=8$.

$\sqrt[3]{(-729)}=-9$, so subtracting it adds 9. Total $13+8+9=30$.

Full method

1. $(-13)^2=(-13)\times(-13)=169$; $\sqrt{169}=13$.
2. $(-2)^6=64$ because six negative factors give a positive product.
3. $2^3=8$; $64\div8=8$.
4. $(-9)^3=-729$, so $\sqrt[3]{(-729)}=-9$.
5. $13+8-(-9)=21+9=30$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Principal square root $|-13|=13$ ਹੈ। Even ਘਾਤ ਨਾਲ $(-2)^6$ positive ਹੈ; ਵੰਡ ਤੋਂ $2^3=8$।

$\sqrt[3]{(-729)}=-9$; ਇਹ ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ +9। ਕੁੱਲ $13+8+9=30$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $(-13)^2=169$; $\sqrt{169}=13$।
2. $(-2)^6=64$ ਕਿਉਂਕਿ ਛੇ negative factors ਦਾ product positive ਹੈ।
3. $2^3=8$; $64\div8=8$।
4. $(-9)^3=-729$; ਇਸ ਲਈ $\sqrt[3]{(-729)}=-9$।

5. 13+8−(−9)=21+9=30।

Ex 72 **RRB NTPC pattern — Simplify: (√2025 ÷ ∛125) + (∛4096 ÷ √256).**

RRB NTPC pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: (√2025 ÷ ∛125) + (∛4096 ÷ √256)।

A) 10 **B)** 9 **C)** 25 **D)** 46

Answer: A — 10

Quick method (≈20–40 sec)

The roots are 45,5,16 and 16.

The two blocks are 45÷5=9 and 16÷16=1. Total 10.

Full method

1. $45^2=(40+5)^2=1600+400+25=2025$, so $\sqrt{2025}=45$.
2. $5^3=125$, so $\sqrt[3]{125}=5$. The first quotient is 45÷5=9.
3. $16^2=256$ and $16^3=256\times16=4096$. Thus $\sqrt{256}=16$ and $\sqrt[3]{4096}=16$.
4. The second quotient is 16÷16=1.
5. 9+1=10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Roots 45,5,16 ਅਤੇ 16 ਹਨ।

ਦੋ ਗਰੁੱਪ 45÷5=9 ਅਤੇ 16÷16=1; ਕੁੱਲ 10।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $45^2=1600+400+25=2025$, ਇਸ ਲਈ $\sqrt{2025}=45$।
2. $5^3=125$; ਪਹਿਲਾ quotient 45÷5=9।
3. $16^2=256$ ਅਤੇ $16^3=256\times16=4096$; ਦੋਵੇਂ ਸੰਬੰਧਿਤ roots 16 ਹਨ।
4. ਦੂਜਾ quotient 16÷16=1।
5. 9+1=10।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Adding exponents in a sum:** $2^3+2^4=8+16=24$, not 2^7.
2. **Changing a negative exponent into a negative value:** $4^{-2}=1/16$, not −16.
3. **Writing $a^0=0$:** for $a\neq0$, $a^0=1$.
4. **Taking $\sqrt{(a^2)}=a$ without checking sign:** $\sqrt{((-11)^2)}=11$.
5. **Giving ± for a root symbol:** $\sqrt{64}=8$; the equation $x^2=64$ has solutions ±8.
6. **Splitting a root over addition:** $\sqrt{(9+16)}=\sqrt{25}=5$, while $\sqrt{9}+\sqrt{16}=7$.

1. **ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਘਾਤਾਂ ਜੋੜਨਾ:** $2^3+2^4=24$, 2^7 ਨਹੀਂ।
2. **Negative exponent ਨੂੰ negative ਮੁੱਲ ਬਣਾਉਣਾ:** $4^{-2}=1/16$, −16 ਨਹੀਂ।
3. **Zero ਘਾਤ ਨੂੰ 0 ਮੰਨਣਾ:** $a\neq0$ ਲਈ $a^0=1$।
4. **Sign ਦੇਖੇ ਬਿਨਾਂ $\sqrt{(a^2)}=a$ ਕਰਨਾ:** $\sqrt{((-11)^2)}=11$।
5. **Root symbol ਨਾਲ ± ਲਾਉਣਾ:** $\sqrt{64}=8$; equation $x^2=64$ ਦੇ ਹੱਲ ±8 ਹਨ।
6. **ਜੋੜ ਉੱਤੇ root ਵੰਡਣਾ:** $\sqrt{(9+16)}=5$, ਪਰ $\sqrt{9}+\sqrt{16}=7$।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Powers and perfect roots are useful in direct simplification and missing-value calculations across these exams; question counts vary by paper. Target 20–35 seconds for a common-base expression and 30–50 seconds for mixed roots. Check options before expanding: Ex 65 has a net exponent 2, so there is no need to compute 128. In Ex 71 every completed contribution is positive, including the subtraction of a negative cube root; this helps reject a result smaller than the first root 13. Ending-digit checks filter candidates but do not replace full verification.

ਇੱਕੋ base ਵਾਲੀਆਂ powers ਅਤੇ perfect roots ਇਹਨਾਂ exams ਦੇ simplification ਅਤੇ missing-value ਹਿਸਾਬਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ; ਗਿਣਤੀ paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। Common-base ਲਈ 20–35 ਅਤੇ mixed roots ਲਈ 30–50 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 65 ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਘਾਤ 2 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 128 ਕੱਢਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ। Ex 71 ਵਿੱਚ ਹਰ ਪੂਰਾ ਯੋਗਦਾਨ positive ਹੈ; negative cube root ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ ਵੀ ਜੋੜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲੇ root 13 ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਜਵਾਬ ਰੱਦ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। Last-digit check options ਛਾਂਟਦਾ ਹੈ, ਪੂਰੀ ਜਾਂਚ ਦੀ ਥਾਂ ਨਹੀਂ ਲੈਂਦਾ।

TYPE 10 Surds, conjugates and rationalisation

Surds, Conjugates ਅਤੇ Denominator ਵਿੱਚੋਂ Root ਹਟਾਉਣਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A surd is an irrational root left in exact form, such as $\sqrt{2}$ or $\sqrt[3]{5}$. If a square tile has area 2 m², its side is $\sqrt{2}$ m. Writing 1.41 m gives only an approximation, so an exact calculation keeps $\sqrt{2}$ until the question asks for rounding.

Surd ਉਹ irrational root ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ exact ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ $\sqrt{2}$ ਜਾਂ $\sqrt[3]{5}$। Square ਟਾਇਲ ਦਾ area 2 m² ਹੋਵੇ ਤਾਂ side $\sqrt{2}$ m ਹੈ। 1.41 m ਸਿਰਫ਼ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਹੈ; exact ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ $\sqrt{2}$ ਹੀ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ, ਜਦੋਂ ਤੱਕ rounding ਨਾ ਪੁੱਛੀ ਹੋਵੇ।

Simplifying surds removes perfect-power factors and combines matching root parts. Rationalisation rewrites a fraction so its denominator has no surd. The fraction's value stays unchanged because its numerator and denominator are multiplied by the same nonzero quantity.

Surds ਸੌਖੇ ਕਰਨ ਲਈ perfect-power factors ਬਾਹਰ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇੱਕੋ root ਵਾਲੇ ਪਦ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ। Rationalisation ਵਿੱਚ fraction ਨੂੰ ਅਜਿਹਾ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ denominator ਵਿੱਚ surd ਨਾ ਰਹੇ। ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ ਇੱਕੋ nonzero ਮਾਤਰਾ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਕਰਕੇ ਮੁੱਲ ਉਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for non-perfect square roots such as $\sqrt{18}$ and $\sqrt{75}$, a root in the denominator, pairs differing only in a +/− sign, or a nested form such as $\sqrt{(11+6\sqrt{2})}$. Instructions may say "simplify", "rationalise" or "find the exact value".

$\sqrt{18}$ ਅਤੇ $\sqrt{75}$ ਵਰਗੇ non-perfect square roots, denominator ਵਿੱਚ root, ਸਿਰਫ਼ +/− ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਜੋੜੀਆਂ ਜਾਂ $\sqrt{(11+6\sqrt{2})}$ ਵਰਗੀ ਅੰਦਰ root ਵਾਲੀ root ਵੇਖੋ। ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ "simplify", "rationalise" ਜਾਂ "exact value" ਲਿਖਿਆ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Treat the simplified root part like a label: $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$, just as 3 bags+5 bags=8 bags. But $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ cannot be combined as $\sqrt{5}$. First simplify each root: $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ and $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$; then they can be added to give $5\sqrt{2}$.

ਸੌਖਾ ਕੀਤਾ root ਇੱਕ label ਵਾਂਗ ਸਮਝੋ: $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$, ਜਿਵੇਂ 3 ਬੋਰੀਆਂ+5 ਬੋਰੀਆਂ=8 ਬੋਰੀਆਂ। ਪਰ $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ਨੂੰ $\sqrt{5}$ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ root ਸੌਖੀ ਕਰੋ: $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ਅਤੇ $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$; ਫਿਰ ਜੋੜ $5\sqrt{2}$ ਬਣਦਾ ਹੈ।

Rule · ਨਿਯਮ	Meaning, conditions and origin · ਮਤਲਬ, ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
$\sqrt{(k^2r)}=\lvert k\rvert\sqrt{r}$	k is real,r≥0. Split the nonnegative product and use $\sqrt{(k^2)}=\lvert k\rvert$. For positive integer radicands, extract the largest square factor. k real,r≥0 ਹਨ। Product ਵੱਖ ਕਰਕੇ $\sqrt{(k^2)}=\lvert k\rvert$ ਵਰਤੋ। Positive integer root ਅੰਦਰੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ square factor ਕੱਢੋ।	$\sqrt{98}=\sqrt{(49\times2)}=7\sqrt{2}$
$\sqrt[3]{(k^3r)}=k\sqrt[3]{r}$	k,r are real. Cubing the right side gives k^3r, including negative values. k,r real ਹਨ। ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦਾ cube k^3r ਹੈ; negative ਮੁੱਲਾਂ ਲਈ ਵੀ rule ਸਹੀ ਹੈ।	$\sqrt[3]{54}=\sqrt[3]{(27\times2)}=3\sqrt[3]{2}$
$a\sqrt{r}\pm b\sqrt{r}=(a\pm b)\sqrt{r}$	a,b are coefficients,r≥0 is the identical simplified radicand. Take $\sqrt{r}$ as a common factor. a,b coefficients ਅਤੇ r ਇੱਕੋ simplified radicand ਹੈ। $\sqrt{r}$ common ਲਵੋ।	$5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$
$(a\sqrt{r})(b\sqrt{s})=ab\sqrt{(rs)}$	a,b are real coefficients,r,s≥0. Multiply coefficients and root factors separately. a,b coefficients ਅਤੇ r,s≥0 ਹਨ। ਬਾਹਰਲੇ coefficients ਅਤੇ ਅੰਦਰਲੇ factors ਵੱਖ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	$(2\sqrt{3})(4\sqrt{6})=8\sqrt{18}=24\sqrt{2}$
$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$	a,b≥0. The pair has the same terms with the middle sign changed; these are conjugates. The mixed products cancel on expansion. a,b≥0 ਹਨ। ਇੱਕੋ ਪਦ ਅਤੇ ਬਦਲਿਆ ਵਿਚਕਾਰਲਾ sign ਵਾਲੀ ਜੋੜੀ conjugates ਹੈ। ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ mixed products ਕੱਟਦੇ ਹਨ।	$(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})=7-2=5$
$c/\sqrt{a}=c\sqrt{a}/a$	a>0,c is a real numerator. Multiply the complete fraction by $\sqrt{a}/\sqrt{a}=1$. a>0 ਅਤੇ c numerator ਹੈ। ਪੂਰੀ fraction ਨੂੰ $\sqrt{a}/\sqrt{a}=1$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	$3/\sqrt{6}=3\sqrt{6}/6=\sqrt{6}/2$

Rule · ਨਿਯਮ	Meaning, conditions and origin · ਮਤਲਬ, ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
$c/(\sqrt{a}-\sqrt{b})=c(\sqrt{a}+\sqrt{b})/(a-b)$	a,b≥0,a≠b. Multiply top and bottom by the conjugate; a−b is nonzero. A plus denominator uses the minus conjugate. a,b≥0 ਅਤੇ a≠b। ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ conjugate ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; a−b nonzero ਹੈ। Plus denominator ਲਈ minus conjugate ਲਵੋ।	$2/(\sqrt{6}-\sqrt{2})=2(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4=(\sqrt{6}+\sqrt{2})/2$
$c/(u+v\sqrt{r})=c(u-v\sqrt{r})/(u^2-v^2r)$	u,v,c are real,r≥0 and $u^2-v^2r\neq0$. Expand the conjugate product; its middle terms cancel. u,v,c real,r≥0 ਅਤੇ $u^2-v^2r\neq0$ ਹਨ। Conjugates ਦੇ product ਵਿੱਚ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਕੱਟਦੇ ਹਨ।	$1/(3+2\sqrt{2})=(3-2\sqrt{2})/(9-8)=3-2\sqrt{2}$
$(\sqrt{m}\pm\sqrt{n})^2=m+n\pm2\sqrt{(mn)}$	m,n≥0. Expanding the square gives two equal cross-products. m,n≥0। Square ਖੋਲ੍ਹਣ ਨਾਲ ਦੋ ਇੱਕੋ cross-products ਮਿਲਦੇ ਹਨ।	$(2+\sqrt{3})^2=4+3+4\sqrt{3}=7+4\sqrt{3}$
$\sqrt{(A+2\sqrt{B})}=\sqrt{m}+\sqrt{n}$	Find m,n≥0 with m+n=A and mn=B. Their square is the radicand and their sum is nonnegative, so it is the principal root. m,n≥0 ਅਜਿਹੇ ਲਵੋ ਕਿ m+n=A ਅਤੇ mn=B। ਉਹਨਾਂ ਦੇ roots ਦਾ ਜੋੜ nonnegative ਹੈ ਅਤੇ square ਅਸਲ ਅੰਦਰਲਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ।	$\sqrt{(7+4\sqrt{3})}=\sqrt{(7+2\sqrt{12})}=2+\sqrt{3}$

Rule · ਨਿਯਮ	Meaning, conditions and origin · ਮਤਲਬ, ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
$\sqrt{(A-2\sqrt{B})}=\lvert\sqrt{m}-\sqrt{n}\rvert$	Use the same nonnegative m,n with m+n=A,mn=B. Absolute value is required because a principal square root cannot be negative. ਉਹੀ m,n ਵਰਤੋ: ਜੋੜ A ਅਤੇ product B। Principal square root negative ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ, ਇਸ ਲਈ absolute value ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ।	$\sqrt{(7-4\sqrt{3})}=\lvert 2-\sqrt{3}\rvert=2-\sqrt{3}$

Conjugates remove the mixed term Conjugates ਨਾਲ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਪਦ ਕੱਟਦਾ ਹੈ

A conjugate changes the sign between the two complete terms: the conjugate of $3-2\sqrt{5}$ is $3+2\sqrt{5}$, not $-3+2\sqrt{5}$. Multiplying gives $3^2-(2\sqrt{5})^2=9-20=-11$. A negative rational denominator is allowed; move the sign outside or into the numerator if convenient.

Conjugate ਵਿੱਚ ਦੋ ਪੂਰੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ sign ਬਦਲਦਾ ਹੈ: $3-2\sqrt{5}$ ਦਾ conjugate $3+2\sqrt{5}$ ਹੈ, $-3+2\sqrt{5}$ ਨਹੀਂ। Product $3^2-(2\sqrt{5})^2=9-20=-11$ ਹੈ। Rational denominator negative ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ; ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ minus ਬਾਹਰ ਜਾਂ numerator ਵਿੱਚ ਲਿਆਓ।

The conjugate formula requires a nonzero conjugate product. If $u^2-v^2r=0$, do not write a fraction with zero denominator. First simplify the original denominator directly and check whether it is zero. For example, $1/(2+\sqrt{4})=1/4$, even though multiplying by $2-\sqrt{4}$ would multiply by zero and is not allowed.

Conjugate ਵਾਲੇ formula ਵਿੱਚ product nonzero ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। $u^2-v^2r=0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ zero denominator ਵਾਲੀ fraction ਨਾ ਲਿਖੋ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸਲ denominator ਸਿੱਧਾ ਸੌਖਾ ਕਰਕੇ ਵੇਖੋ। $1/(2+\sqrt{4})=1/4$ ਹੈ, ਪਰ $2-\sqrt{4}=0$ ਨਾਲ ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਮਨਾਹੀ ਹੈ।

Cube surds follow the same matching-label idea after extracting cubes: $\sqrt[3]{16}=2\sqrt[3]{2}$ and $\sqrt[3]{54}=3\sqrt[3]{2}$, so $\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}=5\sqrt[3]{2}$. Both the root order and the simplified radicand must match. $\sqrt{2}$ and $\sqrt[3]{2}$ are different quantities and cannot be combined into one coefficient.

Cube surds ਵਿੱਚ ਵੀ ਪਹਿਲਾਂ cubes ਬਾਹਰ ਕੱਢੋ: $\sqrt[3]{16}=2\sqrt[3]{2}$ ਅਤੇ $\sqrt[3]{54}=3\sqrt[3]{2}$; ਜੋੜ $5\sqrt[3]{2}$। Root ਦੀ ਕਿਸਮ ਅਤੇ simplified ਅੰਦਰਲਾ ਅੰਕ ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। $\sqrt{2}$ ਅਤੇ $\sqrt[3]{2}$ ਵੱਖ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਹਨ; ਇਹਨਾਂ ਦੇ coefficients ਸਿੱਧੇ ਨਹੀਂ ਜੋੜ ਸਕਦੇ।

Recognising a nested square Root ਅੰਦਰਲੇ Square ਨੂੰ ਪਛਾਣਨਾ

To simplify $\sqrt{(11+6\sqrt{2})}$, match $6\sqrt{2}$ with $2\sqrt{B}$: $B=18$ because $6\sqrt{2}=2\sqrt{18}$. Find two nonnegative numbers with sum 11 and product 18: 9 and 2. Hence the expression is $\sqrt{9}+\sqrt{2}=3+\sqrt{2}$. For the minus partner, $\sqrt{(11-6\sqrt{2})}=\lvert 3-\sqrt{2}\rvert=3-\sqrt{2}$ because $9>2$ makes $3>\sqrt{2}$. Always check the sign of the difference.

$\sqrt{(11+6\sqrt{2})}$ ਵਿੱਚ $6\sqrt{2}$ ਨੂੰ $2\sqrt{B}$ ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ। $6\sqrt{2}=2\sqrt{18}$, ਇਸ ਲਈ $B=18$। ਜੋੜ 11 ਅਤੇ product 18 ਵਾਲੀਆਂ nonnegative ਸੰਖਿਆਵਾਂ 9 ਅਤੇ 2 ਹਨ। ਇਸ ਲਈ root=$\sqrt{9}+\sqrt{2}=3+\sqrt{2}$। Minus ਵਾਲੀ ਜੋੜੀ $\sqrt{(11-6\sqrt{2})}=\lvert 3-\sqrt{2}\rvert=3-\sqrt{2}$ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ $9>2$ ਤੋਂ $3>\sqrt{2}$। ਫ਼ਰਕ ਦਾ sign ਜ਼ਰੂਰ ਜਾਂਚੋ।

This matching method is useful when such numbers can be found quickly; not every nested root splits into small integers. Do not invent a pair just to force the pattern. For positive surd comparison, squaring is safe only when both compared expressions are nonnegative; a square can hide a negative sign otherwise.

Matching ਤਰੀਕਾ ਤਦੋਂ ਸੌਖਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਜੋੜ ਅਤੇ product ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਛੇਤੀ ਮਿਲ ਜਾਣ। ਹਰ nested root ਛੋਟੇ integers ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਟੁੱਟਦੀ। Pattern ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਗਲਤ ਜੋੜੀ ਨਾ ਘੜੋ। Positive surds ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ square ਤਦੋਂ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੈ ਜਦੋਂ ਦੋਵੇਂ expressions nonnegative ਹੋਣ; ਨਹੀਂ ਤਾਂ negative sign ਲੁਕ ਸਕਦਾ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Check that every square-root radicand is nonnegative and every original denominator is nonzero.
   ਹਰ square root ਦੇ ਅੰਦਰਲਾ ਮੁੱਲ nonnegative ਅਤੇ ਹਰ ਅਸਲ denominator nonzero ਹੋਣਾ ਜਾਂਚੋ।
2. Extract perfect square factors from every root; for a cube root, extract perfect cube factors.
   ਹਰ root ਵਿੱਚੋਂ perfect square factor ਕੱਢੋ; cube root ਲਈ perfect cube factor।

3. Combine only identical simplified root parts. Complete products/divisions before outside addition/subtraction.
   ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕੋ simplified root ਵਾਲੇ ਪਦ ਜੋੜੋ। ਬਾਹਰਲੇ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗੁਣਾ/ਵੰਡ ਕਰੋ।
4. If a denominator still has a surd, multiply the complete numerator and denominator by the appropriate nonzero root or conjugate. Simplify the resulting denominator.
   Denominator ਵਿੱਚ surd ਰਹੇ ਤਾਂ ਪੂਰੇ numerator ਅਤੇ denominator ਨੂੰ ਠੀਕ nonzero root ਜਾਂ conjugate ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਨਵਾਂ denominator ਸੌਖਾ ਕਰੋ।
5. For a nested root, identify and verify the proposed squared expression, then choose the nonnegative root. Reduce coefficients and preserve any remaining exact surds.
   Nested root ਲਈ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਵਾਲੇ expression ਦਾ square ਕਰਕੇ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ nonnegative root ਚੁਣੋ। Coefficients ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਬਚੀਆਂ surds exact ਰੱਖੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Simplify before rationalising: (√75+√12)/√3=(5√3+2√3)/√3=7, so no separate rationalisation is needed. Spot conjugate pairs and matching squared forms instead of multiplying every term. It works by taking common root factors and cancelling nonzero factors. It does not permit cancelling a root that is only one term of a sum, joining unlike surds, or dropping the absolute value in √(x²) without checking x.

Rationalise ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ roots ਸੌਖੀਆਂ ਕਰੋ: (√75+√12)/√3=(5√3+2√3)/√3=7; ਵੱਖਰਾ rationalisation ਲੋੜੀਂਦਾ ਨਹੀਂ। ਹਰ ਪਦ ਦਾ ਲੰਬਾ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੀ ਥਾਂ conjugate ਜੋੜੀ ਅਤੇ matching squares ਵੇਖੋ। ਇਹ common root factor ਅਤੇ nonzero factors ਕੱਟਣ ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। ਜੋੜ ਦੇ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਪਦ ਵਿੱਚ root ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਨਹੀਂ ਕੱਟ ਸਕਦੇ; unlike surds ਨਹੀਂ ਜੋੜ ਸਕਦੇ; √(x²) ਵਿੱਚ x ਦਾ sign ਦੇਖੇ ਬਿਨਾਂ absolute value ਨਹੀਂ ਹਟਾ ਸਕਦੇ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 73 **Easy — Simplify: √72 − √8.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: √72 − √8।

A) 2√2 **B)** 8√2 **C)** 4√2 **D)** 4

Answer: C — 4√2

Quick method (≈20–40 sec)

Extract squares: √72=6√2 and √8=2√2.

Subtract the matching coefficients: (6−2)√2=4√2.

Full method

1. 72=36×2, so √72=√36×√2=6√2.
2. 8=4×2, so √8=√4×√2=2√2.
3. 6√2−2√2=(6−2)√2=4√2.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Square factors ਕੱਢੋ: √72=6√2 ਅਤੇ √8=2√2।

ਇੱਕੋ root ਦੇ coefficients ਘਟਾਓ: (6−2)√2=4√2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 72=36×2, ਇਸ ਲਈ √72=6√2।
2. 8=4×2, ਇਸ ਲਈ √8=2√2।

3. $6\sqrt{2}-2\sqrt{2}=(6-2)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$।

Ex 74 **Easy — Simplify: $\sqrt{12} \times \sqrt{27}$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $\sqrt{12} \times \sqrt{27}$।

A) 18 **B)** $6\sqrt{3}$ **C)** $9\sqrt{3}$ **D)** 12

Answer: A — 18

Quick method (≈20–40 sec)

Both radicands are positive, so combine: $\sqrt{12}\times\sqrt{27}=\sqrt{324}$.

$18^2=324$, giving 18.

Full method

1. $12=4\times3$, so $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.
2. $27=9\times3$, so $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$.
3. $(2\sqrt{3})(3\sqrt{3})=2\times3\times(\sqrt{3}\times\sqrt{3})=6\times3=18$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦੋਵੇਂ ਅੰਦਰਲੇ ਮੁੱਲ positive ਹਨ; $\sqrt{12}\times\sqrt{27}=\sqrt{324}$।

$18^2=324$, ਇਸ ਲਈ 18।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $12=4\times3$, ਇਸ ਲਈ $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$।
2. $27=9\times3$, ਇਸ ਲਈ $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$।
3. $(2\sqrt{3})(3\sqrt{3})=6\times3=18$।

Ex 75 **Medium — Simplify: $3\sqrt{50} - 2\sqrt{8} + \sqrt{18}$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $3\sqrt{50} - 2\sqrt{8} + \sqrt{18}$।

A) $10\sqrt{2}$ **B)** $12\sqrt{2}$ **C)** $16\sqrt{2}$ **D)** $14\sqrt{2}$

Answer: D — $14\sqrt{2}$

Quick method (≈20–40 sec)

The root parts become $5\sqrt{2}$,$2\sqrt{2}$ and $3\sqrt{2}$. Including outside coefficients gives $15\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}$.

$(15-4+3)\sqrt{2}=14\sqrt{2}$.

Full method

1. $\sqrt{50}=\sqrt{(25\times2)}=5\sqrt{2}$, hence $3\sqrt{50}=15\sqrt{2}$.
2. $\sqrt{8}=\sqrt{(4\times2)}=2\sqrt{2}$, hence $2\sqrt{8}=4\sqrt{2}$.
3. $\sqrt{18}=\sqrt{(9\times2)}=3\sqrt{2}$.
4. $15\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(15-4+3)\sqrt{2}=14\sqrt{2}$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Roots $5\sqrt{2}$,$2\sqrt{2}$ ਅਤੇ $3\sqrt{2}$ ਹਨ। ਬਾਹਰਲੇ coefficients ਨਾਲ $15\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}$।

$(15-4+3)\sqrt{2}=14\sqrt{2}$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$; ਇਸ ਲਈ $3\sqrt{50}=15\sqrt{2}$।

2. √8=2√2; ਇਸ ਲਈ 2√8=4√2।
3. √18=3√2।
4. 15√2−4√2+3√2=(15−4+3)√2=14√2।

Ex 76 **Medium — Simplify: (√75 + √12)/√3.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (√75 + √12)/√3।

A) 3 **B)** 7 **C)** 21 **D)** √87

Answer: B — 7

Quick method (≈20–40 sec)

The top becomes 5√3+2√3=7√3.

Cancel the nonzero common √3: 7√3/√3=7.

Full method

1. 75=25×3, so √75=5√3.
2. 12=4×3, so √12=2√3.
3. Numerator =5√3+2√3=7√3.
4. Denominator √3 is nonzero. Divide: (7√3)/√3=7×1=7.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉੱਪਰ 5√3+2√3=7√3।

Common √3 nonzero ਹੈ; ਕੱਟ ਕੇ 7√3/√3=7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 75=25×3, ਇਸ ਲਈ √75=5√3।
2. 12=4×3, ਇਸ ਲਈ √12=2√3।
3. Numerator 5√3+2√3=7√3।
4. Denominator √3 nonzero ਹੈ; (7√3)/√3=7।

Ex 77 **Medium — Simplify: 5/(√7 − √2).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 5/(√7 − √2)।

A) √7 + √2 **B)** √7 − √2 **C)** 5√7 + 5√2 **D)** √5

Answer: A — √7 + √2

Quick method (≈20–40 sec)

Multiply by the conjugate √7+√2. The denominator becomes 7−2=5.

The numerator also has factor 5; cancel it to leave √7+√2.

Full method

1. Since 7>2, √7−√2>0 and the denominator is nonzero.
2. Multiply top and bottom by √7+√2: 5(√7+√2)/[(√7−√2)(√7+√2)].
3. Expand the denominator: 7+√14−√14−2=5.
4. The fraction is 5(√7+√2)/5.
5. Cancel the nonzero factor 5 to obtain √7+√2.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Conjugate √7+√2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਹੇਠਾਂ 7−2=5।

ਉੱਪਰ ਵੀ factor 5 ਹੈ; ਕੱਟ ਕੇ √7+√2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 7>2, ਇਸ ਲਈ √7−√2 positive ਅਤੇ nonzero ਹੈ।
2. ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ √7+√2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 5(√7+√2)/[(√7−√2)(√7+√2)]।
3. ਹੇਠਾਂ 7+√14−√14−2=5।
4. Fraction 5(√7+√2)/5 ਹੈ।
5. Nonzero factor 5 ਕੱਟ ਕੇ √7+√2।

Ex 78 **Hard — Simplify: √(11 + 6√2) − √(11 − 6√2).**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: √(11 + 6√2) − √(11 − 6√2)।

A) 6√2 **B)** 3√2 **C)** 2√2 **D)** √2

Answer: C — 2√2

Quick method (≈20–40 sec)

9+2=11 and 2√(9×2)=6√2, so the roots are 3+√2 and 3−√2.

Subtract: (3+√2)−(3−√2)=2√2.

Full method

1. $(3+\sqrt{2})^2=9+6\sqrt{2}+2=11+6\sqrt{2}$. Since 3+√2>0, the first root is 3+√2.
2. $(3-\sqrt{2})^2=9-6\sqrt{2}+2=11-6\sqrt{2}$.
3. 3>√2 because 9>2, so 3−√2>0. The second principal root is 3−√2.
4. Subtract the complete bracket: 3+√2−(3−√2)=3+√2−3+√2.
5. The constants cancel; √2+√2=2√2.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

9+2=11 ਅਤੇ 2√(9×2)=6√2; roots 3+√2 ਅਤੇ 3−√2 ਹਨ।

ਘਟਾਓ: (3+√2)−(3−√2)=2√2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $(3+\sqrt{2})^2=11+6\sqrt{2}$ ਅਤੇ 3+√2 positive ਹੈ; ਪਹਿਲੀ root 3+√2।
2. $(3-\sqrt{2})^2=11-6\sqrt{2}$।
3. 9>2 ਤੋਂ 3>√2, ਇਸ ਲਈ 3−√2 positive ਹੈ; ਦੂਜੀ principal root 3−√2।
4. ਪੂਰਾ bracket ਘਟਾਓ: 3+√2−3+√2।
5. Constants ਕੱਟੇ; √2+√2=2√2।

Ex 79 **Hard — Simplify: (√5 + √3)/(√5 − √3) + (√5 − √3)/(√5 + √3).**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (√5 + √3)/(√5 − √3) + (√5 − √3)/(√5 + √3)।

A) 4 **B)** 8 **C)** 16 **D)** 10

Answer: B — 8

Quick method (≈20–40 sec)

Take the common denominator (√5−√3)(√5+√3)=2.

The numerator is $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2=2(5+3)=16$; $16\div2=8$.

Full method

1. Both original denominators are nonzero because $\sqrt{5}>\sqrt{3}>0$.
2. First fraction: multiply by $(\sqrt{5}+\sqrt{3})/(\sqrt{5}+\sqrt{3})$. It becomes $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2/(5-3)$.
3. Expand: $(5+3+2\sqrt{15})/2=(8+2\sqrt{15})/2=4+\sqrt{15}$.
4. Second fraction: multiply by $(\sqrt{5}-\sqrt{3})/(\sqrt{5}-\sqrt{3})$. It becomes $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2/(5-3)$.
5. Expand: $(5+3-2\sqrt{15})/2=(8-2\sqrt{15})/2=4-\sqrt{15}$.
6. Add: $(4+\sqrt{15})+(4-\sqrt{15})=8$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Common denominator $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})=2$।

ਉੱਪਰ ਦੋ squares ਦਾ ਜੋੜ $2(5+3)=16$; $16\div2=8$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $\sqrt{5}>\sqrt{3}>0$, ਇਸ ਲਈ ਦੋਵੇਂ ਅਸਲ denominators nonzero ਹਨ।
2. ਪਹਿਲੀ fraction ਨੂੰ conjugate ਨਾਲ rationalise: $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2/(5-3)$।
3. ਖੋਲ੍ਹੋ: $(8+2\sqrt{15})/2=4+\sqrt{15}$।
4. ਦੂਜੀ fraction ਲਈ $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2/(5-3)$।
5. ਖੋਲ੍ਹੋ: $(8-2\sqrt{15})/2=4-\sqrt{15}$।
6. ਜੋੜ $(4+\sqrt{15})+(4-\sqrt{15})=8$।

Ex 80 **SSC CGL pattern — Simplify: $(\sqrt{48}+\sqrt{75})/(\sqrt{27}-\sqrt{12})-1/(2+\sqrt{3})$.**

SSC CGL pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(\sqrt{48}+\sqrt{75})/(\sqrt{27}-\sqrt{12})-1/(2+\sqrt{3})$।

A) $7-\sqrt{3}$ **B)** $11-\sqrt{3}$ **C)** $9+\sqrt{3}$ **D)** $7+\sqrt{3}$

Answer: D — $7+\sqrt{3}$

Quick method (≈20–40 sec)

The first quotient is $(4\sqrt{3}+5\sqrt{3})/(3\sqrt{3}-2\sqrt{3})=9$.

Rationalise the last fraction: $1/(2+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}$. Subtract $9-(2-\sqrt{3})=7+\sqrt{3}$.

Full method

1. $\sqrt{48}=\sqrt{(16\times3)}=4\sqrt{3}$; $\sqrt{75}=\sqrt{(25\times3)}=5\sqrt{3}$. Numerator $=9\sqrt{3}$.
2. $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ and $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$. Denominator $=\sqrt{3}\neq0$.
3. First quotient $=(9\sqrt{3})/\sqrt{3}=9$.
4. For $1/(2+\sqrt{3})$, multiply numerator and denominator by $2-\sqrt{3}$.
5. The denominator is $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1$. Thus the fraction equals $2-\sqrt{3}$.
6. Subtract the whole result: $9-(2-\sqrt{3})=9-2+\sqrt{3}=7+\sqrt{3}$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ quotient $(4\sqrt{3}+5\sqrt{3})/(3\sqrt{3}-2\sqrt{3})=9$।

ਆਖਰੀ fraction rationalise ਕਰੋ: $1/(2+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}$। ਘਟਾਓ $9-(2-\sqrt{3})=7+\sqrt{3}$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ ਅਤੇ $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$; numerator $9\sqrt{3}$।
2. $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ ਅਤੇ $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$; denominator $\sqrt{3}\neq0$।
3. ਪਹਿਲਾ quotient $(9\sqrt{3})/\sqrt{3}=9$।

4. 1/(2+√3) ਨੂੰ ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ 2−√3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
5. ਹੇਠਾਂ (2+√3)(2−√3)=4−3=1; fraction 2−√3 ਹੈ।
6. ਪੂਰਾ ਨਤੀਜਾ ਘਟਾਓ: 9−(2−√3)=9−2+√3=7+√3।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Combining unlike roots:** √2+√3 stays √2+√3; it is not √5.
2. **Ignoring outside coefficients:** 2√18=2×3√2=6√2, not 3√2.
3. **Multiplying only the denominator by a conjugate:** the complete numerator must also be multiplied to preserve the fraction.
4. **Changing both signs in the conjugate:** 4−√7 pairs with 4+√7.
5. **Cancelling a single term:** (√3+2)/√3=1+2/√3, not 1+2.
6. **Taking the wrong nested root sign:** $\sqrt{((\sqrt{2}-3)^2)}=|\sqrt{2}-3|=3-\sqrt{2}$.

1. **Unlike roots ਜੋੜਨਾ:** √2+√3 ਉਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, √5 ਨਹੀਂ।
2. **ਬਾਹਰਲਾ coefficient ਭੁੱਲਣਾ:** 2√18=2×3√2=6√2, 3√2 ਨਹੀਂ।
3. **ਸਿਰਫ਼ denominator ਨੂੰ conjugate ਨਾਲ ਗੁਣਾ:** numerator ਨੂੰ ਵੀ ਪੂਰਾ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਤਾਂ fraction ਦਾ ਮੁੱਲ ਉਹੀ ਰਹੇ।
4. **Conjugate ਦੇ ਦੋਵੇਂ signs ਬਦਲਣਾ:** 4−√7 ਦਾ ਸਾਥੀ 4+√7 ਹੈ।
5. **ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਪਦ ਕੱਟਣਾ:** (√3+2)/√3=1+2/√3, 1+2 ਨਹੀਂ।
6. **Nested root ਦਾ sign ਗਲਤ ਲੈਣਾ:** $\sqrt{((\sqrt{2}-3)^2)}=|\sqrt{2}-3|=3-\sqrt{2}$।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Surd simplification and conjugate patterns are useful in SSC-style algebra and selected Railways/state numerical questions; banking simplification more often relies on perfect roots and basic arithmetic. Treat this as a pattern priority, not a guaranteed question count. Aim for 20–35 seconds for like surds or one conjugate, and 35–60 seconds for nested or paired expressions. In Ex 80, once the first quotient is 9, the subtracted fraction is positive and below 1, so the final answer is between 8 and 9. Only 7+√3 lies in that interval among the four options; use rationalisation to confirm it exactly.

Surds ਅਤੇ conjugate patterns SSC-ਵਰਗੇ algebra ਅਤੇ ਚੁਣੇ Railways/state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਲਈ ਕੰਮ ਦੇ ਹਨ। Banking simplification ਵਿੱਚ ਅਕਸਰ perfect roots ਅਤੇ ਆਮ ਹਿਸਾਬ ਵੱਧ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ pattern ਦੀ priority ਸਮਝੋ, ਪੱਕੀ ਗਿਣਤੀ ਨਹੀਂ। Like surds ਜਾਂ ਇੱਕ conjugate ਲਈ 20–35 ਅਤੇ nested/paired expressions ਲਈ 35–60 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 80 ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾ quotient 9 ਹੈ ਅਤੇ ਘਟਾਈ fraction positive ਤੇ 1 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ; ਅਖੀਰਲਾ ਜਵਾਬ 8 ਅਤੇ 9 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। Options ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ 7+√3 ਇਸ ਹੱਦ ਵਿੱਚ ਹੈ; rationalisation ਨਾਲ exact ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

TYPE 11 Square identities and algebraic cancellation

Square Identities ਅਤੇ Algebra ਵਿੱਚ Factors ਕੱਟਣਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

An identity is a statement that stays true for every allowed value of its letters. It is a reusable arithmetic pattern. A square field with side 3+2=5 m can be divided into four smaller rectangles; their areas explain why $(a+b)^2$ contains a^2, b^2 and two copies of ab.

Identity ਉਹ ਬਰਾਬਰੀ ਹੈ ਜੋ ਆਪਣੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੇ ਹਰ allowed ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਹਿਸਾਬੀ pattern ਹੈ। 3+2=5 m side ਵਾਲੇ square ਖੇਤ ਨੂੰ ਚਾਰ ਛੋਟੇ rectangles ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ; ਉਹਨਾਂ ਦੇ areas ਦੱਸਦੇ ਹਨ ਕਿ $(a+b)^2$ ਵਿੱਚ a^2, b^2 ਅਤੇ ab ਦੋ ਵਾਰ ਕਿਉਂ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Cancellation uses a factored form to remove a common nonzero factor from a numerator and denominator. It can turn a long numerical expression into one addition. The value and the original restrictions must both be preserved.

Cancellation ਵਿੱਚ numerator ਅਤੇ denominator ਦੇ common nonzero factor ਨੂੰ ਕੱਟਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨਾਲ ਲੰਬਾ ਹਿਸਾਬ ਇੱਕ ਜੋੜ ਜਿੰਨਾ ਛੋਟਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਅਸਲ denominator ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਬਚਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for two squares being subtracted; three terms arranged as $a^2 \pm 2ab + b^2$; pairs $(a+b)^2$ and $(a-b)^2$; or a numerator that can contain the denominator as a factor. Large numbers are often a clue to recognise structure before multiplying.

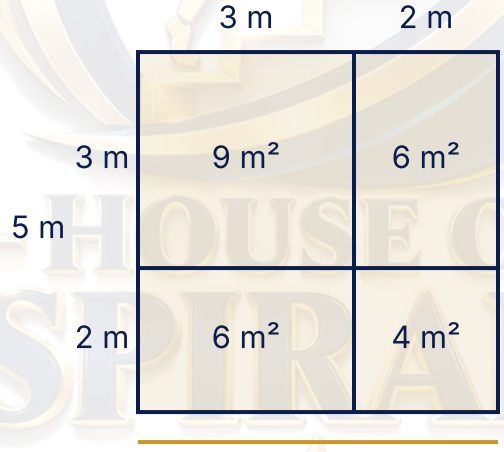
ਦੋ squares ਦਾ ਘਟਾਓ, $a^2 \pm 2ab + b^2$ ਦੇ ਤਿੰਨ ਪਦ, $(a+b)^2$ ਅਤੇ $(a-b)^2$ ਦੀ ਜੋੜੀ ਜਾਂ numerator ਵਿੱਚ denominator ਵਾਲਾ factor ਵੇਖੋ। ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਕਸਰ ਸੰਕੇਤ ਹਨ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਬਣਤਰ ਪਛਾਣੋ, ਫਿਰ ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Expand once to understand, then use the pattern. $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$. Here a,b are real numbers; ab means a×b. Also $(a-b)(a+b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2$. The mixed terms either join or cancel.

ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਵਾਰ ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ ਸਮਝੋ, ਫਿਰ pattern ਵਰਤੋ। $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$। a,b real ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ab ਦਾ ਮਤਲਬ a×b ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $(a-b)(a+b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2$। ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਕਦੇ ਜੁੜਦੇ ਅਤੇ ਕਦੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ।



One square, four areas: 9+6+6+4=25 m².
ਇੱਕ square ਦੇ ਚਾਰ ਹਿੱਸੇ: ਕੁੱਲ area 25 m² ਹੈ।

In the figure, a=3 m and b=2 m. The two mixed rectangles each have area ab=6 m², so the middle contribution is 2ab=12 m². An equation such as $x^2=9$ is different from an identity: it is true only for x=3 or x=−3.

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ a=3 m ਅਤੇ b=2 m ਹਨ। ਦੋਵੇਂ mixed rectangles ਦਾ area ab=6 m² ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੁੱਲ 2ab=12 m² ਹੈ। Equation $x^2=9$ identity ਨਹੀਂ ਹੈ; ਇਹ ਸਿਰਫ਼ x=3 ਜਾਂ x=−3 ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ।

Identity / rule · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Recognition cue · ਪਛਾਣ
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	a,b are real. Multiply the sum by itself; the two ab terms combine. a,b real ਹਨ। ਜੋੜ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ab ਦੋ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।	Two positive squares and twice the product. ਦੋ positive squares ਅਤੇ product ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ।
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	Replace b by −b in the sum-square identity. The final b^2 stays positive. Sum-square identity ਵਿੱਚ b ਦੀ ਥਾਂ −b ਲਵੋ। ਅਖੀਰਲਾ b^2 positive ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।	Two positive squares and a negative middle term −2ab. ਦੋ positive squares ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰ −2ab।
$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	The cross-products +ab and −ab cancel. ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ +ab ਅਤੇ −ab ਕੱਟਦੇ ਹਨ।	Difference of two squares; there is no matching factorisation $(a-b)(a+b)$ for a^2+b^2. ਦੋ squares ਦਾ ਘਟਾਓ; a^2+b^2 ਲਈ ਇਹੋ factorisation ਨਹੀਂ ਹੈ।
$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$	Add the expanded square identities; +2ab and −2ab cancel. ਦੋਵੇਂ square identities ਜੋੜੋ; +2ab ਅਤੇ −2ab ਕੱਟਦੇ ਹਨ।	A plus/minus pair joined by addition. Plus/minus ਜੋੜੀ ਦਾ ਜੋੜ।
$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$	Subtract the second expanded identity; a^2,b^2 cancel and $2ab-(-2ab)=4ab$. ਦੂਜੀ identity ਘਟਾਓ; a^2,b^2 ਕੱਟਦੇ ਅਤੇ $2ab-(-2ab)=4ab$।	The same pair joined by subtraction. ਉਹੀ ਜੋੜੀ ਪਰ ਵਿਚਕਾਰ ਘਟਾਓ।
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$	a,b,c are real. Multiplying the three-term sum by itself produces each mixed pair twice. a,b,c real ਹਨ। ਤਿੰਨ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਹਰ mixed pair ਦੋ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।	Three squares and twice every pairwise product. ਤਿੰਨ squares ਅਤੇ ਹਰ ਜੋੜੀ ਦੇ product ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ।

Identity / rule · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Recognition cue · ਪਛਾਣ
$(kP)/(kQ)=P/Q$	P,Q,k are expressions with $k\neq0, Q\neq0$. A common nonzero factor divides the whole numerator and denominator. P,Q,k expressions ਹਨ ਅਤੇ k,Q nonzero ਹਨ। Common factor ਪੂਰੇ numerator ਅਤੇ denominator ਨੂੰ ਵੰਡੇ।	Factor first, then cancel. Keep the excluded values from the original denominator. ਪਹਿਲਾਂ factors ਬਣਾਓ, ਫਿਰ ਕੱਟੋ। ਅਸਲ denominator ਨੂੰ 0 ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਮੁੱਲ ਮਨਾਹੀ ਰਹਿਣਗੇ।
$x^2+(r+s)x+rs=(x+r)(x+s)$	x,r,s are real. Expansion gives $x^2+rx+sx+rs$. For integer coefficients, look for r,s with the needed sum and product. x,r,s real ਹਨ। ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ $x^2+rx+sx+rs$ ਹੈ। Integer coefficients ਵਿੱਚ ਲੋੜੀਂਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ product ਵਾਲੇ r,s ਲੱਭੋ।	$x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$, since $3+4=7$ and $3\times4=12$. $x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$, ਕਿਉਂਕਿ $3+4=7$ ਅਤੇ $3\times4=12$।

Term or factor: the cancellation test ਪਦ ਹੈ ਜਾਂ Factor: ਕੱਟਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਜਾਂਚ

In $(6x+12)/6$, first factor the whole numerator: $6(x+2)/6=x+2$. In $(6x+5)/6$, only the first term contains 6, so the result is $x+5/6$, not $x+5$. Cancellation divides a whole sum only if every term has the common factor.

$(6x+12)/6$ ਵਿੱਚ ਪੂਰੇ numerator ਵਿੱਚੋਂ 6 common ਲਵੋ: $6(x+2)/6=x+2$। ਪਰ $(6x+5)/6$ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਪਹਿਲੇ ਪਦ ਵਿੱਚ 6 ਹੈ; ਜਵਾਬ $x+5/6$ ਹੈ, $x+5$ ਨਹੀਂ। ਜੋੜ ਦੇ ਹਰ ਪਦ ਵਿੱਚ factor ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੀ ਪੂਰੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਟ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

For $(x^2-16)/(x-4)$, factor to $(x-4)(x+4)/(x-4)=x+4$, with $x\neq4$. At $x=4$ the original fraction is 0/0, so the simplified form does not make that value allowed. For a^2-b^2 divided by $a-b$, the same restriction is $a\neq b$.

$(x^2-16)/(x-4)$ ਵਿੱਚ factors $(x-4)(x+4)$ ਹਨ। ਕੱਟ ਕੇ $x+4$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਪਰ $x\neq4$ ਰਹੇਗਾ। $x=4$ ਲਈ ਅਸਲ fraction 0/0 ਹੈ; ਸੌਖਾ ਰੂਪ ਉਸ ਮੁੱਲ ਨੂੰ allowed ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। a^2-b^2 ਨੂੰ $a-b$ ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਵਿੱਚ ਵੀ $a\neq b$ ਸ਼ਰਤ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Keep the original signs and denominator restrictions. Identify the two or three repeated quantities.
   ਅਸਲ signs ਅਤੇ denominator ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਰੱਖੋ। ਵਾਰ-ਵਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਪਛਾਣੋ।
2. Match a complete pattern: two squares with a minus, or three terms with the exact middle term $\pm2ab$.
   ਪੂਰਾ pattern ਮਿਲਾਓ: ਦੋ squares ਦਾ ਘਟਾਓ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਬਿਲਕੁਲ $\pm2ab$ ਵਾਲਾ middle term।
3. Replace the matched block by its factored or squared form. Check the middle term rather than guessing from the outer squares alone.
   ਗਰੁੱਪ ਨੂੰ factor ਜਾਂ square ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ। ਸਿਰਫ਼ ਬਾਹਰਲੇ squares ਦੇਖ ਕੇ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਨਾ ਲਾਓ; ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਪਦ ਵੀ ਜਾਂਚੋ।
4. Cancel only common nonzero factors of the complete numerator and denominator.
   ਪੂਰੇ numerator ਅਤੇ denominator ਦੇ ਸਾਂਝੇ nonzero factors ਹੀ ਕੱਟੋ।
5. Substitute any given values into the shorter expression and finish the arithmetic. Verify the original denominator stays nonzero.
   ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲ ਛੋਟੀ expression ਵਿੱਚ ਪਾਓ ਅਤੇ ਹਿਸਾਬ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। ਅਸਲ denominator nonzero ਹੋਣਾ ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Read the structure before the numbers. $(a^2-b^2)/(a-b)=a+b$ for $a\neq b$, and $(a^2-2ab+b^2)/(a-b)=a-b$ for $a\neq b$. A paired-square difference divided by ab gives 4 when $ab\neq 0$. These work because the numerator factors contain the denominator. They do not work for a^2+b^2 or for a middle term that is not exactly $\pm 2ab$. Never cancel a zero denominator.

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਬਣਤਰ ਪੜ੍ਹੋ। $a\neq b$ ਲਈ $(a^2-b^2)/(a-b)=a+b$ ਅਤੇ $(a^2-2ab+b^2)/(a-b)=a-b$। Paired squares ਦੇ ਘਟਾਓ ਨੂੰ ab ਨਾਲ ਵੰਡੇ ਤਾਂ $ab\neq 0$ ਲਈ 4 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਕਾਰਨ numerator ਦੇ factors ਵਿੱਚ denominator ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। a^2+b^2 ਜਾਂ ਗਲਤ middle term ਉੱਤੇ ਇਹ rule ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ। Zero denominator ਕਦੇ ਨਾ ਕੱਟੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 81 **Easy — Simplify: $47^2 - 43^2$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $47^2 - 43^2$।

A) 360 **B)** 180 **C)** 720 **D)** 400

Answer: A — 360

Quick method (≈20–40 sec)

Use difference of squares: $(47-43)(47+43)$.

$4\times 90=360$.

Full method

1. $47^2=(40+7)^2=1600+560+49=2209$.
2. $43^2=(40+3)^2=1600+240+9=1849$.
3. $2209-1849=2209-1800-49=409-49=360$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Squares ਦੇ ਘਟਾਓ ਨੂੰ $(47-43)(47+43)$ ਬਣਾਓ।

$4\times 90=360$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $47^2=1600+560+49=2209$।
2. $43^2=1600+240+9=1849$।
3. $2209-1849=409-49=360$।

Ex 82 **Easy — Simplify: $36^2 + 2 \times 36 \times 14 + 14^2$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $36^2 + 2 \times 36 \times 14 + 14^2$।

A) 1800 **B)** 1900 **C)** 2500 **D)** 2600

Answer: C — 2500

Quick method (≈20–40 sec)

The three terms match $a^2+2ab+b^2$ with $a=36, b=14$.

The sum is $(36+14)^2=50^2=2500$.

Full method

1. $36^2=1296$.
2. $36\times14=36\times(10+4)=360+144=504$, so $2\times36\times14=1008$.
3. $14^2=196$.
4. $1296+1008+196=2304+196=2500$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਤਿੰਨ ਪਦ $a^2+2ab+b^2$ ਨਾਲ ਮਿਲਦੇ ਹਨ; $a=36, b=14$।

ਜਵਾਬ $(36+14)^2=50^2=2500$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $36^2=1296$।
2. $36\times14=360+144=504$; ਦੁੱਗਣਾ 1008।
3. $14^2=196$।
4. $1296+1008+196=2304+196=2500$।

Ex 83 **Medium — Simplify: $(68^2 - 32^2)/(68 - 32)$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(68^2 - 32^2)/(68 - 32)$।

A) 36 **B)** 68 **C)** 152 **D)** 100

Answer: D — 100

Quick method (≈20–40 sec)

Factor the top: $(68-32)(68+32)$.

Cancel the nonzero factor $68-32=36$. Remaining sum $68+32=100$.

Full method

1. $68^2=(70-2)^2=4900-280+4=4624$.
2. $32^2=(30+2)^2=900+120+4=1024$.
3. Numerator $=4624-1024=3600$. Denominator $=68-32=36$.
4. $3600\div36=100$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉੱਪਰ $(68-32)(68+32)$ ਬਣਾਓ।

$68-32=36$ nonzero ਹੈ; ਕੱਟ ਕੇ $68+32=100$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $68^2=4900-280+4=4624$।
2. $32^2=900+120+4=1024$।
3. ਉੱਪਰ $4624-1024=3600$; ਹੇਠਾਂ $68-32=36$।
4. $3600\div36=100$।

Ex 84 **Medium — Simplify: $[(24 + 7)^2 - (24 - 7)^2]/(24 \times 7)$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $[(24 + 7)^2 - (24 - 7)^2]/(24 \times 7)$।

A) 2 **B)** 4 **C)** 24 **D)** 8

Answer: B — 4

Quick method (≈20–40 sec)

The top is 4ab with a=24,b=7; the bottom is ab.

ab is nonzero, so (4ab)/(ab)=4.

Full method

1. 24+7=31; 24−7=17.
2. 31^2=961 and 17^2=289. Numerator =961−289=672.
3. Denominator =24×7=168.
4. 672÷168=4 because 168×4=672.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉੱਪਰ 4ab ਹੈ, ਜਿੱਥੇ a=24,b=7; ਹੇਠਾਂ ab।

ab nonzero ਹੈ, ਇਸ ਲਈ (4ab)/(ab)=4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 24+7=31; 24−7=17।
2. 31^2=961 ਅਤੇ 17^2=289; ਉੱਪਰ 961−289=672।
3. ਹੇਠਾਂ 24×7=168।
4. 672÷168=4।

Ex 85 **Medium — At x = 17, find $(x^2 - 9)/(x - 3)$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x = 17 ਲਈ $(x^2 - 9)/(x - 3)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 14 **B)** 20 **C)** 17 **D)** 33

Answer: B — 20

Quick method (≈20–40 sec)

x^2−9=(x−3)(x+3), so the expression is x+3 for x≠3.

At x=17, the value is 17+3=20.

Full method

1. Substitute x=17. Original denominator =17−3=14≠0.
2. Numerator =17^2−9=289−9=280.
3. 280÷14=20.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

x^2−9=(x−3)(x+3); x≠3 ਲਈ expression x+3 ਹੈ।

x=17 ਪਾਓ: 17+3=20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. x=17 ਪਾਓ। ਅਸਲ denominator 17−3=14≠0।
2. ਉੱਪਰ 17^2−9=289−9=280।

3. 280÷14=20।

Ex 86 **Hard — Simplify: $(99^2 - 1)/(99^2 + 2 \times 99 + 1)$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(99^2 - 1)/(99^2 + 2 \times 99 + 1)$।

A) 0.99 **B)** 0.97 **C)** 1.02 **D)** 0.98

Answer: D — 0.98

Quick method (≈20–40 sec)

Top =(99−1)(99+1); bottom =$(99+1)^2$.

Cancel one 100: remaining 98/100=0.98.

Full method

1. 99^2=9801. Numerator =9801−1=9800.
2. Middle denominator term =2×99=198.
3. Denominator =9801+198+1=9999+1=10000.
4. The fraction is 9800/10000=98/100=0.98.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉੱਪਰ (99−1)(99+1); ਹੇਠਾਂ $(99+1)^2$।

ਇੱਕ 100 ਕੱਟੋ; ਬਾਕੀ 98/100=0.98।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 99^2=9801; numerator 9801−1=9800।
2. Denominator ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਪਦ 2×99=198।
3. ਹੇਠਾਂ 9801+198+1=10000।
4. 9800/10000=98/100=0.98।

Ex 87 **Hard — For a = 23 and b = 17, find $(a^2 - b^2)/(a + b) + (a^2 + 2ab + b^2)/(a + b)$.**

ਔਖਾ — a = 23 ਅਤੇ b = 17 ਲਈ $(a^2 - b^2)/(a + b) + (a^2 + 2ab + b^2)/(a + b)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 40 **B)** 34 **C)** 46 **D)** 6

Answer: C — 46

Quick method (≈20–40 sec)

a+b=40≠0. The first fraction becomes a−b and the second becomes a+b.

Their sum is 2a=2×23=46.

Full method

1. a+b=23+17=40, so both original denominators are nonzero.
2. a^2=529,b^2=289. First numerator =529−289=240; first fraction =240/40=6.
3. ab=23×17=391, so 2ab=782.
4. Second numerator =529+782+289=1311+289=1600; second fraction =1600/40=40.
5. Total =6+40=46.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

a+b=40≠0। ਪਹਿਲੀ fraction a−b ਅਤੇ ਦੂਜੀ a+b ਬਣਦੀ ਹੈ।

ਜੋੜ 2a=2×23=46।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. a+b=23+17=40; ਦੋਵੇਂ ਅਸਲ denominators nonzero ਹਨ।
2. a^2=529,b^2=289; ਪਹਿਲੀ fraction (529−289)/40=240/40=6।
3. ab=23×17=391; 2ab=782।
4. ਦੂਜੀ fraction (529+782+289)/40=1600/40=40।
5. ਕੁੱਲ 6+40=46।

Ex 88 **SSC CGL pattern — Simplify: $(103^2 + 97^2 - 2 \times 103 \times 97)/(103 - 97)$.**

SSC CGL pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(103^2 + 97^2 - 2 \times 103 \times 97)/(103 - 97)$।

A) 6 **B)** 12 **C)** 36 **D)** 200

Answer: A — 6

Quick method (≈20–40 sec)

Reorder the numerator as $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$.

The fraction is $(103-97)^2/(103-97)=103-97=6$.

Full method

1. 103^2=10609; 97^2=9409. Their sum is 20018.
2. 103×97=(100+3)(100−3)=10000−9=9991.
3. Twice that product =19982. Numerator =20018−19982=36.
4. Denominator =103−97=6≠0.
5. 36÷6=6.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Numerator ਨੂੰ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ ਵਾਂਗ ਪੜ੍ਹੋ।

Fraction $(103-97)^2/(103-97)=103-97=6$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 103^2=10609; 97^2=9409; ਜੋੜ 20018।
2. 103×97=10000−9=9991।
3. ਇਸਦਾ ਦੁੱਗਣਾ 19982; ਉੱਪਰ 20018−19982=36।
4. ਹੇਠਾਂ 103−97=6≠0।
5. 36÷6=6।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Missing the middle term:** $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, not a^2+b^2.
2. **Giving a negative last square:** $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$; b^2 is positive.
3. **Factoring a sum of squares incorrectly:** $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$, not a^2+b^2.
4. **Cancelling terms instead of factors:** $(x^2+9)/(x+3)$ cannot be reduced by cancelling x or 3 separately.
5. **Forgetting an excluded value:** $(x^2-9)/(x-3)=x+3$ only for $x\neq3$.
6. **Reversing the paired-square subtraction:** $(a-b)^2-(a+b)^2=-4ab$.

1. **ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਪਦ ਛੱਡਣਾ:** $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, ਸਿਰਫ਼ a^2+b^2 ਨਹੀਂ।
2. **ਅਖੀਰਲਾ square negative ਕਰਨਾ:** $(a-b)^2$ ਵਿੱਚ ਅਖੀਰ $+b^2$ ਹੈ।
3. **Squares ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਗਲਤ factor ਕਰਨਾ:** $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ ਹੈ, a^2+b^2 ਨਹੀਂ।
4. **Factors ਦੀ ਥਾਂ ਪਦ ਕੱਟਣਾ:** $(x^2+9)/(x+3)$ ਵਿੱਚ x ਜਾਂ 3 ਵੱਖਰੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟ ਸਕਦੇ।
5. **ਮਨਾਹੀ ਵਾਲਾ ਮੁੱਲ ਭੁੱਲਣਾ:** $(x^2-9)/(x-3)=x+3$ ਸਿਰਫ਼ $x\neq3$ ਲਈ।
6. **Paired squares ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਉਲਟਣਾ:** $(a-b)^2-(a+b)^2=-4ab$।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Identity recognition is useful in SSC-style simplification/algebra and selected Railways, banking and state numerical questions. The number of direct questions varies. Target 20–35 seconds for a visible identity and 35–50 seconds for two combined fractions. In Ex 88 the numerator is 6^2 and denominator is 6; options 36 and 12 correspond to stopping early or mishandling the division. In a cancellation question, inspect the denominator before expanding large squares.

Identity ਪਛਾਣ SSC-ਵਰਗੇ simplification/algebra ਅਤੇ ਚੁਣੇ Railways, banking, state numerical ਸਵਾਲਾਂ ਲਈ ਕੰਮ ਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਾਫ਼ identity ਲਈ 20–35 ਅਤੇ ਦੋ fractions ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ 35–50 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 88 ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ 6^2 ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ 6 ਹੈ। Option 36 ਵਿੱਚ division ਰਹਿ ਗਈ; 12 ਵੀ ਸਹੀ division ਨਹੀਂ। ਵੱਡੇ squares ਖੋਲ੍ਹਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ denominator ਵਿੱਚ ਕੱਟਣ ਵਾਲਾ factor ਵੇਖੋ।

TYPE 12 Cubic identities and given-value expressions

Cubic Identities ਅਤੇ ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲਾਂ ਤੋਂ Expression ਕੱਢਣਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Sometimes a question gives a combined quantity, such as x+y or xy, and asks for another expression. Think of two bundles containing x and y notebooks: x+y tells their combined count without telling each count. Algebraic identities let us use the combined information directly.

ਕਈ ਸਵਾਲ x+y ਜਾਂ xy ਵਰਗੀ ਮਿਲੀ ਮਾਤਰਾ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਹੋਰ expression ਪੁੱਛਦੇ ਹਨ। ਦੋ ਗੱਠਾਂ ਵਿੱਚ x ਅਤੇ y ਕਾਪੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ x+y ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਦਾ ਹੈ, ਹਰ ਗੱਠ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੱਖ ਨਹੀਂ। Algebraic identities ਨਾਲ ਮਿਲੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਸਿੱਧੀ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

Cubic identities organise products involving three copies of quantities. Given-value shortcuts usually avoid solving for every letter; they calculate only what the question asks.

Cubic identities ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। Given-value shortcuts ਵਿੱਚ ਹਰ ਅੱਖਰ ਵੱਖਰਾ ਕੱਢਣਾ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ; ਸਿੱਧੀ ਪੁੱਛੀ expression ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for $a^3\pm b^3$ over a matching quadratic expression; "if x+y=... and xy=..."; a given x+1/x or x−1/x; three quantities with sum zero; or shifted cubes such as $(x-1)^3$. The supplied information usually matches a known identity.

$a^3\pm b^3$ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ matching quadratic expression, "x+y=... ਅਤੇ xy=..." ਵਰਗੀ ਜਾਣਕਾਰੀ, x+1/x ਜਾਂ x−1/x ਦਾ ਦਿੱਤਾ ਮੁੱਲ, ਤਿੰਨ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ zero ਜਾਂ $(x-1)^3$ ਵਰਗੇ shifted cubes ਵੇਖੋ। ਦਿੱਤੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਅਕਸਰ ਕਿਸੇ identity ਨਾਲ ਮਿਲਦੀ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

The letters are placeholders for numbers. If $S=x+y$ and $P=xy$, expand $S^2=x^2+2xy+y^2$ to get $x^2+y^2=S^2-2P$. The value of the requested expression can be fixed even when the order of x and y is unknown. For cubes, expand $(a+b)^2(a+b)$: the mixed terms combine into $3a^2b+3ab^2=3ab(a+b)$.

ਅੱਖਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਥਾਂ ਹਨ। $S=x+y$ ਅਤੇ $P=xy$ ਲਵੋ। $S^2=x^2+2xy+y^2$ ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ $x^2+y^2=S^2-2P$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। x ਅਤੇ y ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਨਾ ਪਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵੀ ਪੁੱਛੀ expression ਦਾ ਇੱਕੋ ਮੁੱਲ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। Cubes ਲਈ $(a+b)^2(a+b)$ ਖੋਲ੍ਹੋ; mixed terms $3a^2b+3ab^2=3ab(a+b)$ ਬਣਦੇ ਹਨ।

Identity · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Useful cue · ਕੰਮ ਦਾ ਸੰਕੇਤ
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$	a,b are real. Multiply $(a+b)^2$ by $(a+b)$, then collect equal products. a,b real ਹਨ। $(a+b)^2$ ਨੂੰ $(a+b)$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕੋ products ਇਕੱਠੇ ਕਰੋ।	Know a+b and ab, or recognise a near-base cube. a+b ਅਤੇ ab ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ ਜਾਂ near-base cube ਹੋਵੇ।
$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$	Replace b by −b in the sum-cube identity; note the alternating signs. Sum-cube identity ਵਿੱਚ b ਦੀ ਥਾਂ −b ਪਾਓ; signs ਵਾਰੀ-ਵਾਰੀ ਬਦਲਦੇ ਹਨ।	$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$. Difference ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$।
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$	Expansion cancels $-a^2b$ with $+a^2b$ and $+ab^2$ with $-ab^2$. ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ mixed terms ਜੋੜੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।	The middle term in the quadratic factor is negative. Quadratic factor ਦਾ middle term negative ਹੈ।
$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	Expansion again cancels the mixed terms. ਗੁਣਾ ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ mixed terms ਫਿਰ ਕੱਟਦੇ ਹਨ।	The quadratic factor now has all three plus signs. ਹੁਣ quadratic factor ਦੇ ਤਿੰਨੇ ਪਦ ਜੋੜ ਵਾਲੇ ਹਨ।
If $S=x+y, P=xy$: $x^2+y^2=S^2-2P$; $x^3+y^3=S^3-3PS$	S is the sum and P the product. Rearrange the expanded square/cube of the sum. S ਜੋੜ ਅਤੇ P product ਹੈ। Sum ਦੇ square/cube ਨੂੰ ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ ਪੁੱਛੇ ਪਦ ਇਕੱਲੇ ਕਰੋ।	Use S and P directly; do not automatically solve for x,y. S ਅਤੇ P ਸਿੱਧੇ ਵਰਤੋ; ਹਰ ਵਾਰ x,y ਵੱਖ ਨਾ ਕੱਢੋ।
If $D=x-y, P=xy$: $x^2+y^2=D^2+2P$; $x^3-y^3=D^3+3PD$	D is the difference. Rearrange the difference-square and difference-cube identities. D ਫ਼ਰਕ ਹੈ। Difference-square ਅਤੇ difference-cube identities ਨੂੰ ਲੋੜ ਮੁਤਾਬਕ ਬਦਲੋ।	The sign before 2P or 3PD is plus here. ਇੱਥੇ 2P ਜਾਂ 3PD ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ plus ਹੈ।

Identity · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Useful cue · ਕੰਮ ਦਾ ਸੰਕੇਤ
$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2(xy)^2$	Use the square-sum identity again with $a=x^2, b=y^2$. This is the same square identity applied twice. Square identity ਮੁੜ ਵਰਤੋ, ਇਸ ਵਾਰ $a=x^2, b=y^2$। ਇਹ ਨਵਾਂ ਜਾਦੂ ਨਹੀਂ; ਉਹੀ identity ਦੂਜੀ ਵਾਰ ਹੈ।	First find x^2+y^2; then square it and subtract $2P^2$. ਪਹਿਲਾਂ x^2+y^2, ਫਿਰ ਉਸਦਾ square ਅਤੇ ਅਖੀਰ $2P^2$ ਘਟਾਓ।
If $t=x+1/x$: $x^2+1/x^2=t^2-2$; $x^3+1/x^3=t^3-3t$	$x\neq0$, t is the given sum. The product $x\times(1/x)=1$, so put $P=1$ into the sum identities. $x\neq0$; t ਦਿੱਤਾ ਜੋੜ ਹੈ। $x\times(1/x)=1$ ਕਰਕੇ sum identities ਵਿੱਚ $P=1$ ਪਾਓ।	Do not find x unless the requested expression needs it. ਪੁੱਛੀ expression ਲਈ ਲੋੜ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ x ਨਾ ਕੱਢੋ।
If $r=x-1/x$: $x^2+1/x^2=r^2+2$; $x^3-1/x^3=r^3+3r$	$x\neq0$, r is the given difference. Put the product 1 into the difference identities. $x\neq0$; r ਦਿੱਤਾ ਫ਼ਰਕ ਹੈ। Difference identities ਵਿੱਚ product 1 ਲਵੋ।	A minus in the given expression changes the signs of the correction terms. ਦਿੱਤੇ expression ਦਾ minus correction terms ਦੇ signs ਬਦਲਦਾ ਹੈ।
$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$	a,b,c are real. Expand the product and cancel the pairwise mixed terms. a,b,c real ਹਨ। Product ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ pairwise mixed terms ਕੱਟਣ ਨਾਲ identity ਮਿਲਦੀ ਹੈ।	If $a+b+c=0$, then $a^3+b^3+c^3=3abc$. $a+b+c=0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ sum of cubes$=3abc$।
$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]/2$	Expand the three squares; each a^2, b^2, c^2 occurs twice. The right side is nonnegative for real a,b,c. ਤਿੰਨ squares ਖੋਲ੍ਹੋ; ਹਰ a^2, b^2, c^2 ਦੋ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। Real a,b,c ਲਈ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ nonnegative ਹੈ।	This factor is zero exactly when $a=b=c$. ਇਹ factor ਤਦੋਂ ਹੀ zero ਹੈ ਜਦੋਂ $a=b=c$।
If $a+b+c=0$: $a^2+b^2+c^2=-2(ab+bc+ca)$	Square the zero sum and rearrange. The symbols ab,bc,ca are the three pairwise products. Zero sum ਦਾ square ਕਰਕੇ ਪਦ ਬਦਲੋ। ab,bc,ca ਤਿੰਨ ਜੋੜੀਆਂ ਦੇ products ਹਨ।	Useful when both second and third powers occur. Second ਅਤੇ third powers ਇਕੱਠੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਕੰਮ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Do not reverse the three-variable rule blindly ਤਿੰਨ ਅੱਖਰਾਂ ਵਾਲੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਸ਼ਰਤ ਉਲਟਾ ਨਾ ਕਰੋ

From $a+b+c=0$ we may always conclude $a^3+b^3+c^3=3abc$. But the reverse statement is not always true. With $a=b=c=2$, the cube sum is $8+8+8=24$ and $3abc=24$, while the sum is 6. The product identity says either $a+b+c=0$ or $a=b=c$. If the quantities are known not to be all equal, the zero-sum conclusion becomes valid.

$a+b+c=0$ ਤੋਂ ਹਮੇਸ਼ਾ $a^3+b^3+c^3=3abc$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਉਲਟਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਹੀ ਨਹੀਂ। $a=b=c=2$ ਲਈ cubes ਦਾ ਜੋੜ 24 ਅਤੇ $3abc$ ਵੀ 24 ਹੈ, ਪਰ ਜੋੜ 6 ਹੈ। Product identity ਮੁਤਾਬਕ ਜਾਂ $a+b+c=0$, ਜਾਂ $a=b=c$। ਤਿੰਨੇ ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਹੋਣ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ zero-sum ਵਾਲਾ ਨਤੀਜਾ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

Use a ratio only for a scale-free expression Ratio ਵਿੱਚੋਂ ਸੌਖੇ ਮੁੱਲ ਕਦੋਂ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ?

If $a/b=2/3$ and $b\neq0$, write $a=2k, b=3k$ with $k\neq0$. Then $(a^2+b^2)/(ab)=(4k^2+9k^2)/(6k^2)=13/6$. Taking $a=2, b=3$ is safe for this expression because its common scale cancels. It is not safe for a^2+b^2 alone: that value is $13k^2$ and depends on k.

Always check the original denominator before using ratio-sized values.

a/b=2/3 ਅਤੇ b≠0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ a=2k,b=3k, ਜਿੱਥੇ k≠0। ਫਿਰ $(a^2+b^2)/(ab)=(4k^2+9k^2)/(6k^2)=13/6$। ਇੱਥੇ a=2,b=3 ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ common scale ਕੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਸਿਰਫ਼ a^2+b^2 ਲਈ ਨਹੀਂ; ਉਹ $13k^2$ ਹੈ ਅਤੇ k ਨਾਲ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। Ratio ਵਾਲੇ ਛੋਟੇ ਮੁੱਲ ਲੈਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸਲ denominator ਜਾਂਚੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. List what is given: sum, difference, product, reciprocal sum/difference or a zero sum. Define a short letter only if it helps.
   ਦਿੱਤੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਲਿਖੋ: sum, difference, product, reciprocal ਵਾਲਾ ਜੋੜ/ਫ਼ਰਕ ਜਾਂ zero sum। ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਛੋਟਾ letter ਰੱਖੋ।
2. Match the exact target to an identity. Check whether it asks for a sum or a difference of powers.
   ਪੁੱਛੀ expression ਨੂੰ ਠੀਕ identity ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ। Powers ਦਾ ਜੋੜ ਪੁੱਛਿਆ ਹੈ ਜਾਂ ਘਟਾਓ, ਧਿਆਨ ਕਰੋ।
3. Substitute the given combined values; avoid solving for individual variables when the target is already determined.
   ਮਿਲੇ ਹੋਏ ਮੁੱਲ ਸਿੱਧੇ ਪਾਓ। Target ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਕਲ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹਰ variable ਵੱਖਰਾ ਕੱਢਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ।
4. For a cubic fraction, factor before computing cubes and cancel only nonzero factors. For a three-variable product identity, inspect both possible zero factors.
   Cubic fraction ਵਿੱਚ cubes ਕੱਢਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ factors ਬਣਾਓ ਅਤੇ nonzero factors ਕੱਟੋ। ਤਿੰਨ-variable identity ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ zero-factor ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਵੇਖੋ।
5. Complete the arithmetic. Check real-value/sign conditions and confirm the result by another identity or valid substitution where available.
   ਹਿਸਾਬ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। Real ਮੁੱਲ ਅਤੇ signs ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਜਾਂਚੋ; ਹੋ ਸਕੇ ਤਾਂ ਦੂਜੀ identity ਜਾਂ valid substitution ਨਾਲ ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Store the given sum/product, not the unknown numbers. If x+y=S and xy=P, the target x^3+y^3 is S^3-3PS in one substitution. A matching cubic numerator/denominator often cancels to a±b immediately. For a zero sum, use sum of cubes=3abc. These work by the expanded identities above. They do not justify assuming missing signs, cancelling a zero factor, or concluding a zero sum from $a^3+b^3+c^3=3abc$ when all-equal values remain possible.

Unknown ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਥਾਂ ਦਿੱਤਾ sum/product ਯਾਦ ਰੱਖੋ। x+y=S ਅਤੇ xy=P ਹੋਣ ਤਾਂ x^3+y^3 ਲਈ ਸਿੱਧਾ S^3-3PS। Matching cubic numerator/denominator ਅਕਸਰ ਕੱਟ ਕੇ a±b ਬਣਦਾ ਹੈ। Zero sum ਹੋਵੇ ਤਾਂ sum of cubes=3abc। ਇਹ ਉੱਪਰ ਖੋਲ੍ਹੀਆਂ identities ਕਰਕੇ ਸਹੀ ਹਨ। ਗੁੰਮ signs ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਲੈਣਾ, zero factor ਕੱਟਣਾ ਜਾਂ all-equal ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੁੰਦਿਆਂ cubic equality ਤੋਂ zero sum ਕੱਢਣਾ ਗਲਤ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 89 **Easy — Simplify: $(12^3 - 8^3)/(12^2 + 12 \times 8 + 8^2)$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(12^3 - 8^3)/(12^2 + 12 \times 8 + 8^2)$।

A) 20 B) 400 C) 8 D) 4

Answer: D — 4

Quick method (≈20–40 sec)

Top $=(12-8)(12^2+12\times8+8^2)$.

The common quadratic factor is positive, so it cancels. Answer 12−8=4.

Full method

1. $12^3=1728$ and $8^3=512$. Numerator $=1728-512=1216$.
2. $12^2=144$; $12\times8=96$; $8^2=64$. Denominator $=144+96+64=240+64=304$.
3. $1216\div304=4$ because $304\times4=1216$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਉੱਪਰ $(12-8)(12^2+12\times8+8^2)$ ਬਣਦਾ ਹੈ।

Common quadratic factor positive ਹੈ; ਕੱਟ ਕੇ 12−8=4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $12^3=1728$ ਅਤੇ $8^3=512$; numerator 1216।
2. ਹੇਠਾਂ 144+96+64=304।
3. $1216\div304=4$ ਕਿਉਂਕਿ $304\times4=1216$।

Ex 90 **Easy — If $x + y = 13$ and $xy = 40$, find $x^2 + y^2$.**

ਸੌਖਾ — $x + y = 13$ ਅਤੇ $xy = 40$ ਹੋਣ ਤਾਂ $x^2 + y^2$ ਲੱਭੋ।

A) 169 **B)** 89 **C)** 129 **D)** 49

Answer: B — 89

Quick method (≈20–40 sec)

Use $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$.

$13^2-80=169-80=89$.

Full method

1. Square the given sum: $(x+y)^2=13^2=169$.
2. Expand: $x^2+2xy+y^2=169$.
3. Substitute $xy=40$: $x^2+80+y^2=169$.
4. Subtract 80: $x^2+y^2=89$.
5. Check with the compatible pair 8,5: $8+5=13$ and $8\times5=40$; $64+25=89$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ ਵਰਤੋ।

$13^2-80=169-80=89$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦਿੱਤੇ ਜੋੜ ਦਾ square $(x+y)^2=169$।
2. ਖੋਲ੍ਹੋ: $x^2+2xy+y^2=169$।
3. $xy=40$ ਪਾਓ: $x^2+80+y^2=169$।
4. 80 ਘਟਾ ਕੇ $x^2+y^2=89$।
5. 8,5 ਨਾਲ ਜਾਂਚ: ਜੋੜ 13, product 40 ਅਤੇ squares ਦਾ ਜੋੜ 64+25=89।

Ex 91 **Medium — Simplify: $(17^3 + 13^3)/(17^2 - 17 \times 13 + 13^2)$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(17^3 + 13^3)/(17^2 - 17 \times 13 + 13^2)$।

A) 30 **B)** 4 **C)** 60 **D)** 900

Answer: A — 30

Quick method (≈20–40 sec)

It is $(a^3+b^3)/(a^2-ab+b^2)=a+b$ when the denominator is nonzero.

$17+13=30$.

Full method

1. $17^3=4913$; $13^3=2197$. Numerator $=4913+2197=7110$.
2. $17^2=289$; $17\times13=221$; $13^2=169$.
3. Denominator $=289-221+169=68+169=237\neq0$.
4. $7110\div237=30$ because $237\times30=7110$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਇਹ $(a^3+b^3)/(a^2-ab+b^2)=a+b$ ਦਾ ਰੂਪ ਹੈ, ਜਦੋਂ denominator nonzero ਹੋਵੇ।

$17+13=30$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $17^3=4913$; $13^3=2197$; numerator 7110।
2. $17^2=289$; $17\times13=221$; $13^2=169$।
3. ਹੇਠਾਂ $289-221+169=237\neq0$।
4. $7110\div237=30$।

Ex 92 **Medium — For real $x \neq 0$, if $x + 1/x = 4$, find $x^3 + 1/x^3$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Real $x \neq 0$ ਲਈ $x + 1/x = 4$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $x^3 + 1/x^3$ ਲੱਭੋ।

A) 64 **B)** 56 **C)** 52 **D)** 60

Answer: C — 52

Quick method (≈20–40 sec)

For $t=x+1/x$, the cubic target is t^3-3t.

$4^3-3\times4=64-12=52$.

Full method

1. Square the given equation: $(x+1/x)^2=16$.
2. Expand using $x\times(1/x)=1$: $x^2+2+1/x^2=16$, so $x^2+1/x^2=14$.
3. Multiply this by $x+1/x=4$: $(x^2+1/x^2)(x+1/x)=14\times4=56$.
4. Expansion gives $x^3+x+1/x+1/x^3=56$.
5. Use $x+1/x=4$: $x^3+1/x^3+4=56$.
6. Subtract 4: $x^3+1/x^3=52$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$t=x+1/x$ ਲਈ cubic target t^3-3t ਹੈ।

$4^3-3\times4=64-12=52$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦਿੱਤੀ equation ਦਾ square $(x+1/x)^2=16$।
2. ਖੋਲ੍ਹੋ: $x^2+2+1/x^2=16$; ਇਸ ਲਈ $x^2+1/x^2=14$।
3. ਇਸਨੂੰ $x+1/x=4$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ: product $14\times4=56$।
4. ਖੋਲ੍ਹਣ 'ਤੇ $x^3+x+1/x+1/x^3=56$।
5. $x+1/x=4$ ਪਾ ਕੇ $x^3+1/x^3+4=56$।
6. 4 ਘਟਾਓ: $x^3+1/x^3=52$।

Ex 93 **Medium — If $x - y = 5$ and $xy = 14$, find $x^3 - y^3$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — $x - y = 5$ ਅਤੇ $xy = 14$ ਹੋਣ ਤਾਂ $x^3 - y^3$ ਲੱਭੋ।

A) 125 **B)** 195 **C)** 335 **D)** 405

Answer: C — 335

Quick method (≈20–40 sec)

Use D^3+3PD with $D=5,P=14$.

$125+3\times14\times5=125+210=335$.

Full method

1. $(x-y)^2=25$, so $x^2-2xy+y^2=25$.
2. Put $xy=14$: $x^2+y^2-28=25$, hence $x^2+y^2=53$.
3. Now $x^2+xy+y^2=53+14=67$.
4. Factor the target: $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$.
5. Substitute: $5\times67=335$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$D=5,P=14$ ਨਾਲ D^3+3PD ਵਰਤੋ।

$125+3\times14\times5=125+210=335$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $(x-y)^2=25$; ਇਸ ਲਈ $x^2-2xy+y^2=25$।
2. $xy=14$ ਪਾਓ: $x^2+y^2-28=25$; squares ਦਾ ਜੋੜ 53।
3. $x^2+xy+y^2=53+14=67$।
4. Target ਦੇ factors $(x-y)(x^2+xy+y^2)$ ਹਨ।
5. ਮੁੱਲ ਪਾ ਕੇ $5\times67=335$।

Ex 94 **Hard — Real a,b,c satisfy $a + b + c = 0$, $ab + bc + ca = -19$ and $abc = -30$. Find $a^3 + b^3 + c^3 + a^2 + b^2 + c^2$.**

ਔਖਾ — Real a,b,c ਲਈ $a + b + c = 0$, $ab + bc + ca = -19$ ਅਤੇ $abc = -30$ ਹਨ। $a^3 + b^3 + c^3 + a^2 + b^2 + c^2$ ਲੱਭੋ।

A) −52 **B)** −90 **C)** 38 **D)** 52

Answer: A — -52

Quick method (≈20–40 sec)

Zero sum gives cube sum $=3abc=-90$. It also gives square sum $=-2(ab+bc+ca)=38$.

Add the two completed blocks: $-90+38=-52$.

Full method

1. Since a+b+c=0, the cubic identity gives $a^3+b^3+c^3=3abc$.
2. Substitute abc=−30: cube sum =3×(−30)=−90.
3. Square a+b+c=0: $a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=0$.
4. Substitute −19: square sum +2×(−19)=0, so square sum =38.
5. The requested total is −90+38=−52.
6. Consistency check: a=2,b=3,c=−5 gives sum 0, pair-product sum 6−15−10=−19 and product −30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Zero sum ਨਾਲ cubes ਦਾ ਜੋੜ 3abc=−90 ਅਤੇ squares ਦਾ ਜੋੜ −2(ab+bc+ca)=38।

ਦੋ ਗਰੁੱਪ ਜੋੜੋ: −90+38=−52।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. a+b+c=0 ਕਰਕੇ cubes ਦਾ ਜੋੜ 3abc ਹੈ।
2. abc=−30 ਪਾਓ: cube sum −90।
3. Zero sum ਦਾ square: $a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=0$।
4. Pair-product sum −19 ਪਾਓ: square sum −38=0; ਇਸ ਲਈ square sum 38।
5. ਪੁੱਛਿਆ ਕੁੱਲ −90+38=−52।
6. ਜਾਣਕਾਰੀ ਦੀ ਜਾਂਚ: 2,3,−5 ਦਾ ਜੋੜ 0, pair-product sum 6−15−10=−19 ਅਤੇ product −30 ਹੈ।

Ex 95 **Hard — If real x,y satisfy x + y = 9 and xy = 18, find $x^4 + y^4$.**

ਔਖਾ — Real x,y ਲਈ x + y = 9 ਅਤੇ xy = 18 ਹਨ। $x^4 + y^4$ ਲੱਭੋ।

A) 2025 **B)** 1377 **C)** 1701 **D)** 729

Answer: B — 1377

Quick method (≈20–40 sec)

First $x^2+y^2=9^2-36=45$. Apply the same square identity again: $x^4+y^4=45^2-2\times18^2$.

2025−648=1377.

Full method

1. From x+y=9, write y=9−x.
2. Substitute into xy=18: x(9−x)=18, so $x^2-9x+18=0$.
3. Factor: (x−3)(x−6)=0. Thus x is 3 or 6; y is the other value.
4. $3^4=(3^2)^2=9^2=81$.
5. $6^4=(6^2)^2=36^2=1296$.
6. Add: 81+1296=1377. Both possible orders give the same result.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾਂ $x^2+y^2=9^2-36=45$। ਉਹੀ square identity ਮੁੜ ਲਾਓ: $x^4+y^4=45^2-2\times18^2$।

2025−648=1377।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. x+y=9 ਤੋਂ y=9−x।
2. xy=18 ਵਿੱਚ ਪਾਓ: x(9−x)=18; $x^2-9x+18=0$।
3. Factors (x−3)(x−6)=0; x 3 ਜਾਂ 6 ਹੈ ਅਤੇ y ਦੂਜਾ ਮੁੱਲ।
4. $3^4=9^2=81$।

5. $6^4=36^2=1296$।

6. ਜੋੜ 81+1296=1377; ਕ੍ਰਮ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਜਵਾਬ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।

Ex 96 **SSC CGL pattern — For real z, $(z-1)^3+(z-6)^3+(z-14)^3=3(z-1)(z-6)(z-14)$. Find z.**

SSC CGL pattern — Real z ਲਈ $(z-1)^3+(z-6)^3+(z-14)^3=3(z-1)(z-6)(z-14)$। z ਲੱਭੋ।

A) 1 **B)** 6 **C)** 14 **D)** 7

Answer: D — 7

Quick method (≈20–40 sec)

Let the three shifted terms be u,v,w. They cannot all be equal because their differences are fixed nonzero numbers.

Therefore u+v+w=0: (z−1)+(z−6)+(z−14)=3z−21=0, giving z=7.

Full method

1. Set u=z−1,v=z−6,w=z−14. The given equation is $u^3+v^3+w^3-3uvw=0$.
2. Factor: (u+v+w)Q=0, where $Q=[(u-v)^2+(v-w)^2+(w-u)^2]/2$.
3. Here u−v=5, v−w=8 and w−u=−13. Thus $Q=(25+64+169)/2=258/2=129\neq 0$.
4. Divide by 129: u+v+w=0, so 3z−21=0.
5. 3z=21; z=7.
6. Substitute z=7: shifted terms 6,1,−7. Cube sum =216+1−343=−126; product side =3×6×1×(−7)=−126.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਤਿੰਨ shifted terms ਨੂੰ u,v,w ਲਵੋ। ਉਹ ਤਿੰਨੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਫ਼ਰਕ ਪੱਕੇ nonzero ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ u+v+w=0: 3z−21=0, ਜਿਸ ਤੋਂ z=7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. u=z−1,v=z−6,w=z−14 ਲਵੋ। ਦਿੱਤੀ equation $u^3+v^3+w^3-3uvw=0$ ਹੈ।
2. Factors (u+v+w)Q=0, ਜਿੱਥੇ Q ਤਿੰਨ pairwise differences ਦੇ squares ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ।
3. u−v=5, v−w=8 ਅਤੇ w−u=−13; Q=(25+64+169)/2=129≠0।
4. 129 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ u+v+w=0; ਇਸ ਲਈ 3z−21=0।
5. 3z=21; z=7।
6. ਵਾਪਸ ਪਾਓ: terms 6,1,−7; cubes ਦਾ ਜੋੜ 216+1−343=−126 ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਪਾਸਾ 3×6×1×(−7)=−126।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Using the wrong cubic factor:** a^3+b^3 has a^2-ab+b^2; a^3-b^3 has a^2+ab+b^2.
2. **Confusing the cube of a sum with the sum of cubes:** $(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$.
3. **Forgetting the reciprocal product is 1:** x×(1/x)=1, so the square correction is 2 and the cubic correction is 3t.
4. **Finding x,y unnecessarily:** use their sum/product directly when the target is symmetric.
5. **Reversing a zero-sum implication:** cubic equality can also hold when all three quantities are equal.
6. **Assuming ratio values fix absolute size:** a/b=2/3 does not force a=2,b=3.

1. **Cubic factor ਦੇ signs ਬਦਲਣਾ:** a^3+b^3 ਵਿੱਚ a^2-ab+b^2; a^3-b^3 ਵਿੱਚ a^2+ab+b^2।
2. **Sum ਦਾ cube ਅਤੇ cubes ਦਾ sum ਮਿਲਾਉਣਾ:** $(x+y)^3$ ਵਿੱਚ 3xy(x+y) ਵਾਧੂ ਹੈ।
3. **Reciprocal product 1 ਭੁੱਲਣਾ:** x×(1/x)=1; ਇਸ ਲਈ square correction 2 ਅਤੇ cubic correction 3t ਹੈ।

4. ਬੇਲੋੜੇ x,y ਕੱਢਣਾ: symmetric target ਲਈ sum/product ਸਿੱਧੇ ਵਰਤੋ।
5. Zero-sum ਨਿਯਮ ਬਿਨਾਂ ਸ਼ਰਤ ਉਲਟਾਉਣਾ: ਤਿੰਨੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ 'ਤੇ ਵੀ cubic equality ਸਹੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।
6. Ratio ਤੋਂ ਅਸਲ size ਮੰਨ ਲੈਣਾ: a/b=2/3 ਦਾ ਮਤਲਬ ਲਾਜ਼ਮੀ a=2,b=3 ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Cubic and reciprocal identities are useful in algebra-oriented simplification, especially SSC-style questions, and selected Railways/state patterns. Banking arithmetic may use the same identities inside mixed calculations. Frequency and depth vary by exam. Target 20–35 seconds for a direct sum/product substitution and 35–60 seconds for reciprocal or three-variable forms. In Ex 95, a target of fourth powers is not $(x+y)^4$; first form the square sum 45. In Ex 96, quick option substitution can identify 7, but the identity proves why no other real value works.

Cubic ਅਤੇ reciprocal identities algebra ਵਾਲੇ simplification, ਖ਼ਾਸ ਕਰਕੇ SSC-ਵਰਗੇ ਅਤੇ ਚੁਣੇ Railways/state patterns ਲਈ ਕੰਮ ਦੀਆਂ ਹਨ। Banking ਦੇ ਮਿਲੇ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਵੀ ਇਹੋ rules ਲੱਗ ਸਕਦੇ ਹਨ। Frequency ਅਤੇ ਔਖਾਪਣ exam ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਹਨ। ਸਿੱਧੇ sum/product ਲਈ 20–35 ਅਤੇ reciprocal ਜਾਂ ਤਿੰਨ-variable ਰੂਪ ਲਈ 35–60 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 95 ਵਿੱਚ fourth powers ਦਾ ਜੋੜ $(x+y)^4$ ਨਹੀਂ; ਪਹਿਲਾਂ square sum 45 ਬਣਾਓ। Ex 96 ਵਿੱਚ options ਪਾ ਕੇ 7 ਮਿਲ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ identity ਸਾਬਤ ਕਰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਹੋਰ real ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਣਦਾ।

TYPE 13 Telescoping sums and products

ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਜਾਂ Factors ਕੱਟਣਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A telescoping calculation is a chain whose middle entries cancel after a suitable rewrite. Think of a shop ledger: a payment and an equal refund cancel each other, leaving only unmatched entries. In a fraction sum, matching positive and negative terms cancel; in a product, matching numerator and denominator factors cancel.

Telescoping ਹਿਸਾਬ ਇੱਕ ਲੜੀ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਠੀਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ 'ਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਹਿੱਸੇ ਕੱਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਦੁਕਾਨ ਦੀ ਵਹੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਭੁਗਤਾਨ ਅਤੇ ਉਤਨਾ ਹੀ refund ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ; ਬਿਨਾਂ ਜੋੜੀ ਵਾਲੀਆਂ entries ਬਚਦੀਆਂ ਹਨ। Fraction ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚ positive ਅਤੇ negative ਪਦ, product ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ factors ਕੱਟਦੇ ਹਨ।

The shortcut is not "ignore the middle". First prove that the middle terms really have partners. Missing terms, different gaps or changed signs can leave extra terms behind.

Shortcut ਦਾ ਮਤਲਬ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਹਿਸਾਬ ਬਿਨਾਂ ਵੇਖੇ ਛੱਡਣਾ ਨਹੀਂ। ਪਹਿਲਾਂ ਪੱਕਾ ਕਰੋ ਕਿ ਹਰ ਕੱਟਣ ਵਾਲੇ ਪਦ ਦਾ ਸਾਥੀ ਮੌਜੂਦ ਹੈ। ਕੋਈ term ਗੁੰਮ ਹੋਵੇ, gap ਬਦਲੇ ਜਾਂ sign ਬਦਲੇ ਤਾਂ ਹੋਰ ਪਦ ਵੀ ਬਚ ਸਕਦੇ ਹਨ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for denominators such as $3\times4, 4\times5, 5\times6$; a constant gap such as $3\times5, 5\times7, 7\times9$; products such as $(3/4)\times(4/5)\times(5/6)$; or factors $1-1/n$ and $1-1/n^2$. Check how the starting numbers move from one term to the next.

$3\times4, 4\times5, 5\times6$ ਵਰਗੇ denominators; $3\times5, 5\times7, 7\times9$ ਵਰਗਾ ਇੱਕੋ gap; $(3/4)\times(4/5)\times(5/6)$ ਵਰਗਾ product ਜਾਂ $1-1/n$ ਅਤੇ $1-1/n^2$ ਵਾਲੇ factors ਵੇਖੋ। ਹਰ ਅਗਲੇ ਪਦ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਅੰਕ ਕਿੰਨਾ ਵਧਦਾ ਹੈ, ਇਹ ਵੀ ਜਾਂਚੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Subtract two reciprocals: $1/n-1/(n+1)=[(n+1)-n]/[n(n+1)]=1/[n(n+1)]$. Here n is a positive integer. Thus a fraction with two consecutive factors can become a difference. In the next term, the negative reciprocal from the first

term can meet an equal positive reciprocal and cancel.

ਦੋ reciprocals ਘਟਾਓ: 1/n−1/(n+1)=[(n+1)−n]/[n(n+1)]=1/[n(n+1)]। ਇੱਥੇ n positive integer ਹੈ। ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ factors ਵਾਲੀ fraction ਨੂੰ ਫ਼ਰਕ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਗਲੇ ਪਦ ਦਾ positive reciprocal ਪਿਛਲੇ ਦੇ negative reciprocal ਨਾਲ ਮਿਲ ਕੇ ਕੱਟ ਸਕਦਾ ਹੈ।

Original term · ਅਸਲ ਪਦ	Rewrite · ਬਦਲਿਆ ਰੂਪ	What cancels · ਕੀ ਕੱਟਦਾ ਹੈ
1/(3×4)	1/3−1/4	−1/4 meets +1/4 in the next row. −1/4 ਅਗਲੀ ਕਤਾਰ ਦੇ +1/4 ਨਾਲ ਕੱਟੇਗਾ।
1/(4×5)	1/4−1/5	−1/5 meets +1/5 in the next row. −1/5 ਅਗਲੀ ਕਤਾਰ ਦੇ +1/5 ਨਾਲ ਕੱਟੇਗਾ।
1/(5×6)	1/5−1/6	Only +1/3 and −1/6 remain in the full sum. ਪੂਰੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ +1/3 ਅਤੇ −1/6 ਬਚਦੇ ਹਨ।

The sum in the table is 1/3−1/6=1/6. This cancellation is addition of opposites, not cancellation of arbitrary denominators across plus signs. For a product, (3/4)×(4/5)×(5/6)=(3×4×5)/(4×5×6)=3/6=1/2; here the cancelled objects really are factors.

ਸਾਰਣੀ ਦਾ ਜੋੜ 1/3−1/6=1/6 ਹੈ। ਇਹ ਉਲਟ signs ਵਾਲੇ ਬਰਾਬਰ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ; plus ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ ਮਨਮਰਜ਼ੀ ਦੇ denominators ਕੱਟਣਾ ਨਹੀਂ। Product ਵਿੱਚ (3/4)×(4/5)×(5/6)=(3×4×5)/(4×5×6)=3/6=1/2; ਇੱਥੇ ਸੱਚਮੁੱਚ factors ਕੱਟਦੇ ਹਨ।

Rule · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Boundary check · ਸ਼ੁਰੂ–ਅਖੀਰ ਜਾਂਚ
1/[n(n+k)]=(1/n−1/(n+k))/k	n,k are positive integers. Subtraction gives numerator k, so divide by k to recover numerator 1. n,k positive integers ਹਨ। Reciprocals ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ ਉੱਪਰ k ਆਉਂਦਾ ਹੈ; numerator 1 ਬਣਾਉਣ ਲਈ k ਨਾਲ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ।	1/(4×6)=(1/4−1/6)/2
Sum of 1/[n(n+1)], n=m through N, is 1/m−1/(N+1)	m is the first starting factor,N the last; 1≤m≤N. Consecutive inner reciprocals cancel. m ਪਹਿਲੇ ਪਦ ਦਾ ਪਹਿਲਾ factor ਅਤੇ N ਆਖਰੀ ਪਦ ਦਾ ਪਹਿਲਾ factor ਹੈ। 1≤m≤N। ਅੰਦਰਲੇ reciprocals ਕੱਟਦੇ ਹਨ।	Use the very first numerator-side reciprocal and the very last denominator-side reciprocal. ਪਹਿਲੇ ਪਦ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਅਤੇ ਆਖਰੀ ਪਦ ਦਾ ਦੂਜਾ reciprocal ਰੱਖੋ।
For starting factors m,m+k up to N, sum of 1/[n(n+k)] is (1/m−1/(N+k))/k	k>0,m>0; N=m+rk for a nonnegative integer r. The next starting factor must match the previous ending factor. k>0,m>0; N=m+rk ਅਤੇ r ਗੈਰ-ਰਿਣਾਤਮਕ integer ਹੈ। ਅਗਲੇ ਪਦ ਦਾ ਪਹਿਲਾ factor ਪਿਛਲੇ ਦੇ ਅਖੀਰਲੇ ਨਾਲ ਮਿਲਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।	1/(3×5)+1/(5×7)=(1/3−1/7)/2

Rule · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Boundary check · ਸ਼ੁਰੂ–ਅਖੀਰ ਜਾਂਚ
For consecutive n=m through N: sum of 1/[n(n+2)] = (1/m+1/(m+1)−1/(N+1)−1/(N+2))/2	1≤m≤N. The gap is 2 but starting factors advance by 1, so two front and two back reciprocal terms survive. 1≤m≤N। ਅੰਦਰ gap 2 ਪਰ starting factors ਇੱਕ-ਇੱਕ ਵਧਦੇ ਹਨ; ਇਸ ਲਈ ਅੱਗੇ ਦੇ ਦੋ ਅਤੇ ਪਿੱਛੇ ਦੇ ਦੋ reciprocals ਬਚਦੇ ਹਨ।	Do not keep just one term at either end. ਹਰ ਪਾਸੇ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਪਦ ਨਾ ਰੱਖੋ।
Product of n/(n+1), n=m through N, equals m/(N+1)	m,N are positive integers,m≤N. All internal numerator/denominator factors match. m,N positive integers ਅਤੇ m≤N ਹਨ। ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ factors ਮਿਲ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।	(4/5)×(5/6)×(6/7)=4/7
Product of (1−1/n), n=m through N, equals (m−1)/N	2≤m≤N. Rewrite each factor as (n−1)/n and cancel matching factors. 2≤m≤N। ਹਰ factor ਨੂੰ (n−1)/n ਬਣਾਕੇ matching factors ਕੱਟੋ।	(1−1/4)(1−1/5)=(3/4)(4/5)=3/5
Product of (1+1/n), n=m through N, equals (N+1)/m	1≤m≤N. Each factor becomes (n+1)/n, the reciprocal direction of the ordinary cancelling chain. 1≤m≤N। ਹਰ factor (n+1)/n ਬਣਦਾ ਹੈ; ਆਮ chain ਤੋਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ factors ਕੱਟਦੇ ਹਨ।	(1+1/3)(1+1/4)=(4/3)(5/4)=5/3
Product of (1−1/n²), n=m through N, equals (m−1)(N+1)/(mN)	2≤m≤N. Factor each as [(n−1)/n]×[(n+1)/n] and apply the preceding two product rules. 2≤m≤N। ਹਰ factor [(n−1)/n]×[(n+1)/n] ਬਣਦਾ ਹੈ। ਉੱਪਰਲੇ ਦੋ product rules ਲਗਾਓ।	Two separate cancelling chains leave four boundary factors. ਦੋ ਵੱਖ chains ਕੱਟ ਕੇ ਚਾਰ boundary factors ਬਚਦੀਆਂ ਹਨ।

The gap and the step are different things Gap ਅਤੇ ਪਦਾਂ ਦਾ Step ਵੱਖ ਹਨ

In 1/(3×5)+1/(5×7)+1/(7×9), the gap inside each denominator is 2 and the next starting factor also increases by 2. One front and one back reciprocal survive, with an outside factor 1/2. In 1/(3×5)+1/(4×6)+1/(5×7), the gap is 2 but the starting factor increases by 1. Two front and two back reciprocals survive instead.

1/(3×5)+1/(5×7)+1/(7×9) ਵਿੱਚ ਹਰ denominator ਦਾ gap 2 ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਪਦ ਦਾ starting factor ਵੀ 2 ਵਧਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਪਹਿਲਾ, ਇੱਕ ਅਖੀਰਲਾ reciprocal ਅਤੇ ਬਾਹਰ 1/2 ਬਚਦਾ ਹੈ। ਪਰ 1/(3×5)+1/(4×6)+1/(5×7) ਵਿੱਚ gap 2 ਹੈ, starting factor ਇੱਕ ਵਧਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅੱਗੇ ਦੇ ਦੋ ਅਤੇ ਪਿੱਛੇ ਦੇ ਦੋ reciprocals ਬਚਦੇ ਹਨ।

If a term is missing, repair the chain explicitly. For 1/(2×3)+1/(4×5), the full three-term chain would be 1/2−1/5=3/10, but it includes the missing 1/(3×4)=1/12. Subtract that extra term: 3/10−1/12=18/60−5/60=13/60. Simply using the endpoints would overcount.

ਕੋਈ ਪਦ ਗੁੰਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ chain ਠੀਕ ਕਰਕੇ ਲਿਖੋ। 1/(2×3)+1/(4×5) ਦੀ ਪੂਰੀ ਤਿੰਨ-ਪਦੀ chain 1/2−1/5=3/10 ਹੈ, ਪਰ ਉਸ ਵਿੱਚ ਗੁੰਮ 1/(3×4)=1/12 ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਵਾਪਸ ਘਟਾਓ: 3/10−1/12=18/60−5/60=13/60। ਸਿਰਫ਼ endpoints ਲੈਣ ਨਾਲ ਵੱਧ ਗਿਣਤੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify whether the expression is a sum or a product. List the first and last terms and check for missing terms.
   ਪਹਿਲਾਂ sum ਹੈ ਜਾਂ product, ਪਛਾਣੋ। ਪਹਿਲਾ ਅਤੇ ਆਖਰੀ ਪਦ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਗੁੰਮ ਪਦ ਵੇਖੋ।
2. For a sum, factor denominators and find the gap k. Rewrite every term as a difference of reciprocals divided by k.
   Sum ਲਈ denominators ਦੇ factors ਅਤੇ gap k ਲੱਭੋ। ਹਰ ਪਦ ਨੂੰ reciprocals ਦੇ ਫ਼ਰਕ ਨੂੰ k ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ਲਿਖੋ।
3. Compare the step in starting factors with k. Cancel only identical positive/negative terms actually present; retain every unmatched boundary term.
   Starting factors ਦਾ step, k ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ। ਸਿਰਫ਼ ਮੌਜੂਦ ਬਰਾਬਰ positive/negative ਪਦ ਕੱਟੋ; ਹਰ unmatched boundary term ਰੱਖੋ।
4. For a product, turn each $1\pm1/n$ or $1-1/n^2$ into ordinary factors. Cancel common nonzero numerator/denominator factors.
   Product ਵਿੱਚ $1\pm1/n$ ਜਾਂ $1-1/n^2$ ਨੂੰ ਆਮ fractions ਦੇ factors ਬਣਾਓ। ਸਾਂਝੇ nonzero factors ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ ਕੱਟੋ।
5. Simplify the surviving fractions and finish any outside operations. Check the answer is positive when all original terms/factors are positive.
   ਬਚੀਆਂ fractions ਸੌਖੀਆਂ ਕਰੋ ਅਤੇ ਬਾਹਰਲਾ ਹਿਸਾਬ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। ਸਾਰੇ ਅਸਲ ਪਦ/factors positive ਹੋਣ ਤਾਂ ਜਵਾਬ positive ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Write the first two decomposed terms and the last decomposed term. If they confirm a complete chain, keep only unmatched endpoints. In a product, record which factor first enters the numerator and which factor finally leaves the denominator. This works because all interior opposite terms or common factors cancel. It fails if you ignore a missing term, omit the multiplier 1/k, or treat a gap-2/step-1 sum as a single-boundary chain. For a short irregular expression, ordinary fraction arithmetic may be faster.

ਪਹਿਲੇ ਦੋ ਪਦਾਂ ਦਾ ਤੋੜ ਅਤੇ ਅਖੀਰਲੇ ਪਦ ਦਾ ਤੋੜ ਲਿਖੋ। Chain ਪੂਰੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਬਿਨਾਂ ਜੋੜੀ ਵਾਲੇ endpoints ਰੱਖੋ। Product ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ numerator ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਅਤੇ ਅਖੀਰ denominator ਵਿੱਚ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ factor ਵੇਖੋ। ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਉਲਟ ਪਦ ਜਾਂ common factors ਕੱਟਣ ਕਰਕੇ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ। ਗੁੰਮ ਪਦ ਭੁੱਲਣ, 1/k ਛੱਡਣ ਜਾਂ gap-2/step-1 ਨੂੰ ਇੱਕ-boundary chain ਮੰਨਣ ਨਾਲ shortcut ਗਲਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਛੋਟਾ irregular ਹਿਸਾਬ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਮ fractions ਤੇਜ਼ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 97 **Easy — Simplify: $1/(2 \times 3) + 1/(3 \times 4) + 1/(4 \times 5)$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $1/(2 \times 3) + 1/(3 \times 4) + 1/(4 \times 5)$।

A) 1/5 **B)** 3/10 **C)** 1/2 **D)** 3/5

Answer: B — 3/10

Quick method (≈20–40 sec)

Consecutive denominator factors give a complete chain from 2 to 5.

Keep endpoints: $1/2-1/5=(5-2)/10=3/10$.

Full method

1. The three fractions are 1/6,1/12 and 1/20.
2. LCM(6,12,20)=60. Convert: 1/6=10/60,1/12=5/60,1/20=3/60.

3. Add: (10+5+3)/60=18/60.
4. Divide numerator and denominator by 6: 18/60=3/10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਲਗਾਤਾਰ factors ਨਾਲ 2 ਤੋਂ 5 ਤੱਕ ਪੂਰੀ chain ਹੈ।

Endpoints ਰੱਖੋ: 1/2−1/5=(5−2)/10=3/10।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਤਿੰਨ fractions 1/6,1/12 ਅਤੇ 1/20 ਹਨ।
2. LCM 60; ਇਹ 10/60,5/60 ਅਤੇ 3/60 ਬਣਦੀਆਂ ਹਨ।
3. ਜੋੜ (10+5+3)/60=18/60।
4. ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ 6 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: 3/10।

Ex 98 **Easy — Simplify: (3/4) × (4/5) × (5/6) × (6/7).**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (3/4) × (4/5) × (5/6) × (6/7)।

A) 3/4 **B)** 7/3 **C)** 1/7 **D)** 3/7

Answer: D — 3/7

Quick method (≈20–40 sec)

The factors 4,5 and 6 each appear once above and once below.

Cancel them; only 3/7 remains.

Full method

1. Combine into one fraction: (3×4×5×6)/(4×5×6×7).
2. Numerator =3×4×5×6=360.
3. Denominator =4×5×6×7=840.
4. HCF(360,840)=120; divide both by 120: 360/840=3/7.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

4,5 ਅਤੇ 6 ਇੱਕ-ਇੱਕ ਵਾਰ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਹਨ।

ਇਹ ਕੱਟ ਕੇ ਸਿਰਫ਼ 3/7 ਬਚਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਇੱਕ fraction ਬਣਾਓ: (3×4×5×6)/(4×5×6×7)।
2. ਉੱਪਰ product 360।
3. ਹੇਠਾਂ product 840।
4. HCF 120 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 360/840=3/7।

Ex 99 **Medium — Simplify: 1/(4 × 5) + 1/(5 × 6) + 1/(6 × 7) + 1/(7 × 8) + 1/(8 × 9).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 1/(4 × 5) + 1/(5 × 6) + 1/(6 × 7) + 1/(7 × 8) + 1/(8 × 9)।

A) 5/36 **B)** 1/36 **C)** 5/9 **D)** 1/4

Answer: A — 5/36

Quick method (≈20–40 sec)

The first reciprocal is 1/4; the last negative reciprocal is −1/9.

1/4−1/9=(9−4)/36=5/36.

Full method

1. Rewrite the five terms as (1/4−1/5)+(1/5−1/6)+(1/6−1/7)+(1/7−1/8)+(1/8−1/9).
2. The −1/5,+1/5 pair cancels; so do the pairs involving 1/6,1/7 and 1/8.
3. Remaining expression =1/4−1/9.
4. LCM(4,9)=36; 9/36−4/36=5/36.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ reciprocal 1/4 ਅਤੇ ਅਖੀਰਲਾ negative reciprocal −1/9 ਹੈ।

1/4−1/9=(9−4)/36=5/36।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪੰਜ ਪਦਾਂ ਦਾ ਤੋੜ: (1/4−1/5)+(1/5−1/6)+(1/6−1/7)+(1/7−1/8)+(1/8−1/9)।
2. 1/5,1/6,1/7 ਅਤੇ 1/8 ਦੀਆਂ ਉਲਟ sign ਵਾਲੀਆਂ ਜੋੜੀਆਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।
3. ਬਾਕੀ 1/4−1/9।
4. LCM 36; 9/36−4/36=5/36।

Ex 100 **Medium — Simplify: (1 − 1/4)(1 − 1/5)(1 − 1/6)(1 − 1/7)(1 − 1/8).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: (1 − 1/4)(1 − 1/5)(1 − 1/6)(1 − 1/7)(1 − 1/8)।

A) 5/8 **B)** 3/4 **C)** 3/8 **D)** 1/8

Answer: C — 3/8

Quick method (≈20–40 sec)

Change each factor to (n−1)/n. The chain becomes (3/4)(4/5)(5/6)(6/7)(7/8).

All inner factors cancel, leaving 3/8.

Full method

1. 1−1/4=3/4; 1−1/5=4/5; 1−1/6=5/6.
2. Also 1−1/7=6/7 and 1−1/8=7/8.
3. Product =(3×4×5×6×7)/(4×5×6×7×8).
4. Divide the complete numerator and denominator by 4×5×6×7.
5. The remaining fraction is 3/8.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ factor (n−1)/n ਬਣਾਓ: (3/4)(4/5)(5/6)(6/7)(7/8)।

ਵਿਚਕਾਰਲੇ factors ਕੱਟ ਕੇ 3/8।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੇ ਤਿੰਨ factors 3/4,4/5 ਅਤੇ 5/6 ਹਨ।
2. ਅਗਲੇ factors 6/7 ਅਤੇ 7/8 ਹਨ।
3. Product (3×4×5×6×7)/(4×5×6×7×8)।
4. ਪੂਰੇ ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ 4×5×6×7 ਕੱਟੋ।
5. ਬਾਕੀ 3/8।

Ex 101 **Medium — Simplify: 1/(3 × 5) + 1/(5 × 7) + 1/(7 × 9) + 1/(9 × 11).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 1/(3 × 5) + 1/(5 × 7) + 1/(7 × 9) + 1/(9 × 11)।

A) 8/33 B) 4/33 C) 2/33 D) 1/11

Answer: B — 4/33

Quick method (≈20–40 sec)

Gap 2 and step 2 match, so keep 1/2×(1/3−1/11).

Inside =8/33; halve it to get 4/33.

Full method

1. 1/[n(n+2)]=(1/n−1/(n+2))/2.
2. Rewrite all terms: (1/2)[(1/3−1/5)+(1/5−1/7)+(1/7−1/9)+(1/9−1/11)].
3. Cancel the pairs involving 1/5,1/7 and 1/9.
4. Remaining value =(1/2)(1/3−1/11)=(1/2)(11/33−3/33).
5. (1/2)×(8/33)=8/66=4/33.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Gap 2 ਅਤੇ step 2 ਮਿਲਦੇ ਹਨ; (1/2)×(1/3−1/11) ਰੱਖੋ।

ਅੰਦਰ 8/33; ਅੱਧਾ ਕਰਕੇ 4/33।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 1/[n(n+2)]=(1/n−1/(n+2))/2।
2. ਚਾਰ ਪਦ: (1/2)[(1/3−1/5)+(1/5−1/7)+(1/7−1/9)+(1/9−1/11)]।
3. 1/5,1/7 ਅਤੇ 1/9 ਦੀਆਂ ਜੋੜੀਆਂ ਕੱਟੋ।
4. ਬਾਕੀ (1/2)(1/3−1/11)=(1/2)(8/33)।
5. 8/66=4/33।

Ex 102 **Hard — Simplify: 1/(2 × 4) + 1/(3 × 5) + 1/(4 × 6) + 1/(5 × 7) + 1/(6 × 8) + 1/(7 × 9).**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 1/(2 × 4) + 1/(3 × 5) + 1/(4 × 6) + 1/(5 × 7) + 1/(6 × 8) + 1/(7 × 9)।

A) 43/72 B) 43/288 C) 41/144 D) 43/144

Answer: D — 43/144

Quick method (≈20–40 sec)

Gap 2 but step 1: keep two terms at each end. Value =(1/2)(1/2+1/3−1/8−1/9).

Front sum=5/6=60/72; back sum=17/72. Half of 43/72 is 43/144.

Full method

1. Each fraction is half a reciprocal difference. The full bracket is (1/2−1/4)+(1/3−1/5)+(1/4−1/6)+(1/5−1/7)+(1/6−1/8)+(1/7−1/9), with an outside factor 1/2.
2. Cancel the opposite pairs involving 1/4,1/5,1/6 and 1/7.
3. Remaining bracket =1/2+1/3−1/8−1/9.
4. 1/2+1/3=5/6=60/72. Also 1/8+1/9=(9+8)/72=17/72.
5. Subtract: 60/72−17/72=43/72.
6. Apply the outside half: (1/2)×(43/72)=43/144.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Gap 2 ਪਰ step 1 ਹੈ; ਦੋ-ਦੋ boundary ਪਦ ਰੱਖੋ: (1/2)(1/2+1/3−1/8−1/9)।

ਅੱਗੇ ਜੋੜ 5/6=60/72, ਪਿੱਛੇ 17/72। 43/72 ਦਾ ਅੱਧਾ 43/144।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਹਰ fraction reciprocal ਫ਼ਰਕ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ। Bracket: (1/2−1/4)+(1/3−1/5)+(1/4−1/6)+(1/5−1/7)+(1/6−1/8)+(1/7−1/9); ਬਾਹਰ factor 1/2।
2. 1/4,1/5,1/6 ਅਤੇ 1/7 ਦੀਆਂ ਜੋੜੀਆਂ ਕੱਟੋ।
3. ਬਾਕੀ 1/2+1/3−1/8−1/9।
4. ਅੱਗੇ 5/6=60/72; ਪਿੱਛੇ (9+8)/72=17/72।
5. ਫ਼ਰਕ 43/72।
6. ਬਾਹਰਲਾ ਅੱਧ ਲਗਾਓ: 43/144।

Ex 103 **Hard — Simplify: $(1 - 1/3^2)(1 - 1/4^2)(1 - 1/5^2)(1 - 1/6^2)(1 - 1/7^2)$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(1 - 1/3^2)(1 - 1/4^2)(1 - 1/5^2)(1 - 1/6^2)(1 - 1/7^2)$।

A) 8/21 **B)** 20/21 **C)** 16/21 **D)** 4/7

Answer: C — 16/21

Quick method (≈20–40 sec)

Use $1-1/n^2=[(n-1)/n][(n+1)/n]$.

The two chains leave $(2/7)\times(8/3)=16/21$.

Full method

1. For each n, $1-1/n^2=(n^2-1)/n^2=(n-1)(n+1)/n^2$.
2. Separate the product into [(2/3)(3/4)(4/5)(5/6)(6/7)] × [(4/3)(5/4)(6/5)(7/6)(8/7)].
3. In the first bracket, factors 3,4,5,6 cancel; it becomes 2/7.
4. In the second bracket, factors 4,5,6,7 cancel; it becomes 8/3.
5. Multiply: $(2/7)\times(8/3)=16/21$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$1-1/n^2$ ਨੂੰ $[(n-1)/n][(n+1)/n]$ ਬਣਾਓ।

ਦੋ chains ਵਿੱਚੋਂ $(2/7)\times(8/3)$ ਬਚਦਾ ਹੈ; ਜਵਾਬ 16/21।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਹਰ n ਲਈ $1-1/n^2=(n-1)(n+1)/n^2$।
2. Product ਨੂੰ [(2/3)(3/4)(4/5)(5/6)(6/7)] × [(4/3)(5/4)(6/5)(7/6)(8/7)] ਲਿਖੋ।
3. ਪਹਿਲੇ bracket ਵਿੱਚ factors 3,4,5,6 ਕੱਟ ਕੇ 2/7।
4. ਦੂਜੇ ਵਿੱਚ 4,5,6,7 ਕੱਟ ਕੇ 8/3।
5. ਗੁਣਾ $(2/7)\times(8/3)=16/21$।

Ex 104 **SSC CGL pattern — Simplify: [1/(5 × 6) + 1/(6 × 7) + 1/(7 × 8) + 1/(8 × 9) + 1/(9 × 10)] ÷ [(5/6) × (6/7) × (7/8) × (8/9) × (9/10)].**

SSC CGL pattern — ਹੱਲ ਕਰੋ: [1/(5 × 6) + 1/(6 × 7) + 1/(7 × 8) + 1/(8 × 9) + 1/(9 × 10)] ÷ [(5/6) × (6/7) × (7/8) × (8/9) × (9/10)]।

A) 1/5 **B)** 1/10 **C)** 1/2 **D)** 2/5

Answer: A — 1/5

Quick method (≈20–40 sec)

The sum telescopes to 1/5−1/10=1/10; the product cancels to 5/10=1/2.

(1/10)÷(1/2)=(1/10)×2=1/5.

Full method

1. Decompose the sum: (1/5−1/6)+(1/6−1/7)+(1/7−1/8)+(1/8−1/9)+(1/9−1/10).
2. All middle reciprocals cancel. Sum =1/5−1/10=2/10−1/10=1/10.
3. Product =(5×6×7×8×9)/(6×7×8×9×10).
4. Cancel factors 6,7,8,9; product =5/10=1/2.
5. Divide the completed brackets: (1/10)÷(1/2)=(1/10)×(2/1)=2/10=1/5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Sum ਕੱਟ ਕੇ 1/5−1/10=1/10; product ਕੱਟ ਕੇ 5/10=1/2।

(1/10)÷(1/2)=(1/10)×2=1/5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Sum ਦਾ ਤੋੜ: (1/5−1/6)+(1/6−1/7)+(1/7−1/8)+(1/8−1/9)+(1/9−1/10)।
2. ਵਿਚਕਾਰਲੇ reciprocals ਕੱਟ ਕੇ 1/5−1/10=1/10।
3. Product (5×6×7×8×9)/(6×7×8×9×10)।
4. 6,7,8,9 ਕੱਟ ਕੇ product 5/10=1/2।
5. ਪੂਰੇ brackets ਵੰਡੋ: (1/10)×(2/1)=2/10=1/5।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Omitting 1/k:** 1/[n(n+2)]=(1/n−1/(n+2))/2, not the whole difference.
2. **Confusing gap and step:** gap 2 with step 1 leaves two boundary terms at each end.
3. **Taking the last starting factor as the final reciprocal:** a final 1/(8×9) contributes −1/9, not −1/8.
4. **Ignoring a missing term:** endpoints alone describe the complete chain; remove any inserted term.
5. **Treating a product as a sum:** cancel factors in products, opposite signed terms in sums.
6. **Factoring $1-1/n^2$ incorrectly:** it is $(n-1)(n+1)/n^2$, not $(n-1)/n$.

1. **1/k ਛੱਡਣਾ:** 1/[n(n+2)] reciprocal ਫ਼ਰਕ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ।
2. **Gap ਅਤੇ step ਮਿਲਾਉਣਾ:** gap 2, step 1 ਵਿੱਚ ਦੋ-ਦੋ boundary ਪਦ ਬਚਦੇ ਹਨ।
3. **ਆਖਰੀ starting factor ਗਲਤ ਰੱਖਣਾ:** ਅਖੀਰ 1/(8×9) ਹੋਵੇ ਤਾਂ −1/9 ਬਚਦਾ ਹੈ, −1/8 ਨਹੀਂ।
4. **ਗੁੰਮ ਪਦ ਭੁੱਲਣਾ:** endpoints ਪੂਰੀ chain ਦਾ ਜੋੜ ਹਨ; ਵਾਧੂ ਸ਼ਾਮਲ ਪਦ ਹਟਾਓ।
5. **Product ਨੂੰ sum ਮੰਨਣਾ:** product ਵਿੱਚ factors ਅਤੇ sum ਵਿੱਚ ਉਲਟ sign ਵਾਲੇ ਪਦ ਕੱਟਦੇ ਹਨ।
6. **$1-1/n^2$ ਦੇ factors ਗਲਤ ਬਣਾਉਣਾ:** $(n-1)(n+1)/n^2$ ਹੈ, ਸਿਰਫ਼ $(n-1)/n$ ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Telescoping is a selective simplification pattern, useful in SSC-style and some Railways/state questions; it is less basic than ordinary fraction arithmetic. Frequency varies by paper. Target 20–35 seconds for a complete simple chain and 35–55 seconds for gap-2 or combined forms. A sum of positive terms is larger than its first term but smaller than a safe upper bound. A product of positive proper fractions must be below 1. In Ex 103, both 16/21 and 20/21 fit that broad bound, so retain all four boundary factors to distinguish them.

Telescoping ਚੁਣਿਆ ਹੋਇਆ simplification pattern ਹੈ, SSC-ਵਰਗੇ ਅਤੇ ਕੁਝ Railways/state ਸਵਾਲਾਂ ਲਈ ਕੰਮ ਦਾ। ਆਮ fractions ਜਿੰਨਾ ਬੁਨਿਆਦੀ ਨਹੀਂ; frequency paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸੌਖੀ ਪੂਰੀ chain ਲਈ 20–35 ਅਤੇ gap-2 ਜਾਂ ਮਿਲੇ ਰੂਪ ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Positive ਪਦਾਂ ਦਾ sum ਪਹਿਲੇ ਪਦ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। Positive proper fractions ਦਾ product 1 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ। Ex 103 ਵਿੱਚ 16/21 ਅਤੇ 20/21 ਦੋਵੇਂ ਇਸ ਮੋਟੀ ਹੱਦ ਵਿੱਚ ਹਨ; ਫ਼ਰਕ ਕਰਨ ਲਈ ਚਾਰੇ boundary factors ਸਹੀ ਰੱਖੋ।

TYPE 14 Missing value in arithmetic expressions

ਆਮ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਗੁੰਮ ਮੁੱਲ ਲੱਭਣਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A missing-value question hides one number but gives enough information to recover it. If a customer pays ₹500 and receives ₹145 back, the bill is ₹500−₹145=₹355. The same idea appears when a ? hides an addend, subtrahend, multiplier or divisor.

Missing-value ਸਵਾਲ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਲੁਕਾਉਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਉਸਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਗਾਹਕ ₹500 ਦੇਵੇ ਅਤੇ ₹145 ਵਾਪਸ ਮਿਲਣ ਤਾਂ ਬਿੱਲ ₹500−₹145=₹355 ਹੈ। ਇਹੋ ਗੱਲ ਹੈ ਜਦੋਂ ? ਕਿਸੇ ਜੋੜਨ, ਘਟਾਉਣ, ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਵੰਡ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਥਾਂ ਹੋਵੇ।

Write x for the missing number, simplify the known parts, then undo the operations around x. Equality is like a balanced scale: doing the same allowed operation to both sides keeps the balance.

ਗੁੰਮ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਥਾਂ x ਲਿਖੋ। ਜਾਣੇ ਹਿੱਸੇ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ x ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਹੋਏ ਕੰਮ ਉਲਟੇ ਕਰੋ। ਬਰਾਬਰੀ ਤੱਕੜੀ ਵਰਗੀ ਹੈ: ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ ਇੱਕੋ allowed ਕੰਮ ਕਰਨ ਨਾਲ ਬਰਾਬਰੀ ਬਣੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “find ?”, “what replaces the question mark”, or an equation containing one unknown block. The unknown may be inside a bracket, in a denominator, or multiplied by a fraction/percentage. Read the whole equation: a question mark is not always the final answer to the left-side arithmetic.

“Find ?”, “question mark ਦੀ ਥਾਂ ਕੀ ਆਵੇਗਾ” ਜਾਂ ਇੱਕ unknown ਗਰੁੱਪ ਵਾਲੀ equation ਵੇਖੋ। Unknown bracket ਅੰਦਰ, denominator ਵਿੱਚ ਜਾਂ fraction/percentage ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪੂਰੀ equation ਪੜ੍ਹੋ; ? ਹਮੇਸ਼ਾ ਖੱਬੇ ਹਿਸਾਬ ਦਾ ਸਿੱਧਾ ਜਵਾਬ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Addition is undone by subtraction, multiplication by a nonzero number by division, and division by a nonzero number by multiplication. Undo the outside operation first. For 3(x+4)−5=22: add 5 to get 3(x+4)=27; divide by 3 to get x+4=9; subtract 4 to get x=5.

ਜੋੜ ਦਾ ਉਲਟ ਘਟਾਓ ਹੈ। Nonzero ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਦਾ ਉਲਟ ਵੰਡ ਅਤੇ ਵੰਡ ਦਾ ਉਲਟ ਗੁਣਾ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਬਾਹਰਲਾ ਕੰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਹਟਾਓ। 3(x+4)−5=22 ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜ ਕੇ 3(x+4)=27; 3 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ x+4=9; ਫਿਰ 4 ਘਟਾ ਕੇ x=5।

Equation · ਬਰਾਬਰੀ	Unknown and rule · ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਨਿਯਮ	Reason · ਕਾਰਨ
x+a=b	x=b−a	a,b are known real numbers. Subtract a from both sides. a,b ਦਿੱਤੀਆਂ real ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ a ਘਟਾਓ।
x−a=b	x=b+a	Add a to both sides. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ a ਜੋੜੋ।
a−x=b	x=a−b	Add x to both sides, then subtract b. The unknown subtrahend is not b−a. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ x ਜੋੜੋ, ਫਿਰ b ਘਟਾਓ। Unknown ਘਟਾਉਣ ਵਾਲਾ ਅੰਕ b−a ਨਹੀਂ ਹੈ।
ax=b	x=b/a, a≠0	Divide both sides by the nonzero coefficient a. Nonzero coefficient a ਨਾਲ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਵੰਡੋ।
x/a=b	x=ab, a≠0	Multiply both sides by a. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ a ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
a/x=b	x=a/b, a,b≠0	The original denominator x must be nonzero. Multiply by x, then divide by b. These conditions give a unique nonzero solution. ਅਸਲ denominator x nonzero ਹੋਵੇ। ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ x ਨਾਲ ਗੁਣਾ, ਫਿਰ b ਨਾਲ ਵੰਡੋ। ਇਹ ਸ਼ਰਤਾਂ ਇੱਕੋ nonzero ਹੱਲ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ।
kx+r=s	x=(s−r)/k, k≠0	k is the coefficient,r the added term,s the other side. Subtract r, then divide by k. k coefficient,r ਜੋੜਿਆ ਪਦ ਅਤੇ s ਦੂਜਾ ਪਾਸਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ r ਘਟਾਓ, ਫਿਰ k ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
(a/b)x=c	x=bc/a, a,b≠0	a/b is the known coefficient. Multiply by its reciprocal b/a. a/b ਦਿੱਤਾ coefficient ਹੈ। ਇਸਦੇ reciprocal b/a ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
p% of x=A	x=100A/p, p≠0	p is the percentage number,A the known part. Replace p% by p/100 and divide by that coefficient. p percentage ਦਾ ਅੰਕ ਅਤੇ A ਦਿੱਤਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ। p% ਨੂੰ p/100 ਬਣਾਕੇ coefficient ਨਾਲ ਵੰਡੋ।

Think in blocks before moving terms ਪਦ ਬਦਲਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗਰੁੱਪ ਵੇਖੋ

In [(x+8)/5]×3=18, the complete inner block (x+8)/5 is multiplied by 3. Divide by 3 before touching +8: (x+8)/5=6; then x+8=30; then x=22. Subtracting 8 directly from the original 18 would skip the surrounding operations.

[(x+8)/5]×3=18 ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ (x+8)/5 ਗਰੁੱਪ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਹੈ। +8 ਹਟਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 3 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: (x+8)/5=6; ਫਿਰ x+8=30 ਅਤੇ x=22। ਅਸਲ 18 ਵਿੱਚੋਂ ਸਿੱਧਾ 8 ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ ਬਾਹਰਲੇ ਕੰਮ ਰਹਿ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

Do not learn “crossing the equals sign changes the sign” without its reason. In x+7=19, subtracting 7 from both sides gives x=12. In 7x=21, the inverse operation is division, not subtraction. For an unknown divisor, 84/x=7 gives 84=7x and x=12; it does not give x=7/84.

ਸਿਰਫ਼ “ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਪਾਰ sign ਬਦਲਦਾ ਹੈ” ਨਾ ਰਟੋ। x+7=19 ਵਿੱਚ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ 7 ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ x=12 ਹੈ। ਪਰ 7x=21 ਵਿੱਚ ਉਲਟ ਕੰਮ ਵੰਡ ਹੈ, ਘਟਾਓ ਨਹੀਂ। Unknown divisor ਲਈ 84/x=7 ਤੋਂ 84=7x ਅਤੇ x=12 ਹੈ, 7/84 ਨਹੀਂ।

For a unique arithmetic answer, the isolated coefficient must be nonzero. An equation such as 0×x=5 has no solution; 0×x=0 leaves x undetermined. In ordinary four-option questions here, the data are chosen to give exactly one permitted answer.

ਇੱਕੋ arithmetic ਜਵਾਬ ਲਈ ਇਕੱਲਾ ਕੀਤਾ coefficient nonzero ਹੋਵੇ। 0×x=5 ਦਾ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਅਤੇ 0×x=0 ਨਾਲ x ਨਿਰਧਾਰਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਇੱਥੇ ਚਾਰ options ਵਾਲੇ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ allowed ਜਵਾਬ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Replace ? by x and copy every bracket, sign and decimal point. Note if x occurs in a denominator.
   ? ਦੀ ਥਾਂ x ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਹਰ bracket, sign, decimal point ਸਹੀ ਉਤਾਰੋ। x denominator ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸ਼ਰਤ ਨੋਟ ਕਰੋ।
2. Simplify all fully known blocks using BODMAS. Do not combine an unknown-containing block with an unrelated term incorrectly.
   ਪੂਰੇ ਜਾਣੇ ਗਰੁੱਪ BODMAS ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ। Unknown ਵਾਲੇ ਗਰੁੱਪ ਨੂੰ ਵੱਖਰੇ ਪਦ ਨਾਲ ਗਲਤ ਨਾ ਮਿਲਾਓ।
3. Isolate the complete block containing x by adding/subtracting the same quantity on both sides.
   ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ ਇੱਕੋ ਮਾਤਰਾ ਜੋੜ/ਘਟਾ ਕੇ ਪੂਰਾ x ਵਾਲਾ ਗਰੁੱਪ ਇਕੱਲਾ ਕਰੋ।
4. Undo the outer operations in reverse order. For a fractional/percentage coefficient, divide by the coefficient or multiply by its reciprocal.
   ਬਾਹਰਲੇ ਕੰਮ ਉਲਟੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਟਾਓ। Fraction/percentage coefficient ਨਾਲ ਵੰਡੋ ਜਾਂ reciprocal ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
5. Find x, check original denominator restrictions, then substitute into the original equation. Match the value to one option.
   x ਕੱਢੋ, ਅਸਲ denominator ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਜਾਂਚੋ ਅਤੇ ਅਸਲ equation ਵਿੱਚ ਵਾਪਸ ਪਾਓ। ਫਿਰ option ਮਿਲਾਓ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use a reverse-operation chain for a single nested unknown. For (x−a)÷b×c=d with b,c≠0, reverse as d÷c×b+a. For a fraction of x, a unit method is often faster: if 3/4 of x is 72, one quarter is 24 and the whole is 96. These work because the same reversible operations preserve equality. Do not use the chain across an added outside term until that term is isolated, and do not confuse x/a with a/x. Option substitution is useful for close choices, but test in the original equation.

ਇੱਕ nested unknown ਲਈ ਉਲਟੇ ਕੰਮਾਂ ਦੀ chain ਬਣਾਓ। (x−a)÷b×c=d ਵਿੱਚ b,c≠0 ਹੋਣ ਤਾਂ d÷c×b+a ਕਰੋ। x ਦੀ fraction ਲਈ unit method ਤੇਜ਼ ਹੈ: x ਦਾ 3/4=72 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ 24 ਅਤੇ ਪੂਰਾ 96। ਇਹ reversible ਕੰਮ ਬਰਾਬਰੀ ਬਚਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਬਾਹਰਲਾ ਜੋੜਿਆ ਪਦ ਪਹਿਲਾਂ ਇਕੱਲਾ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ chain ਨਾ ਲਗਾਓ। x/a ਅਤੇ a/x ਵੱਖ ਹਨ। ਨੇੜਲੇ options ਅਸਲ equation ਵਿੱਚ ਪਾ ਕੇ ਜਾਂਚੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 105 **Easy — Find x: 680 − x + 145 = 512.**

ਸੌਖਾ — x ਲੱਭੋ: 680 − x + 145 = 512।

A) 303 B) 323 C) 313 D) 283

Answer: C — 313

Quick method (≈20–40 sec)

The known positive terms total 680+145=825.

To leave 512, subtract 825−512=313; x=313.

Full method

1. Rearrange the signed sum: 680+145−x=512, so 825−x=512.
2. Add x to both sides: 825=512+x.
3. Subtract 512 from both sides: x=825−512=313.
4. Check: 680−313+145=367+145=512.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਜਾਣੇ positive ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 680+145=825।

512 ਬਚਾਉਣ ਲਈ 825−512=313 ਘਟਾਉਣਾ ਹੈ; x=313।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Signed ਪਦ ਜੋੜੋ: 680+145−x=512; ਇਸ ਲਈ 825−x=512।
2. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ x ਜੋੜੋ: 825=512+x।
3. 512 ਘਟਾਓ: x=825−512=313।
4. ਜਾਂਚ: 680−313+145=367+145=512।

Ex 106 **Easy — Find x: (x − 84) ÷ 12 = 9.**

ਸੌਖਾ — x ਲੱਭੋ: (x − 84) ÷ 12 = 9।

A) 192 **B)** 180 **C)** 108 **D)** 96

Answer: A — 192

Quick method (≈20–40 sec)

Undo ÷12: 9×12=108. Undo −84: 108+84=192.

So x=192.

Full method

1. Multiply both sides by 12: x−84=9×12=108.
2. Add 84 to both sides: x=108+84=192.
3. Check: (192−84)÷12=108÷12=9.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

÷12 ਦਾ ਉਲਟ: 9×12=108। −84 ਦਾ ਉਲਟ: 108+84=192।

ਇਸ ਲਈ x=192।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ 12 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: x−84=108।
2. 84 ਜੋੜੋ: x=108+84=192।
3. ਜਾਂਚ: (192−84)÷12=108÷12=9।

Ex 107 **Medium — Find x: 756 ÷ 18 + 936 ÷ x = 94.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਲੱਭੋ: 756 ÷ 18 + 936 ÷ x = 94।

A) 12 B) 24 C) 26 D) 18

Answer: D — 18

Quick method (≈20–40 sec)

756÷18=42, so the unknown division must be 94−42=52.

936÷x=52 gives x=936÷52=18.

Full method

1. The original denominator requires x≠0.
2. 756÷18=42 because 18×42=720+36=756.
3. The equation is 42+936/x=94; subtract 42 to get 936/x=52.
4. Multiply by x: 936=52x.
5. Divide by 52: x=18 because 52×18=520+416=936.
6. Check: 756÷18+936÷18=42+52=94.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

756÷18=42; unknown ਵੰਡ ਦਾ ਜਵਾਬ 94−42=52 ਹੋਣਾ ਹੈ।

936÷x=52 ਤੋਂ x=936÷52=18।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅਸਲ denominator ਕਰਕੇ x≠0 ਹੈ।
2. 756÷18=42 ਕਿਉਂਕਿ 18×42=756।
3. 42 ਘਟਾਓ: 936/x=52।
4. x ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 936=52x।
5. 52 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: x=18 ਕਿਉਂਕਿ 52×18=936।
6. ਜਾਂਚ: 42+52=94।

Ex 108 **Medium — Find x: [(x + 36) ÷ 8] × 5 − 15 = 60.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਲੱਭੋ: [(x + 36) ÷ 8] × 5 − 15 = 60।

A) 96 B) 84 C) 108 D) 120

Answer: B — 84

Quick method (≈20–40 sec)

Reverse the outer operations: 60+15=75; 75÷5=15; 15×8=120.

Now x+36=120, so x=120−36=84.

Full method

1. Add 15 to both sides: [(x+36)÷8]×5=75.
2. Divide by 5: (x+36)÷8=15.
3. Multiply by 8: x+36=120.
4. Subtract 36: x=84.
5. Check: (84+36)÷8×5−15=120÷8×5−15=15×5−15=75−15=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਾਹਰਲੇ ਕੰਮ ਉਲਟਾਓ: 60+15=75; 75÷5=15; 15×8=120।

ਹੁਣ x+36=120, ਇਸ ਲਈ x=84।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 15 ਜੋੜੋ: [(x+36)÷8]×5=75।
2. 5 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: (x+36)÷8=15।
3. 8 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: x+36=120।
4. 36 ਘਟਾਓ: x=84।
5. ਜਾਂਚ: 120÷8×5−15=15×5−15=60।

Ex 109 **Medium — Find x: (3/4 of x) + 18 = 90.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਲੱਭੋ: (3/4 of x) + 18 = 90।

A) 96 **B)** 72 **C)** 84 **D)** 108

Answer: A — 96

Quick method (≈20–40 sec)

3/4 of x=90−18=72. Three quarter-parts total 72, so one is 24.

Four parts make the whole: x=24×4=96.

Full method

1. Replace “of” with multiplication: (3/4)x+18=90.
2. Subtract 18: (3/4)x=72.
3. Multiply both sides by 4: 3x=288.
4. Divide by 3: x=96.
5. Check: (3/4)×96+18=72+18=90.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

x ਦਾ 3/4=90−18=72। ਤਿੰਨ ਚੌਥਾਈਆਂ 72 ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ 24।

ਪੂਰੀਆਂ ਚਾਰ: x=24×4=96।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. “Of” ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਲਿਖੋ: (3/4)x+18=90।
2. 18 ਘਟਾਓ: (3/4)x=72।
3. 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 3x=288।
4. 3 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: x=96।
5. ਜਾਂਚ: 72+18=90।

Ex 110 **Hard — Find x: 4.8 ÷ 0.12 + [(x − 1.5) ÷ 0.25] = 58.**

ਔਖਾ — x ਲੱਭੋ: 4.8 ÷ 0.12 + [(x − 1.5) ÷ 0.25] = 58।

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 8

Answer: C — 6

Quick method (≈20–40 sec)

The known quotient is 480÷12=40; the unknown block must be 18.

Dividing by 0.25 is ×4: x−1.5=18÷4=4.5, so x=6.

Full method

1. 4.8÷0.12=480÷12=40.
2. Subtract 40 from both sides: (x−1.5)÷0.25=18.
3. Multiply both sides by 0.25: x−1.5=18×0.25=4.5.
4. Add 1.5: x=4.5+1.5=6.
5. Check: 4.8÷0.12+(6−1.5)÷0.25=40+4.5÷0.25=40+18=58.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਜਾਣਿਆ quotient 480÷12=40 ਹੈ; unknown ਗਰੁੱਪ 18 ਹੋਵੇਗਾ।

0.25 ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ ×4 ਹੈ: x−1.5=18÷4=4.5, ਇਸ ਲਈ x=6।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 4.8÷0.12=480÷12=40।
2. 40 ਘਟਾਓ: (x−1.5)÷0.25=18।
3. 0.25 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: x−1.5=18×0.25=4.5।
4. 1.5 ਜੋੜੋ: x=6।
5. ਜਾਂਚ: 40+(6−1.5)÷0.25=40+18=58।

Ex 111 **Hard — Find x: (5/6 − 1/4) × x = (3/5 of 140) + 7.**

ਔਖਾ — x ਲੱਭੋ: (5/6 − 1/4) × x = (3/5 of 140) + 7।

A) 144 **B)** 156 **C)** 168 **D)** 180

Answer: B — 156

Quick method (≈20–40 sec)

Left coefficient =10/12−3/12=7/12. Right side =84+7=91.

Seven twelfths of x are 91: one twelfth is 13; twelve are 156.

Full method

1. LCM(6,4)=12. Thus 5/6−1/4=10/12−3/12=7/12.
2. 3/5 of 140=(3/5)×140=84; adding 7 gives 91.
3. The equation is (7/12)x=91.
4. Multiply by 12: 7x=1092.
5. Divide by 7: x=156.
6. Check: (7/12)×156=7×13=91, equal to 84+7.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਖੱਬਾ coefficient 10/12−3/12=7/12। ਸੱਜੇ 84+7=91।

x ਦੇ ਸੱਤ ਬਾਰ੍ਹਵੇਂ ਹਿੱਸੇ 91 ਹਨ; ਇੱਕ 13, ਬਾਰ੍ਹਾਂ 156।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. LCM 12; 5/6−1/4=10/12−3/12=7/12।
2. 140 ਦਾ 3/5=84; 7 ਜੋੜ ਕੇ 91।
3. Equation (7/12)x=91।
4. 12 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 7x=1092।
5. 7 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: x=156।

6. ਜਾਂਚ: (7/12)×156=7×13=91।

Ex 112 **IBPS Clerk pattern — Find x: (35% of 480) + (x ÷ 7) − (3/8 of 160) = 132.**

IBPS Clerk pattern — x ਲੱਭੋ: (35% of 480) + (x ÷ 7) − (3/8 of 160) = 132।

A) 154 **B)** 182 **C)** 196 **D)** 168

Answer: D — 168

Quick method (≈20–40 sec)

35% of 480=30%+5%=144+24=168; 3/8 of 160=60.

So 108+x/7=132. The missing quotient is 24, giving x=24×7=168.

Full method

1. 35% of 480=(35/100)×480=16800/100=168.
2. 3/8 of 160=(3/8)×160=480/8=60.
3. Substitute the known blocks: 168+x/7−60=132.
4. Combine 168−60=108; subtract 108 from both sides to get x/7=24.
5. Multiply by 7: x=168.
6. Check in the original: 168+168÷7−60=168+24−60=192−60=132.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

480 ਦਾ 35%=30%+5%=144+24=168; 160 ਦਾ 3/8=60।

ਇਸ ਲਈ 108+x/7=132। Unknown quotient 24; x=24×7=168।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 480 ਦਾ 35%=(35/100)×480=168।
2. 160 ਦਾ 3/8=480/8=60।
3. ਜਾਣੇ ਗਰੁੱਪ ਪਾਓ: 168+x/7−60=132।
4. 168−60=108; ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ 108 ਘਟਾ ਕੇ x/7=24।
5. 7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: x=168।
6. ਅਸਲ ਜਾਂਚ: 168+24−60=192−60=132।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Reversing the unknown subtrahend:** 825−x=512 gives x=825−512=313, not −313.
2. **Inverting the wrong quotient:** 936/x=52 gives x=936/52, not 52/936.
3. **Undoing the inside first:** in Ex 108, remove −15 and ×5 before undoing the inner +36.
4. **Changing only one side:** every inverse step must preserve the equality by applying to both sides.
5. **Confusing division by a decimal with multiplication:** y÷0.25=18 means y=18×0.25=4.5.
6. **Skipping the original check:** a candidate that gives a zero denominator or the wrong right-hand value is invalid.

1. **Unknown ਘਟਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਦਾ sign ਉਲਟਣਾ:** 825−x=512 ਤੋਂ x=313, −313 ਨਹੀਂ।
2. **Quotient ਉਲਟਾ ਲੈਣਾ:** 936/x=52 ਤੋਂ x=936/52, 52/936 ਨਹੀਂ।
3. **ਅੰਦਰਲਾ ਕੰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਹਟਾਉਣਾ:** Ex 108 ਵਿੱਚ +36 ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ −15 ਅਤੇ ×5 ਹਟਾਓ।
4. **ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਪਾਸਾ ਬਦਲਣਾ:** ਹਰ inverse step ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ ਕੰਮ ਨਾਲ ਹੋਵੇ।

5. Decimal ਦੀ ਵੰਡ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਮੰਨਣਾ: y÷0.25=18 ਤੋਂ y=18×0.25=4.5।
6. ਅਸਲ ਜਾਂਚ ਛੱਡਣਾ: zero denominator ਜਾਂ ਗਲਤ ਸੱਜਾ ਮੁੱਲ ਦੇਣ ਵਾਲਾ candidate ਗਲਤ ਹੈ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Missing-value arithmetic is a central simplification pattern in banking and useful in SSC, Railways and state numerical tests. Counts vary by paper and shift. Target 20–35 seconds for one or two inverse steps and 35–55 seconds for mixed fractions/percentages. In Ex 107 the unknown quotient must be 52. Any listed x≥24 would make 936/x≤39, so options 24 and 26 are too large as divisors. Compare the remaining choices or calculate 936÷52=18. Do not round when an exact missing value is required.

Missing-value arithmetic banking simplification ਦਾ ਮੁੱਖ pattern ਅਤੇ SSC, Railways, state numerical tests ਲਈ ਕੰਮ ਦਾ ਹੈ। ਗਿਣਤੀ paper ਅਤੇ shift ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ-ਦੋ inverse steps ਲਈ 20–35 ਅਤੇ fractions/percentages ਮਿਲੇ ਹੋਣ ਤਾਂ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Ex 107 ਵਿੱਚ unknown quotient 52 ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ x≥24 ਲਈ 936/x≤39 ਹੋਵੇਗਾ; ਇਸ ਲਈ divisor ਵਾਲੇ options 24 ਅਤੇ 26 ਵੱਡੇ ਹਨ। ਬਾਕੀ options ਜਾਂਚੋ ਜਾਂ 936÷52=18 ਕਰੋ। Exact missing value ਵਿੱਚ rounding ਨਾ ਕਰੋ।

TYPE 15 Missing values: powers, roots and repeated unknowns

ਘਾਤਾਂ, Roots ਅਤੇ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਆਉਂਦੇ Unknown ਦੇ ਮੁੱਲ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Some missing values appear as a square, a cube, inside a root, or more than once in an equation. If a square vegetable plot has area 144 m², its physical side is 12 m. But the equation $x^2=144$ alone allows both 12 and −12; the meaning or the stated condition decides which values are permitted.

ਕਦੇ ਗੁੰਮ ਮੁੱਲ square, cube, root ਦੇ ਅੰਦਰ ਜਾਂ equation ਵਿੱਚ ਕਈ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। Square ਸਬਜ਼ੀ ਵਾਲੇ ਪਲਾਟ ਦਾ area 144 m² ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸਲ side 12 m ਹੈ। ਪਰ ਸਿਰਫ਼ $x^2=144$ equation ਦੇ 12 ਅਤੇ −12 ਦੋਵੇਂ ਹੱਲ ਹਨ। ਸਵਾਲ ਦਾ ਮਤਲਬ ਜਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸ਼ਰਤ ਦੱਸੇਗੀ ਕਿ ਕਿਹੜੇ ਮੁੱਲ allowed ਹਨ।

The task is to find every value allowed by the original equation and conditions. A value produced by squaring or multiplication may fail the original question, so checking is part of the method.

ਅਸਲ equation ਅਤੇ ਸ਼ਰਤਾਂ ਨਾਲ ਬਣਦੇ ਸਾਰੇ ਮੁੱਲ ਲੱਭਣੇ ਹਨ। Square ਕਰਨ ਜਾਂ denominator ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਮਿਲਿਆ ਮੁੱਲ ਅਸਲ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਗਲਤ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ; ਇਸ ਲਈ ਜਾਂਚ ਤਰੀਕੇ ਦਾ ਹੀ ਹਿੱਸਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for $?^2$, $?^3$, √(a?+b), the same unknown on both sides, an unknown in a factorised fraction, or an unknown exponent. Read words such as “positive”, “integer”, “all real values” or “greater than”. If two ? symbols stand for the same value, write the same x for both.

$?^2$, $?^3$, √(a?+b), ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ ਇੱਕੋ unknown, factor ਵਾਲੀ fraction ਜਾਂ unknown exponent ਵੇਖੋ। “Positive”, “integer”, “all real values” ਜਾਂ “greater than” ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ। ਦੋ ? ਇੱਕੋ ਮੁੱਲ ਲਈ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਥਾਂ ਇੱਕੋ x ਲਿਖੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Reverse a power only after isolating it. For $x^2+7=56$, first $x^2=49$; then x=7 or −7. A positive-value condition selects 7. For $x^3=-64$, the only real solution is −4. Squaring a root equation can introduce a wrong candidate because positive and negative numbers have the same square.

Power ਨੂੰ ਇਕੱਲਾ ਕਰਕੇ ਹੀ ਉਲਟਾ ਕਰੋ। $x^2+7=56$ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ $x^2=49$; ਫਿਰ $x=7$ ਜਾਂ -7। Positive ਸ਼ਰਤ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 7 ਲਵੋ। $x^3=-64$ ਦਾ ਇੱਕੋ real ਹੱਲ -4 ਹੈ। Root equation ਦਾ square ਕਰਨ ਨਾਲ ਗਲਤ candidate ਆ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ positive ਅਤੇ negative ਸੰਖਿਆ ਦਾ square ਇੱਕੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

Structure · ਬਣਤਰ	Rule, conditions and origin · ਨਿਯਮ, ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Small illustration · ਛੋਟੀ ਉਦਾਹਰਨ
$x^2=k$	$k>0$ gives $x=\pm\sqrt{k}$; $k=0$ gives $x=0$; $k<0$ gives no real solution. Squaring opposite real numbers gives the same value. $k>0$ ਲਈ $x=\pm\sqrt{k}$, $k=0$ ਲਈ $x=0$ ਅਤੇ $k<0$ ਲਈ real ਹੱਲ ਨਹੀਂ। ਉਲਟ signs ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ squares ਇੱਕੋ ਹਨ।	$x^2=25 \Rightarrow x=-5$ or 5
$x^3=k$	For real k, $x=\sqrt[3]{k}$ is the unique real root. Cubes preserve sign and strictly increase with their real base. Real k ਲਈ $x=\sqrt[3]{k}$ ਇੱਕੋ real root ਹੈ। Cube sign ਬਚਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ real base ਵਧਣ ਨਾਲ ਵਧਦਾ ਹੈ।	$x^3=-216 \Rightarrow x=-6$
$(x-a)^2=k$	a is the known shift. For $k\geq 0$, $x=a\pm\sqrt{k}$; at $k=0$ the two forms coincide. First isolate the squared block. a ਦਿੱਤਾ shift ਹੈ। $k\geq 0$ ਲਈ $x=a\pm\sqrt{k}$; $k=0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ ਮੁੱਲ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ squared block ਇਕੱਲਾ ਕਰੋ।	$(x-2)^2=16 \Rightarrow x=-2$ or 6
$ax+b=cx+d$	a,b,c,d are known numbers. If $a\neq c$, $x=(d-b)/(a-c)$, by subtracting cx and b from both sides. a,b,c,d ਜਾਣੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। $a\neq c$ ਲਈ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ cx ਅਤੇ b ਘਟਾ ਕੇ $x=(d-b)/(a-c)$।	$5x+4=2x+25 \Rightarrow 3x=21 \Rightarrow x=7$
$\sqrt{U}=V$	U,V may contain x. The original equation requires $U\geq 0, V\geq 0$. Squaring gives $U=V^2$; retain only candidates satisfying the original root equation. U,V ਵਿੱਚ x ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ equation ਲਈ $U\geq 0, V\geq 0$ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। Square ਨਾਲ $U=V^2$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ; ਅਸਲ root equation ਵਿੱਚ ਸਹੀ candidates ਹੀ ਰੱਖੋ।	$\sqrt{(x+1)}=x-1$ requires $x\geq 1$
$A(x)/B(x)=C(x)$	A,B,C are expressions in x. First require $B(x)\neq 0$; then $A(x)=B(x)C(x)$. An excluded zero of B stays excluded after algebra. A,B,C, x ਵਾਲੀਆਂ expressions ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ $B(x)\neq 0$, ਫਿਰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। B ਦਾ ਮਨਾਹੀ ਵਾਲਾ zero ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਵੀ ਮਨਾਹੀ ਰਹੇਗਾ।	$(x^2-4)/(x-2)=5$ permits $x=3$, not $x=2$

Structure · ਬਣਤਰ	Rule, conditions and origin · ਨਿਯਮ, ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Small illustration · ਛੋਟੀ ਉਦਾਹਰਨ
$a^{x+r}+a^{x+s}=a^x(a^r+a^s)$	$a>0$; r,s are known exponent shifts. Factor the common a^x using $a^{x+r}=a^x a^r$. For $a>1$, powers increase as x increases. $a>0$; r,s ਦਿੱਤੇ exponent shifts ਹਨ। Power rule ਨਾਲ common a^x ਬਾਹਰ ਕੱਢੋ। $a>1$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ x ਵਧਣ ਨਾਲ power ਵਧਦੀ ਹੈ।	$2^{x+1}+2^x=3\times 2^x$

Squaring: why a candidate may be false Square ਕਰਨ ਨਾਲ ਗਲਤ Candidate ਕਿਵੇਂ ਆ ਸਕਦਾ ਹੈ?

The equations $A=B$ and $A^2=B^2$ are not always equivalent: $3^2=(-3)^2$, but $3\neq -3$. For $\sqrt{(x+2)}=x$, the right side must be nonnegative. Squaring gives $x^2-x-2=0$, so $(x-2)(x+1)=0$ and the candidates are $2,-1$. Only 2 survives: $\sqrt{4}=2$, whereas

√1=1 is not −1.

A=B ਅਤੇ $A^2=B^2$ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕੋ ਨਹੀਂ: $3^2=(-3)^2$ ਹੈ, ਪਰ $3\neq-3$। $\sqrt{(x+2)}=x$ ਵਿੱਚ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ nonnegative ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। Square ਕਰਨ ਨਾਲ $(x-2)(x+1)=0$, candidates 2 ਅਤੇ −1। ਸਿਰਫ਼ 2 ਸਹੀ ਹੈ: $\sqrt{4}=2$, ਪਰ $\sqrt{1}=1$ ਹੈ, −1 ਨਹੀਂ।

Set notation in an option such as {−2,6} means both listed values form the complete answer. If the question asks for all real values, an option listing only one of two valid roots is incomplete. If it asks for a positive value, reject the negative root using that condition.

Option ਵਿੱਚ {−2,6} ਦਾ ਮਤਲਬ ਦੋਵੇਂ ਮੁੱਲ ਮਿਲ ਕੇ ਪੂਰਾ ਜਵਾਬ ਹਨ। ਸਵਾਲ all real values ਪੁੱਛੇ ਤਾਂ ਦੋ ਸਹੀ roots ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਲਿਖਿਆ option ਅਧੂਰਾ ਹੈ। Positive ਮੁੱਲ ਪੁੱਛਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸ਼ਰਤ ਮੁਤਾਬਕ negative root ਰੱਦ ਕਰੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write the stated domain and every original restriction: positive/integer conditions, nonzero denominators and nonnegative square roots.
   ਦਿੱਤਾ domain ਅਤੇ ਅਸਲ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਿਖੋ: positive/integer, nonzero denominators ਅਤੇ nonnegative square roots।
2. Simplify known blocks. Collect repeated linear unknown terms on one side, or isolate the complete squared/cubed/root block.
   ਜਾਣੇ ਗਰੁੱਪ ਸੌਖੇ ਕਰੋ। Repeated linear unknown ਦੇ ਪਦ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਕਰੋ ਜਾਂ ਪੂਰਾ squared/cubed/root block ਇਕੱਲਾ ਕਰੋ।
3. Undo the power or factor the resulting polynomial. Keep every candidate at this stage unless a restriction already rules it out.
   Power ਦਾ ਉਲਟ ਕਰੋ ਜਾਂ ਬਣੇ polynomial ਦੇ factors ਲੱਭੋ। ਹੁਣ ਲਈ ਸਾਰੇ candidates ਰੱਖੋ, ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕੋਈ ਸ਼ਰਤ ਰੱਦ ਨਾ ਕਰੇ।
4. For an unknown exponent, factor the common base power and match the remaining value with a known power.
   Unknown exponent ਵਿੱਚ common base power ਕੱਢ ਕੇ ਬਚੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਜਾਣੀ power ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ।
5. Substitute each candidate into the original expression. Reject forbidden or false candidates; choose the option containing precisely the requested values.
   ਹਰ candidate ਅਸਲ expression ਵਿੱਚ ਪਾਓ। ਮਨਾਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਮੁੱਲ ਛੱਡੋ ਅਤੇ ਬਿਲਕੁਲ ਪੁੱਛੇ ਮੁੱਲਾਂ ਵਾਲਾ option ਚੁਣੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use the options after isolating the power: $x^2=144$ with $x>0$ needs only the remembered root 12. For a repeated unknown in a fraction, factor before expanding; for a radical equation, the nonnegative right-side condition often eliminates a negative option instantly. These work through exact factorisation and the definition of a principal root. They do not allow dropping one root from an unrestricted square equation or accepting a candidate solely because the squared equation works.

Power ਇਕੱਲੀ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ options ਵਰਤੋ: $x^2=144$ ਅਤੇ $x>0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਯਾਦ root 12 ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ। Fraction ਵਿੱਚ repeated unknown ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ factors; root equation ਵਿੱਚ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ nonnegative ਹੋਣ ਕਰਕੇ negative option ਤੁਰੰਤ ਰੱਦ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ exact factorisation ਅਤੇ principal root ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। ਬਿਨਾਂ ਸ਼ਰਤ square equation ਦੀ ਇੱਕ root ਨਾ ਛੱਡੋ ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ squared equation ਮਿਲਣ ਨਾਲ candidate ਸਹੀ ਨਾ ਮੰਨੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 113 **Easy — Find the positive x: $x^2 + 19 = 163$.**

ਸੌਖਾ — Positive x ਲੱਭੋ: $x^2 + 19 = 163$।

A) 6 **B)** 12 **C)** −12 **D)** 144

Answer: B — 12

Quick method (≈20–40 sec)

Subtract 19: $x^2=144$.

The positive square root of 144 is 12.

Full method

1. $x^2+19=163$. Subtract 19 from both sides: $x^2=163−19=144$.
2. Solving the square equation gives $x=12$ or $x=−12$ because both square to 144.
3. The question requires $x>0$, so $x=12$.
4. Check: $12^2+19=144+19=163$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

19 ਘਟਾਓ: $x^2=144$।

144 ਦਾ positive square root 12।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ 19 ਘਟਾ ਕੇ $x^2=144$।
2. Square equation ਦੇ ਮੁੱਲ 12 ਅਤੇ −12 ਹਨ; ਦੋਹਾਂ ਦਾ square 144 ਹੈ।
3. $x>0$ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਕਰਕੇ $x=12$।
4. ਜਾਂਚ: $144+19=163$।

Ex 114 **Easy — Find the real x: $x^3 - 27 = -152$.**

ਸੌਖਾ — Real x ਲੱਭੋ: $x^3 - 27 = -152$।

A) −125 **B)** 5 **C)** −7 **D)** −5

Answer: D — -5

Quick method (≈20–40 sec)

Add 27: $x^3=−152+27=−125$.

The cube root of −125 is −5.

Full method

1. Add 27 to both sides: $x^3=−125$.
2. $(−5)×(−5)×(−5)=25×(−5)=−125$, so $x=−5$.
3. A real cube equation has one real solution. Check: $−125−27=−152$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

27 ਜੋੜੋ: $x^3=−152+27=−125$।

−125 ਦਾ cube root −5 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ 27 ਜੋੜ ਕੇ $x^3=-125$।
2. $(-5)\times(-5)\times(-5)=-125$, ਇਸ ਲਈ $x=-5$।
3. Real cube equation ਦਾ ਇੱਕੋ real ਹੱਲ ਹੈ। ਜਾਂਚ: $-125-27=-152$।

Ex 115 **Medium — Find x: 3x + 18 = x + 74.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਲੱਭੋ: 3x + 18 = x + 74।

A) 28 **B)** 46 **C)** 56 **D)** 37

Answer: A — 28

Quick method (≈20–40 sec)

Collect unknowns: $3x-x=74-18$.

$2x=56$, so $x=28$.

Full method

1. Subtract x from both sides: $2x+18=74$.
2. Subtract 18: $2x=56$.
3. Divide by 2: $x=28$.
4. Check left side $3\times28+18=84+18=102$; right side $28+74=102$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Unknown ਪਦ ਇਕੱਠੇ ਕਰੋ: $3x-x=74-18$।

$2x=56$; $x=28$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ x ਘਟਾਓ: $2x+18=74$।
2. 18 ਘਟਾਓ: $2x=56$।
3. 2 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: $x=28$।
4. ਖੱਬੇ $84+18=102$ ਅਤੇ ਸੱਜੇ $28+74=102$; ਜਾਂਚ ਮਿਲੀ।

Ex 116 **Medium — Find x: √(x + 9) + 5 = 14.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਲੱਭੋ: $\sqrt{(x + 9)} + 5 = 14$।

A) 81 **B)** 63 **C)** 72 **D)** 9

Answer: C — 72

Quick method (≈20–40 sec)

Isolate the root: $\sqrt{(x+9)}=9$.

Square to get $x+9=81$; $x=72$.

Full method

1. The original square root requires $x+9\geq0$.
2. Subtract 5 from both sides: $\sqrt{(x+9)}=9$. Both sides are nonnegative.
3. Square both sides: $x+9=81$.
4. Subtract 9: $x=72$.
5. Check: $\sqrt{(72+9)}+5=\sqrt{81}+5=9+5=14$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Root ਇਕੱਲੀ ਕਰੋ: √(x+9)=9।

Square ਨਾਲ x+9=81; x=72।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅਸਲ root ਲਈ x+9≥0 ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
2. 5 ਘਟਾਓ: √(x+9)=9; ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ nonnegative ਹਨ।
3. Square ਕਰੋ: x+9=81।
4. 9 ਘਟਾ ਕੇ x=72।
5. ਜਾਂਚ: √81+5=9+5=14।

Ex 117 **Medium — Find all real values of x: $(x - 4)^2 = 81$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਦੇ ਸਾਰੇ real ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ: $(x - 4)^2 = 81$।

A) {−5} **B)** {−5, 13} **C)** {13} **D)** {5, 13}

Answer: B — {-5, 13}

Quick method (≈20–40 sec)

x−4=+9 or −9. Add 4 to each possibility.

The complete answer is x=13 or −5, shown together in option B.

Full method

1. Move 81 to the left: $(x-4)^2-9^2=0$.
2. Factor a difference of squares: [(x−4)−9][(x−4)+9]=0, giving (x−13)(x+5)=0.
3. A product is zero when at least one factor is zero: x−13=0 or x+5=0.
4. Thus x=13 or x=−5. No positivity condition excludes either value.
5. Check: $(13-4)^2=9^2=81$; $(-5-4)^2=(-9)^2=81$. An option listing only one valid root is incomplete.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

x−4=+9 ਜਾਂ −9। ਦੋਹਾਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ 4 ਜੋੜੋ।

ਪੂਰਾ ਜਵਾਬ x=13 ਜਾਂ −5 ਹੈ; option B ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਹਨ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 81 ਖੱਬੇ ਲਿਆਓ: $(x-4)^2-9^2=0$।
2. Difference of squares ਦੇ factors: (x−13)(x+5)=0।
3. Product zero ਲਈ x−13=0 ਜਾਂ x+5=0।
4. ਇਸ ਲਈ x=13 ਜਾਂ −5। ਕੋਈ positive ਸ਼ਰਤ ਨਹੀਂ ਜੋ ਇੱਕ ਮੁੱਲ ਰੱਦ ਕਰੇ।
5. ਜਾਂਚ: $9^2=81$ ਅਤੇ $(-9)^2=81$। ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਸਹੀ root ਵਾਲਾ option ਅਧੂਰਾ ਹੈ।

Ex 118 **Hard — Find the permitted x: $(x^2 - 16)/(x - 4) = 13$.**

ਔਖਾ — Allowed x ਲੱਭੋ: $(x^2 - 16)/(x - 4) = 13$।

A) 4 **B)** 13 **C)** 17 **D)** 9

Answer: D — 9

Quick method (≈20–40 sec)

The original denominator excludes x=4. Factor the numerator and cancel x−4 to get x+4=13.

Therefore x=9, which is allowed.

Full method

1. First require $x-4\neq0$, so $x\neq4$.
2. Multiply by $x-4$: $x^2-16=13x-52$.
3. Rearrange: $x^2-13x+36=0$.
4. Factor: $(x-4)(x-9)=0$. Candidates are 4 and 9.
5. Reject 4 because the original denominator is zero. Keep 9.
6. Check: $(9^2-16)/(9-4)=(81-16)/5=65/5=13$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅਸਲ denominator ਕਰਕੇ x=4 ਮਨਾਹੀ ਹੈ। ਉੱਪਰ factors ਬਣਾਕੇ x−4 ਕੱਟੋ: x+4=13।

ਇਸ ਲਈ allowed ਮੁੱਲ x=9।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾਂ $x-4\neq0$, ਯਾਨੀ $x\neq4$।
2. x−4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: $x^2-16=13x-52$।
3. ਪਦ ਇਕੱਠੇ ਕਰੋ: $x^2-13x+36=0$।
4. Factors $(x-4)(x-9)=0$; candidates 4 ਅਤੇ 9।
5. 4 ਨਾਲ ਅਸਲ denominator zero ਹੈ; ਇਹ ਰੱਦ। 9 ਰੱਖੋ।
6. ਜਾਂਚ: $(81-16)/5=65/5=13$।

Ex 119 **Hard — Find the real x: √(3x + 4) = x.**

ਔਖਾ — Real x ਲੱਭੋ: √(3x + 4) = x।

A) −1 **B)** 1 **C)** 4 **D)** 5

Answer: C — 4

Quick method (≈20–40 sec)

A principal square root cannot be negative, so $x\geq0$. Square to get $x^2-3x-4=0=(x-4)(x+1)$.

Candidates 4 and −1 arise; only 4 has the required sign and passes the original equation.

Full method

1. Original conditions: $3x+4\geq0$ and $x\geq0$ because the left side is nonnegative.
2. Square both sides: $3x+4=x^2$, so $x^2-3x-4=0$.
3. Factor by splitting −3x as −4x+x: $x(x-4)+(x-4)=(x-4)(x+1)=0$.
4. Candidates are $x=4$ and $x=-1$.
5. For x=4: $\sqrt{(12+4)}=\sqrt{16}=4$, so it is valid.
6. For $x=-1$: $\sqrt{(-3+4)}=\sqrt{1}=1\neq-1$, so it is false. The only real solution is 4.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Principal square root negative ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ, ਇਸ ਲਈ $x\geq0$। Square ਨਾਲ $(x-4)(x+1)=0$।

Candidates 4 ਅਤੇ −1; ਸਿਰਫ਼ 4 ਸਹੀ sign ਅਤੇ ਅਸਲ equation ਨਾਲ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅਸਲ ਸ਼ਰਤਾਂ $3x+4\geq0$ ਅਤੇ $x\geq0$ ਹਨ।
2. Square ਕਰੋ: $3x+4=x^2$; $x^2-3x-4=0$।
3. −3x ਨੂੰ −4x+x ਲਿਖ ਕੇ factors $(x-4)(x+1)=0$।

4. Candidates 4 ਅਤੇ −1 ਹਨ।
5. x=4 ਪਾਓ: √16=4; ਸਹੀ।
6. x=−1 ਪਾਓ: √1=1, ਪਰ ਸੱਜੇ −1; ਗਲਤ। ਇੱਕੋ real ਹੱਲ 4।

Ex 120 **RRB NTPC pattern — Find the nonnegative integer x: $2^{x+2} + 2^{x+1} = 96$.**

RRB NTPC pattern — ਗੈਰ-ਰਿਣਾਤਮਕ integer x ਲੱਭੋ: $2^{x+2} + 2^{x+1} = 96$।

A) 4 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 6

Answer: A — 4

Quick method (≈20–40 sec)

Factor 2^x: $2^x(4+2)=96$, so $2^x=16$.

$16=2^4$, hence x=4.

Full method

1. Use the power rule: $2^{x+2}=4\times2^x$ and $2^{x+1}=2\times2^x$.
2. Add: $6\times2^x=96$.
3. Divide by 6: $2^x=16$.
4. Powers $2^0,2^1,2^2,2^3,2^4$ are 1,2,4,8,16. Thus x=4.
5. Check: $2^6+2^5=64+32=96$. Powers of 2 increase, so no other nonnegative integer works.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

2^x common ਲਵੋ: $2^x(4+2)=96$, ਇਸ ਲਈ $2^x=16$।

$16=2^4$, ਇਸ ਲਈ x=4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Power rule ਨਾਲ ਪਹਿਲਾ ਪਦ 4×2^x ਅਤੇ ਦੂਜਾ 2×2^x ਹੈ।
2. ਜੋੜ $6\times2^x=96$।
3. 6 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: $2^x=16$।
4. Powers 1,2,4,8,16 ਤੋਂ x=4।
5. ਜਾਂਚ: 64+32=96। 2 ਦੀ power ਵਧਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹੋਰ nonnegative integer ਨਹੀਂ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Dropping a root:** $x^2=49$ without a sign condition gives x=−7 and 7.
2. **Giving two cube roots:** $x^3=-125$ has the single real solution −5.
3. **Losing the shift:** $(x-4)^2=81$ means $x=4\pm9$, not simply ±9.
4. **Accepting a zero denominator:** Ex 118 excludes x=4 even though it appears after factorisation.
5. **Checking only the squared equation:** in Ex 119, −1 passes $x^2=3x+4$ but fails the original root equation.
6. **Adding powers incorrectly:** $2^{x+2}+2^{x+1}=6\times2^x$, not 2^{2x+3}.

1. **ਇੱਕ root ਛੱਡਣਾ:** ਬਿਨਾਂ sign ਸ਼ਰਤ $x^2=49$ ਦੇ −7 ਅਤੇ 7 ਦੋਵੇਂ ਹੱਲ।
2. **Cube ਦੇ ਦੋ real roots ਲੈਣਾ:** $x^3=-125$ ਦਾ ਇੱਕੋ real ਹੱਲ −5।
3. **Shift ਭੁੱਲਣਾ:** $(x-4)^2=81$ ਤੋਂ $x=4\pm9$, ਸਿਰਫ਼ ±9 ਨਹੀਂ।

4. Zero denominator ਮੰਨ ਲੈਣਾ: Ex 118 ਵਿੱਚ factorisation ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵੀ x=4 ਮਨਾਹੀ ਹੈ।
5. ਸਿਰਫ਼ squared equation ਜਾਂਚਣਾ: Ex 119 ਵਿੱਚ −1 squared equation ਨਾਲ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਅਸਲ root equation ਨਾਲ ਨਹੀਂ।
6. Powers ਦਾ ਜੋੜ ਗਲਤ ਕਰਨਾ: ਦੋ powers ਦਾ ਜੋੜ 6×2^{x} ਹੈ, exponents ਦਾ ਜੋੜ ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Power/root missing values and repeated unknowns are useful patterns across simplification and elementary algebra; their frequency varies by exam and shift. Target 20–35 seconds for an isolated square/cube and 35–55 seconds for repeated or radical forms. Read the sign condition before looking at options. In Ex 119 reject −1 immediately because the right side must be nonnegative, then test 4: √16=4. In an “all values” question, testing one successful option number is not enough to prove the full root set.

Power/root missing values ਅਤੇ repeated unknowns simplification ਅਤੇ ਬੁਨਿਆਦੀ algebra ਦੇ ਕੰਮ ਦੇ patterns ਹਨ; frequency exam ਅਤੇ shift ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਇਕੱਲੇ square/cube ਲਈ 20–35 ਅਤੇ repeated/root ਰੂਪ ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Options ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ sign ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਪੜ੍ਹੋ। Ex 119 ਵਿੱਚ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ nonnegative ਹੋਣ ਕਰਕੇ −1 ਤੁਰੰਤ ਛੱਡੋ, ਫਿਰ 4 ਪਾ ਕੇ √16=4 ਜਾਂਚੋ। “All values” ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮੁੱਲ ਸਹੀ ਮਿਲਣ ਨਾਲ ਪੂਰਾ root set ਸਾਬਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

TYPE 16 Approximation, rounding and nearest values

ਲਗਭਗ ਹਿਸਾਬ, Rounding ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ ਮੁੱਲ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Approximation replaces an awkward value with a nearby easy value when an exact answer is not required. At a shop, 49.8 kg at ₹20.1 per kg costs about 50×20=₹1000. This is useful for a quick estimate, but the final bill still uses the exact quantities.

Approximation ਵਿੱਚ ਔਖੇ ਮੁੱਲ ਦੀ ਥਾਂ ਨੇੜਲਾ ਸੌਖਾ ਮੁੱਲ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਜਦੋਂ exact ਜਵਾਬ ਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੋਵੇ। ਦੁਕਾਨ ’ਤੇ 49.8 kg ਮਾਲ ₹20.1 ਪ੍ਰਤੀ kg ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਲਗਭਗ 50×20=₹1000 ਬਣਦੇ ਹਨ। ਤੁਰੰਤ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਲਈ ਇਹ ਕੰਮ ਦਾ ਹੈ; ਅਸਲ ਬਿੱਲ exact ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਨਾਲ ਬਣੇਗਾ।

Rounding follows a stated place, such as the nearest integer or nearest ten. A nearest-option question asks which listed value is closest to the actual result. The spacing of the options decides how much precision you must keep.

Rounding ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੀ ਥਾਂ ਤੱਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ nearest integer ਜਾਂ nearest ten। Nearest-option ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਅਸਲ ਜਵਾਬ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ ਦਿੱਤਾ option ਚੁਣਨਾ ਹੈ। Options ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿੰਨੀ precision ਰੱਖਣੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “approximately”, “nearest”, “closest”, “round to” or “approximate value of ?”. These words allow estimation; an ordinary “simplify” question does not automatically allow it. Read whether you must round the final answer, choose the closest listed option, or estimate a missing positive root.

“Approximately”, “nearest”, “closest”, “round to” ਜਾਂ “approximate value of ?” ਵੇਖੋ। ਇਹ ਸ਼ਬਦ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲੈਣ ਦੀ ਇਜਾਜ਼ਤ ਦਿੰਦੇ ਹਨ; ਸਿਰਫ਼ “simplify” ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਆਪ rounding ਨਹੀਂ ਕਰਨੀ। ਵੇਖੋ ਅਖੀਰਲਾ ਜਵਾਬ round ਕਰਨਾ ਹੈ, ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ option ਲੈਣਾ ਹੈ ਜਾਂ positive root ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲੱਭਣਾ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For positive numbers, round to the nearest unit by looking at the next digit: below 5, keep the retained digit; 5 or above, increase it by 1. But do not round every input blindly. If options are close or large terms nearly cancel,

preserve more digits and round the final result once. Use ≈ for estimates and = only for exact equalities.

Positive ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਅਗਲਾ ਅੰਕ ਵੇਖੋ: 5 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਰੱਖਿਆ ਅੰਕ ਉਹੀ; 5 ਜਾਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 1 ਵਧਾਓ। ਪਰ ਹਰ input ਨੂੰ ਅੰਨ੍ਹੇਵਾਹ round ਨਾ ਕਰੋ। Options ਨੇੜੇ ਹੋਣ ਜਾਂ ਵੱਡੇ ਪਦ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ ਕੱਟਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਵੱਧ ਅੰਕ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਅਖੀਰ ਇੱਕ ਵਾਰ round ਕਰੋ। ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਲਈ ≈ ਅਤੇ exact ਬਰਾਬਰੀ ਲਈ = ਵਰਤੋ।

Requested place · ਪੁੱਛੀ ਥਾਂ	Value · ਮੁੱਲ	Rounded result and reason · ਜਵਾਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ
Nearest integer ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ integer	267.46	267: tenths digit 4 is below 5. 267: ਦਸਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਅੰਕ 4 ਹੈ, 5 ਤੋਂ ਘੱਟ।
Nearest ten ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲੀ ਦਹਾਈ	267.46	270: units digit 7 is at least 5. 270: ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ 7 ਹੈ, 5 ਜਾਂ ਵੱਧ।
Nearest tenth ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ ਦਸਵਾਂ ਹਿੱਸਾ	267.46	267.5: hundredths digit 6 increases the tenths digit. 267.5: ਸੌਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਅੰਕ 6 ਦਸਵੇਂ ਅੰਕ ਨੂੰ ਵਧਾਉਂਦਾ ਹੈ।
Nearest hundredth ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ ਸੌਵਾਂ ਹਿੱਸਾ	267.464	267.46: thousandths digit 4 is below 5. 267.46: ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਅੰਕ 4 ਹੈ।
Carry during rounding Rounding ਵਿੱਚ Carry	9.96 to nearest tenth	10.0: 9.9 rounds up through the carry. 10.0: carry ਨਾਲ 9.9 ਤੋਂ ਅਗਲਾ ਦਸਵਾਂ ਹਿੱਸਾ 10.0 ਬਣਦਾ ਹੈ।

Rule / tool · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	When useful · ਕਦੋਂ ਵਰਤਣਾ
Rounding to step u has absolute error ≤u/2	u>0 is the spacing between permitted rounded values, such as 1,10 or 0.1. A number lies at most halfway from its nearest multiple. u>0 rounded ਮੁੱਲਾਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ 1,10 ਜਾਂ 0.1। ਨੇੜਲੇ multiple ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੱਧਾ ਫ਼ਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।	Nearest integer error is at most 0.5; nearest ten error is at most 5. Nearest integer ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 0.5 ਅਤੇ nearest ten ਵਿੱਚ 5 ਦਾ ਫ਼ਰਕ।
Midpoint of options A,B is (A+B)/2	A<B are neighbouring numerical options. The midpoint is equally far from each. Below it favours A; above it favours B. The questions here avoid exact ties. A<B ਨਾਲ-ਨਾਲ numerical options ਹਨ। Midpoint ਦੋਹਾਂ ਤੋਂ ਇੱਕੋ ਦੂਰ ਹੈ। ਹੇਠਾਂ A ਨੇੜੇ, ਉੱਪਰ B। ਇੱਥੇ exact tie ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਨਹੀਂ ਹਨ।	Between 390 and 400, the boundary is 395. 390 ਅਤੇ 400 ਵਿਚਕਾਰ ਹੱਦ 395 ਹੈ।
Sum/subtraction error ≤ sum of individual absolute errors	If input errors are e_1,e_2, their worst combined error is at most $\|e_1\|+\|e_2\|$. This follows from the triangle inequality. Signs may reduce error, but do not assume they will. Inputs ਦੀਆਂ errors e_1,e_2 ਹੋਣ ਤਾਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜੋੜ $\|e_1\|+\|e_2\|$ ਹੈ। Errors ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟ ਵੀ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ, ਪਰ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਨਾ ਮੰਨੋ।	Two separately rounded integers can introduce up to 1 unit of difference in their difference. ਦੋ inputs ਵੱਖ integer round ਕਰਨ ਨਾਲ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਫ਼ਰਕ ਵਿੱਚ 1 ਤੱਕ error ਆ ਸਕਦੀ ਹੈ।

Rule / tool · ਨਿਯਮ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	When useful · ਕਦੋਂ ਵਰਤਣਾ
Compatible numbers preserve the operation	Choose nearby numbers with easy arithmetic, but keep every bracket and BODMAS order. An estimate is not an identity. ਸੌਖੇ ਹਿਸਾਬ ਵਾਲੇ ਨੇੜਲੇ numbers ਲਵੋ, ਪਰ brackets ਅਤੇ BODMAS ਉਹੀ ਰੱਖੋ। Estimate identity ਨਹੀਂ ਹੈ।	1198.5÷24.1≈1200÷24=50
If $N=r^2+d$: $\sqrt{N}\approx r+d/(2r)$	$r>0$ is a nearby known root,$d=N-r^2$ is small compared with r^2. Expand $(r+h)^2=r^2+2rh+h^2$ and ignore only the small h^2 to estimate h. $r>0$ ਨੇੜੇ ਦਾ ਜਾਣਿਆ root ਅਤੇ $d=N-r^2$ ਛੋਟਾ ਫ਼ਰਕ ਹੈ। $(r+h)^2$ ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ ਛੋਟਾ h^2 ਛੱਡਣ ਨਾਲ h ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।	Use only when a coarse perfect-square estimate cannot distinguish the options. ਸਿਰਫ਼ ਤਦੋਂ ਵਰਤੋ ਜਦੋਂ ਮੋਟਾ perfect-square ਅੰਦਾਜ਼ਾ options ਵੱਖ ਨਾ ਕਰ ਸਕੇ।
If $N=r^3+d$: $\sqrt[3]{N}\approx r+d/(3r^2)$	$r>0$,d is small compared with r^3. Expand $(r+h)^3$ and neglect the smaller h^2,h^3 terms for an estimate. $r>0$ ਅਤੇ d,r^3 ਨਾਲੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ। $(r+h)^3$ ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ ਛੋਟੇ h^2,h^3 ਪਦ ਛੱਡ ਕੇ estimate ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।	Not an exact equality; use bounds when a decision is near an option midpoint. ਇਹ exact ਬਰਾਬਰੀ ਨਹੀਂ। Option midpoint ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋਵੇ ਤਾਂ bounds ਨਾਲ ਪੱਕਾ ਕਰੋ।

Wide options, close options and cancellation ਦੂਰ Options, ਨੇੜੇ Options ਅਤੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੇ ਪਦ

With options 800,900,1000,1100, the estimate 50×20=1000 can be enough for 49.8×20.1. With options 398,399,400,401, a rough answer 400 may be too imprecise; you must refine. “Nearest listed” is not always the nearest integer: for actual value 101.6 and options 100,105, the closest listed value is 100 although the nearest integer is 102.

Options 800,900,1000,1100 ਹੋਣ ਤਾਂ 49.8×20.1 ਲਈ 50×20=1000 ਕਾਫ਼ੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। Options 398,399,400,401 ਹੋਣ ਤਾਂ ਮੋਟਾ 400 ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ; ਹੋਰ ਸਹੀ ਕਰੋ। “Nearest listed” ਹਮੇਸ਼ਾ nearest integer ਨਹੀਂ। ਅਸਲ ਮੁੱਲ 101.6 ਅਤੇ options 100,105 ਹੋਣ ਤਾਂ ਦਿੱਤਾ ਨੇੜਲਾ 100 ਹੈ, ਭਾਵੇਂ nearest integer 102 ਹੈ।

Subtract nearly equal large quantities before rounding when possible. For 5000.4−4999.6, the exact difference is 0.8; rounding both inputs to 5000 would erase it. For A^2-B^2, use $(A-B)(A+B)$ to preserve a small difference. Never round a nonzero divisor such as 0.04 to zero.

ਲਗਭਗ ਬਰਾਬਰ ਵੱਡੀਆਂ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਨੂੰ ਹੋ ਸਕੇ ਤਾਂ round ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਘਟਾਓ। 5000.4−4999.6 ਦਾ exact ਫ਼ਰਕ 0.8 ਹੈ; ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 5000 ਕਰਕੇ ਇਹ ਗੁਆ ਬੈਠੋਗੇ। A^2-B^2 ਲਈ $(A-B)(A+B)$ ਨਾਲ ਛੋਟਾ ਫ਼ਰਕ ਬਚਾਓ। 0.04 ਵਰਗੇ nonzero divisor ਨੂੰ round ਕਰਕੇ zero ਨਾ ਬਣਾਓ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Read the requested output: nearest integer/place, nearest listed value or approximate missing value.
   ਪੁੱਛਿਆ output ਪੜ੍ਹੋ: nearest integer/place, nearest listed value ਜਾਂ approximate missing value।
2. Inspect the option gaps and look for large quantities that nearly cancel. Decide how many digits you need.
   Options ਦੇ gaps ਅਤੇ ਲਗਭਗ ਕੱਟਦੇ ਵੱਡੇ ਪਦ ਵੇਖੋ। ਲੋੜੀਂਦੀ precision ਚੁਣੋ।
3. Use compatible numbers and known squares/cubes/fractions while preserving brackets and operation order.
   Compatible numbers ਅਤੇ ਜਾਣੇ squares/cubes/fractions ਵਰਤੋ, ਪਰ brackets ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ ਨਾ ਬਦਲੋ।
4. Compare the estimate with option midpoints. If plausible rounding error could change the winning option, keep more digits or bound the exact value.
   Estimate ਨੂੰ option midpoints ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ। Rounding error ਨਾਲ option ਬਦਲ ਸਕੇ ਤਾਂ ਹੋਰ ਅੰਕ ਜਾਂ exact bounds ਲਵੋ।

5. Round only as requested. For a missing positive root, isolate its power first, estimate, then check that the proposed option fits the required sign and scale.
   ਸਿਰਫ਼ ਪੁੱਛੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ round ਕਰੋ। Missing positive root ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਉਸਦੀ power ਇਕੱਲੀ ਕਰੋ, ਫਿਰ estimate ਅਤੇ sign/scale ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Start coarse and refine only where the options demand it. Replace 624.2 by the nearby square 625 and 1001.5 by the nearby cube 1000 when several units separate the options. For close quotient options, start from a candidate C: if N=DC+e, then N/D=C+e/D exactly, where N is the numerator,D≠0 the divisor,e=N−DC the residual. Estimate the small correction e/D. These routes work only if the final precision separates the options. They do not justify rounding away cancellation or selecting an option before checking a nearby midpoint.

ਪਹਿਲਾਂ ਮੋਟਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਵੋ; options ਮੰਗਣ ਤਾਂ ਹੀ refine ਕਰੋ। Options ਵਿੱਚ ਕਈ units ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 624.2 ਨੂੰ ਨੇੜਲਾ square 625 ਅਤੇ 1001.5 ਨੂੰ cube 1000 ਲਵੋ। Quotient ਦੇ ਨੇੜਲੇ options ਵਿੱਚ candidate C ਤੋਂ ਚੱਲੋ: N=DC+e ਹੋਵੇ ਤਾਂ N/D=C+e/D exact ਹੈ। N numerator,D nonzero divisor ਅਤੇ e=N−DC ਛੋਟਾ ਬਚਿਆ ਫ਼ਰਕ ਹੈ। ਹੁਣ e/D ਦਾ estimate ਕਰੋ। ਇਹ ਰਸਤੇ ਤਦੋਂ ਸਹੀ option ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ precision options ਵੱਖ ਕਰ ਸਕੇ। Cancellation ਗੁਆਉਣਾ ਜਾਂ midpoint ਜਾਂਚੇ ਬਿਨਾਂ option ਚੁਣਨਾ ਠੀਕ ਨਹੀਂ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 121 **Easy — Round 398.7 + 201.4 − 99.8 to the nearest integer.**

ਸੌਖਾ — 398.7 + 201.4 − 99.8 ਨੂੰ nearest integer ਤੱਕ round ਕਰੋ।

A) 499 **B)** 501 **C)** 500 **D)** 502

Answer: C — 500

Quick method (≈20–40 sec)

Keep the tenths until the end: 398.7−99.8=298.9; add 201.4 to get 500.3.

The tenths digit is 3, so round down to 500.

Full method

1. 398.7+201.4=600.1.
2. 600.1−99.8=600.1−100+0.2=500.1+0.2=500.3.
3. The two neighbouring integers are 500 and 501. Distances are 0.3 and 0.7.
4. 500 is nearer. Round the result, not every input separately.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦਸਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਅਖੀਰ ਤੱਕ ਰੱਖੋ: 398.7−99.8=298.9; 201.4 ਜੋੜ ਕੇ 500.3।

ਅਗਲਾ ਅੰਕ 3 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 500।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 398.7+201.4=600.1।
2. 600.1−99.8=600.1−100+0.2=500.3।
3. ਨੇੜਲੇ integers 500 ਅਤੇ 501 ਤੋਂ ਦੂਰੀਆਂ 0.3 ਅਤੇ 0.7 ਹਨ।
4. 500 ਨੇੜੇ ਹੈ। ਅਖੀਰਲਾ result round ਕਰੋ, ਹਰ input ਵੱਖ ਨਹੀਂ।

Ex 122 **Easy — Which listed value is closest to 49.8 × 20.1?**

ਸੌਖਾ — 49.8 × 20.1 ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ ਦਿੱਤਾ ਮੁੱਲ ਕਿਹੜਾ ਹੈ?

A) 1000 **B)** 800 **C)** 900 **D)** 1100

Answer: A — 1000

Quick method (≈20–40 sec)

The options are 100 apart, so start with 49.8≈50 and 20.1≈20.

50×20=1000; the small corrections will not approach the midpoint boundaries 950 or 1050.

Full method

1. 49.8×20.1=49.8×(20+0.1).
2. 49.8×20=996; 49.8×0.1=4.98.
3. Add: 996+4.98=1000.98.
4. The distance from 1000 is 0.98; from 1100 it is 99.02; from 900 it is 100.98; from 800 it is 200.98.
5. The closest listed value is 1000.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Options ਵਿੱਚ 100 ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ 49.8≈50 ਅਤੇ 20.1≈20 ਲਵੋ।

50×20=1000; ਛੋਟੀਆਂ corrections ਇਸਨੂੰ 950 ਜਾਂ 1050 ਦੀ ਹੱਦ ਤੱਕ ਨਹੀਂ ਲੈ ਜਾਂਦੀਆਂ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 49.8×20.1=49.8×(20+0.1)।
2. ਪਹਿਲਾ product 996 ਅਤੇ ਦੂਜਾ 4.98।
3. ਜੋੜ 1000.98।
4. 1000 ਤੋਂ ਦੂਰੀ 0.98,1100 ਤੋਂ 99.02,900 ਤੋਂ 100.98 ਅਤੇ 800 ਤੋਂ 200.98।
5. ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ listed ਮੁੱਲ 1000।

Ex 123 **Medium — Choose the closest listed value: (1198.5 ÷ 24.1) + (14.8 × 4.1).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ listed ਮੁੱਲ ਚੁਣੋ: (1198.5 ÷ 24.1) + (14.8 × 4.1)।

A) 100 **B)** 120 **C)** 130 **D)** 110

Answer: D — 110

Quick method (≈20–40 sec)

Use compatible blocks: 1198.5÷24.1≈1200÷24=50; 14.8×4.1≈15×4=60.

The estimate is 110; a more precise check places it between the option boundaries 105 and 115.

Full method

1. 1198.5÷24.1=11985/241. Since 241×49=11809, the quotient is 49+176/241≈49.7303.
2. 14.8×4.1=(148×41)/100. Here 148×41=5920+148=6068, giving 60.68.
3. Total ≈49.7303+60.68=110.4103.
4. The midpoint between 100 and 110 is 105; between 110 and 120 it is 115.
5. 110.4103 lies between 105 and 115, so 110 is the closest option.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Compatible ਗਰੁੱਪ: 1198.5÷24.1≈1200÷24=50; 14.8×4.1≈15×4=60।

Estimate 110 ਹੈ; ਹੋਰ ਸਹੀ ਜਾਂਚ ਵਿੱਚ ਇਹ 105 ਅਤੇ 115 ਦੀਆਂ ਹੱਦਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ ਵੰਡ 11985/241=49+176/241≈49.7303।
2. ਦੂਜਾ product (148×41)/100=6068/100=60.68।
3. ਕੁੱਲ ਲਗਭਗ 110.4103।
4. 100,110 ਦਾ midpoint 105 ਅਤੇ 110,120 ਦਾ midpoint 115।
5. ਮੁੱਲ 105 ਅਤੇ 115 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ option 110 ਨੇੜੇ ਹੈ।

Ex 124 **Medium — Choose the closest listed value: √624.2 + ∛1001.5 + (24.9% of 160.4).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ listed ਮੁੱਲ ਚੁਣੋ: √624.2 + ∛1001.5 + (24.9% of 160.4)।

A) 65 **B)** 75 **C)** 70 **D)** 80

Answer: B — 75

Quick method (≈20–40 sec)

Use √625=25,∛1000=10 and 25% of 160=40.

Estimated total 25+10+40=75; the exact-value bounds stay safely between 72.5 and 77.5.

Full method

1. For the square root: $24.98^2=624.0004$ and $24.99^2=624.5001$, so $24.98<\sqrt{624.2}<24.99$.
2. For the cube root: $10^3=1000$ and $10.01^3=1003.003001$, so $10<\sqrt[3]{1001.5}<10.01$.
3. Percentage block $=0.249\times160.4=(249\times1604)/10000=(398400+996)/10000=39.9396$.
4. Adding the lower bounds gives 24.98+10+39.9396=74.9196. Adding the upper bounds gives 24.99+10.01+39.9396=74.9396.
5. Thus the true total is between 74.9196 and 74.9396. This whole interval lies between 72.5 and 77.5, the boundaries around option 75.
6. The closest listed value is 75.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

√625=25,∛1000=10 ਅਤੇ 160 ਦਾ 25%=40 ਲਵੋ।

Estimate 25+10+40=75; exact-value bounds ਵੀ 72.5 ਅਤੇ 77.5 ਵਿਚਕਾਰ ਹਨ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $24.98^2=624.0004$ ਅਤੇ $24.99^2=624.5001$; ਇਸ ਲਈ square root 24.98 ਅਤੇ 24.99 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
2. $10^3=1000$ ਅਤੇ $10.01^3=1003.003001$; cube root 10 ਅਤੇ 10.01 ਵਿਚਕਾਰ।
3. Percentage ਗਰੁੱਪ $0.249\times160.4=399396/10000=39.9396$।
4. ਹੇਠਲੇ bounds ਦਾ ਜੋੜ 74.9196 ਅਤੇ ਉੱਪਰਲੇ bounds ਦਾ ਜੋੜ 74.9396।
5. ਪੂਰਾ interval 72.5 ਅਤੇ 77.5 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ; ਇਹ 75 ਵਾਲੇ option ਦੀਆਂ ਹੱਦਾਂ ਹਨ।
6. ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ listed ਮੁੱਲ 75।

Ex 125 **Medium — A positive x satisfies x^2 + √1598.4 = 439.6. Which listed value is closest to x?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Positive x ਲਈ x^2 + √1598.4 = 439.6 ਹੈ। x ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ ਦਿੱਤਾ ਮੁੱਲ ਕਿਹੜਾ ਹੈ?

A) 20 **B)** 18 **C)** 19 **D)** 21

Answer: A — 20

Quick method (≈20–40 sec)

√1598.4≈√1600=40. Thus x^2≈439.6−40=399.6, very near 400.

Since x>0, x≈√400=20.

Full method

1. 39.97^2=1597.6009 and 39.99^2=1599.2001. Hence 39.97<√1598.4<39.99.
2. From x^2=439.6−√1598.4, subtracting reverses the order of these bounds: 399.61<x^2<399.63.
3. 19.99^2=399.6001 and 20^2=400. Therefore the positive x is between 19.99 and 20.
4. The neighbouring option boundaries around 20 are 19.5 and 20.5. The whole interval lies between them.
5. The nearest listed value is 20; the question does not ask for the exact irrational x.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

√1598.4≈40; ਇਸ ਲਈ x^2≈439.6–40=399.6, ਜੋ 400 ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੈ।

x>0 ਕਰਕੇ x≈20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 39.97^2=1597.6009 ਅਤੇ 39.99^2=1599.2001; root ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
2. 439.6 ਵਿੱਚੋਂ root ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ bounds ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਉਲਟਦਾ ਹੈ: 399.61<x^2<399.63।
3. 19.99^2=399.6001 ਅਤੇ 20^2=400; ਇਸ ਲਈ positive x,19.99 ਅਤੇ 20 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
4. 20 ਦੇ ਨਾਲ ਵਾਲੀਆਂ option ਹੱਦਾਂ 19.5 ਅਤੇ 20.5 ਹਨ; ਪੂਰਾ interval ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
5. Nearest listed ਮੁੱਲ 20 ਹੈ; exact irrational x ਨਹੀਂ ਪੁੱਛਿਆ।

Ex 126 **Hard — Round 5000.4 − 4999.6 + 0.49 to the nearest integer.**

ਔਖਾ — 5000.4 − 4999.6 + 0.49 ਨੂੰ nearest integer ਤੱਕ round ਕਰੋ।

A) 0 **B)** 2 **C)** 1 **D)** 3

Answer: C — 1

Quick method (≈20–40 sec)

Keep the small difference exact: 5000.4−4999.6=0.8.

0.8+0.49=1.29, which rounds to 1. Rounding the large terms first would erase 0.8.

Full method

1. Use hundredths: 5000.4=500040/100 and 4999.6=499960/100.
2. Their difference =(500040−499960)/100=80/100=0.8.
3. Add 0.49: 80/100+49/100=129/100=1.29.
4. Distances to neighbouring integers: 1.29−1=0.29 and 2−1.29=0.71.
5. Therefore 1 is nearest. The coarse input rounding 5000−5000 would lose the important difference.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਛੋਟਾ ਫ਼ਰਕ exact ਰੱਖੋ: 5000.4–4999.6=0.8।

0.8+0.49=1.29, ਜੋ 1 ਬਣਦਾ ਹੈ। ਵੱਡੇ ਪਦ ਪਹਿਲਾਂ round ਕਰਨ ਨਾਲ 0.8 ਗੁਆਚ ਜਾਂਦਾ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸੌਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਲਵੋ: 500040/100 ਅਤੇ 499960/100।
2. ਫ਼ਰਕ 80/100=0.8।
3. 0.49 ਜੋੜ ਕੇ 129/100=1.29।
4. 1 ਤੋਂ ਦੂਰੀ 0.29 ਅਤੇ 2 ਤੋਂ 0.71 ਹੈ।

5. ਇਸ ਲਈ 1 ਨੇੜੇ ਹੈ। 5000–5000 ਕਰਨ ਨਾਲ ਅਹਿਮ ਫ਼ਰਕ ਮਿਟ ਜਾਂਦਾ।

Ex 127 **Hard — Round $(100.49)^2 - (99.51)^2$ to the nearest integer.**

ਔਖਾ — $(100.49)^2 - (99.51)^2$ ਨੂੰ nearest integer ਤੱਕ round ਕਰੋ।

A) 194 **B)** 196 **C)** 198 **D)** 200

Answer: B — 196

Quick method (≈20–40 sec)

Preserve the difference using $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

$(100.49-99.51)(100.49+99.51)=0.98\times200=196$ exactly, so the rounded answer is 196.

Full method

1. $(100.49)^2=(100+0.49)^2=10000+98+0.2401=10098.2401$.
2. $(99.51)^2=(100-0.49)^2=10000-98+0.2401=9902.2401$.
3. Subtract: $10098.2401-9902.2401=196.0000$.
4. The value is already an integer, so rounding leaves 196. Rounding both bases to 100 before squaring would give a false zero.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ਨਾਲ ਫ਼ਰਕ ਬਚਾਓ।

$0.98\times200=196$ exact ਹੈ; rounded ਜਵਾਬ ਵੀ 196।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 100.49 ਦਾ square $10000+98+0.2401=10098.2401$।
2. 99.51 ਦਾ square $10000-98+0.2401=9902.2401$।
3. ਘਟਾਓ: ਫ਼ਰਕ 196.0000।
4. ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ integer ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 196। ਦੋਵੇਂ bases ਨੂੰ 100 ਕਰਨ ਨਾਲ ਗਲਤ zero ਮਿਲਦਾ।

Ex 128 **IBPS PO pattern — Which listed value is closest to $(602.4 \times 19.8)/29.9$?**

IBPS PO pattern — $(602.4 \times 19.8)/29.9$ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ ਦਿੱਤਾ ਮੁੱਲ ਕਿਹੜਾ ਹੈ?

A) 398 **B)** 400 **C)** 401 **D)** 399

Answer: D — 399

Quick method (≈20–40 sec)

The coarse estimate $600\times20\div30=400$ is not enough for one-unit option gaps. Refine the numerator: $602.4\times(20-0.2)=12048-120.48=11927.52$.

$29.9\times400=11960$, a shortfall of 32.48. Divide that by 29.9: correction ≈1.09.

Actual quotient $\approx400-1.09=398.91$, so choose 399.

Full method

1. Numerator: $602.4\times19.8=(6024\times198)/100$.
2. $6024\times198=6024\times(200-2)=1204800-12048=1192752$; divide by 100 to get 11927.52.
3. To verify rounding to 399, compare its midpoint boundaries 398.5 and 399.5.
4. $29.9\times398.5=29.9\times(400-1.5)=11960-44.85=11915.15$.
5. $29.9\times399.5=29.9\times(400-0.5)=11960-14.95=11945.05$.

6. 11915.15<11927.52<11945.05. Since 29.9 is positive, dividing shows 398.5<actual quotient<399.5.
7. Thus 399 is the closest option. The unrefined estimate 400 would select the wrong one.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਮੋਟਾ 600×20÷30=400 ਇੱਕ-unit gaps ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ। Numerator ਸਹੀ ਕਰੋ: 12048−120.48=11927.52।

29.9×400=11960; ਘਾਟਾ 32.48 ਹੈ। Correction 32.48÷29.9≈1.09।

Quotient ≈400−1.09=398.91; option 399।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Numerator (6024×198)/100 ਹੈ।
2. 6024×198=1204800−12048=1192752; ਸੌ ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 11927.52।
3. 399 ਦੀਆਂ midpoint ਹੱਦਾਂ 398.5 ਅਤੇ 399.5 ਹਨ।
4. 29.9×398.5=11960−44.85=11915.15।
5. 29.9×399.5=11960−14.95=11945.05।
6. Numerator ਇਹਨਾਂ ਦੋ products ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। Positive 29.9 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ quotient 398.5 ਅਤੇ 399.5 ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
7. ਇਸ ਲਈ 399 ਨੇੜੇ ਹੈ। ਮੋਟੇ estimate 400 ਉੱਤੇ ਰੁਕਣ ਨਾਲ ਗਲਤ option ਮਿਲਦਾ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Approximating an exact question:** estimate only when permitted; 0.33 is not exactly 1/3.
2. **Rounding too early:** Ex 126 needs the 0.8 difference; separate input rounding loses it.
3. **Ignoring option gaps:** the estimate 400 in Ex 128 must be refined because options differ by 1.
4. **Rounding a divisor to zero:** 12÷0.04=300; 12÷0 is undefined.
5. **Breaking BODMAS:** 90÷(3+2)≈90÷5, not 90÷3+2.
6. **Confusing an amount's estimate with an unknown root:** if x^2≈400 and x>0, x≈20, not 400.
7. **Treating a root correction formula as exact:** discarded higher-order terms matter near option boundaries.

1. **Exact ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ approximation:** ਇਜਾਜ਼ਤ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੀ estimate; 0.33 exact 1/3 ਨਹੀਂ।
2. **ਬਹੁਤ ਪਹਿਲਾਂ rounding:** Ex 126 ਦਾ 0.8 ਫ਼ਰਕ ਵੱਖਰੇ input rounding ਨਾਲ ਗੁੰਮ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. **Option gaps ਨਾ ਵੇਖਣਾ:** Ex 128 ਵਿੱਚ 1 ਦਾ gap ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 400 refine ਕਰਨਾ ਹੈ।
4. **Divisor zero ਕਰ ਦੇਣਾ:** 12÷0.04=300; 12÷0 ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ।
5. **BODMAS ਤੋੜਨਾ:** 90÷(3+2) ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ divisor 5 ਹੈ।
6. **Unknown root ਦੀ ਥਾਂ ਉਸਦਾ square ਲੈਣਾ:** x^2≈400 ਅਤੇ x>0 ਤੋਂ x≈20।
7. **Root correction ਨੂੰ exact ਮੰਨਣਾ:** midpoint ਦੇ ਨੇੜੇ ਛੱਡੇ ਪਦ ਅਹਿਮ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Approximation is a useful banking calculation pattern and also supports nearest-value questions in SSC, Railways and state numerical tests. Its frequency varies by paper. Target 20–35 seconds with wide options and 35–55 seconds when close choices require refinement. Spend the first few seconds reading the option spacing. If two plausible options remain, compare against their midpoint instead of chasing unnecessary decimal places. In Ex 128, proving the quotient lies between 398.5 and 399.5 is sufficient; a long exact decimal expansion adds no decision value.

Approximation banking ਦਾ ਕੰਮ ਦਾ calculation pattern ਹੈ ਅਤੇ SSC, Railways, state numerical tests ਦੇ nearest-value ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਮਦਦ ਕਰਦਾ ਹੈ। Frequency paper ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਦੂਰ options ਲਈ 20–35 ਅਤੇ ਨੇੜਲੇ options refine ਕਰਨ ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਪਹਿਲੇ ਕੁਝ ਸਕਿੰਟ option gaps ਵੇਖੋ। ਦੋ options ਬਚਣ ਤਾਂ ਬੇਲੋੜੀਆਂ decimal places ਕੱਢਣ ਦੀ ਥਾਂ midpoint ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ। Ex 128 ਵਿੱਚ quotient 398.5 ਅਤੇ 399.5 ਵਿਚਕਾਰ ਸਾਬਤ ਕਰਨਾ ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ; ਲੰਬੀ decimal expansion ਨਾਲ ਫ਼ੈਸਲੇ ਨੂੰ ਹੋਰ ਮਦਦ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀ।

TYPE 17 Option elimination and answer checks

Options ਛਾਂਟਣਾ ਅਤੇ ਜਵਾਬ ਦੀ ਜਾਂਚ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Option elimination rejects answers that cannot fit the calculation before doing the whole calculation. If 40 packets cost about ₹25 each, a total near ₹10000 is the wrong size; the bill should be around ₹1000. Last digits, signs and parity can reject other impossible answers.

Option elimination ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਹਿਸਾਬ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਨਾ ਬਣ ਸਕਣ ਵਾਲੇ ਜਵਾਬ ਛੱਡਦੇ ਹਾਂ। 40 ਪੈਕਟ ਲਗਭਗ ₹25 ਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਬਿੱਲ ਲਗਭਗ ₹1000 ਹੋਵੇਗਾ; ₹10000 ਵਾਲਾ ਜਵਾਬ ਗਲਤ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ। ਆਖਰੀ ਅੰਕ, sign ਅਤੇ odd/even ਨਾਲ ਹੋਰ ਗਲਤ options ਹਟ ਸਕਦੇ ਹਨ।

A check tests one feature of an answer. Different numbers can share that feature. In a one-correct-option MCQ, a sole surviving option can be selected; if several survive, use another valid check or finish the arithmetic.

Check ਜਵਾਬ ਦੀ ਇੱਕ ਖ਼ਾਸ ਗੱਲ ਜਾਂਚਦਾ ਹੈ। ਵੱਖ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਗੱਲ ਇੱਕੋ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇੱਕੋ ਸਹੀ option ਵਾਲੇ MCQ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਬਚੇ ਤਾਂ ਉਹ ਚੁਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਕਈ ਬਚਣ ਤਾਂ ਹੋਰ valid check ਜਾਂ ਪੂਰਾ ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look at the options before multiplying. Different final digits suggest a units-digit check. Mixed odd/even choices suggest parity; mixed signs suggest a sign check. Options with the same final digit may separate by a remainder-on-division-by-9 check. Options differing by factors of 10 suggest a size or decimal-place check.

ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ options ਵੇਖੋ। ਵੱਖਰੇ ਆਖਰੀ ਅੰਕ ਹੋਣ ਤਾਂ units digit; odd/even ਮਿਲੇ ਹੋਣ ਤਾਂ parity; ਵੱਖਰੇ signs ਹੋਣ ਤਾਂ sign check। ਆਖਰੀ ਅੰਕ ਇੱਕੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਵਾਲਾ remainder ਵੱਖ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। 10 ਗੁਣਾ ਦੇ ਫ਼ਰਕ ਵਾਲੇ options ਲਈ size ਜਾਂ decimal-place check ਵੇਖੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For a nonnegative integer N, write N=10q+r with 0≤r≤9. Here q contains all the other digits and r is the units digit. In sums, differences and products, every part containing a factor 10 contributes zero to the final units place. So the units digits alone determine that place. Division does not allow this direct shortcut.

Nonnegative integer N ਨੂੰ N=10q+r ਲਿਖੋ, ਜਿੱਥੇ 0≤r≤9। q ਬਾਕੀ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲਾ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ r units digit ਹੈ। ਜੋੜ, ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ 10 ਦੇ factor ਵਾਲਾ ਹਿੱਸਾ ਆਖਰੀ ਥਾਂ ਉੱਤੇ zero ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ units digits ਨਾਲ ਆਖਰੀ ਅੰਕ ਮਿਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਇਹ shortcut ਸਿੱਧਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ।

Check · ਜਾਂਚ	Rule and origin · ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	What it can show · ਕੀ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ
Units digit ਆਖਰੀ ਅੰਕ	For integer addition/multiplication, keep only the units place after each step. A multiple of 10 changes no units digit. In subtraction, add 10 as needed to normalise a negative last-place remainder. Integer ਜੋੜ/ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਹਰ ਕਦਮ ਦਾ ਸਿਰਫ਼ units ਅੰਕ ਰੱਖੋ। 10 ਦਾ multiple units ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ। ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ negative remainder ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਲੋੜ ਮੁਤਾਬਕ 10 ਜੋੜੋ।	23×17+8: last digit of 3×7+8=29 is 9.
Parity Odd/Even	An even integer is 2k and an odd integer is 2k+1, where k is an integer. Expand sums/products of these forms to obtain the parity rules. They also apply to negative integers. Even integer 2k ਅਤੇ odd integer 2k+1 ਹੈ, ਜਿੱਥੇ k integer ਹੈ। ਇਹ ਰੂਪ ਜੋੜ/ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ parity rules ਮਿਲਦੇ ਹਨ। Negative integers ਲਈ ਵੀ ਸਹੀ ਹਨ।	Even−even−odd is odd; an integer product with an even factor is even. Even−even−odd, odd ਹੈ। Integer product ਵਿੱਚ ਇੱਕ even factor ਹੋਵੇ ਤਾਂ product even।
Sign ਧਨ/ਰਿਣ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ	Use the sign rules and compare positive/negative totals. A square or principal square root is nonnegative. Sign rules ਅਤੇ positive/negative ਕੁੱਲਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। Square ਅਤੇ principal square root nonnegative ਹਨ।	100−300−20 must be negative. 100−300−20 ਲਾਜ਼ਮੀ negative ਹੈ।
Remainder on division by 9 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਵਾਲਾ ਬਾਕੀ	An integer and its digit sum have the same remainder because every power of 10 leaves remainder 1 on division by 9. Replace integer factors by their remainders in sums/products and reduce again. 10 ਦੀ ਹਰ ਘਾਤ 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ remainder 1 ਦਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ integer ਅਤੇ ਉਸਦੇ digit sum ਦਾ remainder ਇੱਕੋ ਹੈ। ਜੋੜ/ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ factors ਦੇ remainders ਲੈ ਕੇ ਮੁੜ reduce ਕਰੋ।	526: 5+2+6=13, and 13 leaves remainder 4.
Magnitude / bounds ਆਕਾਰ / ਹੱਦਾਂ	Use compatible numbers or safe lower/upper limits. For positive quantities, increasing the numerator increases a quotient; increasing its positive denominator decreases it. Compatible numbers ਜਾਂ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੱਦਾਂ ਵਰਤੋ। Positive quotient ਵਿੱਚ numerator ਵਧੇ ਤਾਂ quotient ਵਧਦਾ ਹੈ; positive denominator ਵਧੇ ਤਾਂ ਘਟਦਾ ਹੈ।	A value around 1000 cannot equal 100 or 10000. ਲਗਭਗ 1000 ਵਾਲਾ ਮੁੱਲ 100 ਜਾਂ 10000 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।
Substitution ਮੁੱਲ ਵਾਪਸ ਪਾਉਣਾ	For a proposed unknown, evaluate the original left and right sides. Check denominator restrictions before substituting. Unknown ਦਾ candidate ਅਸਲ ਖੱਬੇ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਪਾਓ। ਪਹਿਲਾਂ denominator ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਜਾਂਚੋ।	A candidate is valid only when the original equality and conditions hold. ਅਸਲ ਬਰਾਬਰੀ ਅਤੇ ਸ਼ਰਤਾਂ ਮਿਲਣ ਤਾਂ ਹੀ candidate valid ਹੈ।

Parity rules: a small table Odd/Even ਦੇ ਛੋਟੇ ਨਿਯਮ

Inputs · ਪਦ	Addition / subtraction · ਜੋੜ/ਘਟਾਓ	Multiplication · ਗੁਣਾ
Even, even · ਦੋਵੇਂ Even	Even	Even
Odd, odd · ਦੋਵੇਂ Odd	Even	Odd
Even, odd · ਇੱਕ-ਇੱਕ	Odd	Even

Units-digit cycles of powers Powers ਦੇ ਆਖਰੀ ਅੰਕਾਂ ਦੀ Cycle

Base units digit · Base ਦਾ ਅੰਤ	Successive units digits for positive exponents · Positive ਘਾਤਾਂ ਦੀ Cycle	Cycle length · ਲੰਬਾਈ
0	0	1
1	1	1
2	2, 4, 8, 6	4
3	3, 9, 7, 1	4
4	4, 6	2
5	5	1

Base units digit · Base ਦਾ ਅੰਤ	Successive units digits for positive exponents · Positive ਘਾਤਾਂ ਦੀ Cycle	Cycle length · ਲੰਬਾਈ
6	6	1
7	7, 9, 3, 1	4
8	8, 4, 2, 6	4
9	9, 1	2

For a cycle of length L and positive exponent n, divide n by L. A nonzero remainder selects that numbered position; remainder 0 selects position L, not position 1. For 7^{40}, 40÷4 leaves remainder 0, so the units digit is the fourth cycle entry 1. A zero exponent is separate: $a^0=1$ for $a\neq0$; do not apply the positive-exponent cycle to 0^0.

Cycle ਦੀ ਲੰਬਾਈ L ਅਤੇ positive ਘਾਤ n ਲਈ n ਨੂੰ L ਨਾਲ ਵੰਡੋ। Nonzero remainder ਉਸ ਨੰਬਰ ਦੀ entry ਦਿੰਦਾ ਹੈ। Remainder 0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ Lਵੀਂ entry ਲਵੋ, ਪਹਿਲੀ ਨਹੀਂ। 7^{40} ਵਿੱਚ 40÷4 ਦਾ remainder 0; ਚੌਥੀ entry 1। Zero exponent ਵੱਖ ਹੈ: $a\neq0$ ਲਈ $a^0=1$। 0^0 ਉੱਤੇ ਇਹ cycle ਨਾ ਲਗਾਓ।

Digit sums are filters, not full numbers Digit sum ਪੂਰੀ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ

Reduce to a remainder between 0 and 8. A digit sum 18 corresponds to remainder 0, and a digit sum 22 to remainder 4. If a subtraction gives remainder −3, add 9 to get 6. Both 12 and 21 leave remainder 3, so a matching remainder cannot distinguish them.

Remainder ਨੂੰ 0 ਤੋਂ 8 ਵਿੱਚ ਲਵੋ। Digit sum 18 ਦਾ remainder 0 ਅਤੇ 22 ਦਾ 4 ਹੈ। ਘਟਾਓ ਨਾਲ −3 ਆਵੇ ਤਾਂ 9 ਜੋੜ ਕੇ 6 ਲਵੋ। 12 ਅਤੇ 21 ਦੋਹਾਂ ਦਾ remainder 3 ਹੈ; ਸਿਰਫ਼ ਇਹ check ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ।

Complete division blocks before applying a digit-sum check unless you have a separately valid modular method. For example, 18÷3=6. Replacing 18 by its remainder 0 and doing 0÷3 would wrongly suggest remainder 0. Likewise, the last digit of 24÷3 is 8; dividing the units digit 4 by 3 does not recover it.

ਕੋਈ ਵੱਖਰਾ valid modular method ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ digit-sum check ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੰਡ ਵਾਲੇ ਗਰੁੱਪ ਪੂਰੇ ਕਰੋ। 18÷3=6 ਹੈ। 18 ਦਾ remainder 0 ਲੈ ਕੇ 0÷3 ਕਰਨ ਨਾਲ ਗਲਤ remainder 0 ਮਿਲੇਗਾ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 24÷3 ਦਾ ਅੰਤ 8 ਹੈ; units digit 4 ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ਇਹ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦਾ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Read the requested result: full value, units digit, sign or missing number. Inspect how the options differ.
   ਵੇਖੋ ਪੂਰਾ ਮੁੱਲ, units digit, sign ਜਾਂ missing number ਪੁੱਛਿਆ ਹੈ। Options ਕਿਵੇਂ ਵੱਖ ਹਨ, ਪੜ੍ਹੋ।
2. Apply the cheapest valid check: sign, parity, units digit, magnitude or remainder on division by 9.
   ਸਭ ਤੋਂ ਸੌਖਾ valid check ਲਾਓ: sign, parity, units digit, magnitude ਜਾਂ 9 ਦਾ remainder।

3. Respect BODMAS and grouping. Evaluate any division or root block needed before using an integer-only check.
   BODMAS ਅਤੇ grouping ਰੱਖੋ। Integer-only check ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਲੋੜੀਂਦੇ ਵੰਡ/root ਵਾਲੇ ਗਰੁੱਪ ਹੱਲ ਕਰੋ।
4. If one option survives in a one-correct-option MCQ, choose it. If several survive, add an independent check or simplify the remaining arithmetic.
   ਇੱਕੋ ਸਹੀ option ਵਾਲੇ MCQ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਬਚੇ ਤਾਂ ਚੁਣੋ। ਕਈ ਬਚਣ ਤਾਂ ਹੋਰ check ਜਾਂ ਬਚਿਆ ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ।
5. Confirm with a quick direct calculation whenever a check leaves doubt. Never treat a shared last digit as proof of the whole value.
   ਸ਼ੱਕ ਰਹੇ ਤਾਂ ਛੋਟੀ direct calculation ਨਾਲ ਪੱਕਾ ਕਰੋ। ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕੋ last digit ਨੂੰ ਪੂਰੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਸਬੂਤ ਨਾ ਮੰਨੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use the options as information. Four different last digits often make one units calculation sufficient. If all last digits match, try parity, remainder 9 or a size bound instead. This works because a correct value must satisfy every necessary property. It does not work when multiple options share the checked property, when the arithmetic contains an unfinished division, or when decimal place value has been ignored. For close surviving answers, use an exact identity or direct calculation.

Options ਤੋਂ ਜਾਣਕਾਰੀ ਲਵੋ। ਚਾਰੇ last digits ਵੱਖ ਹੋਣ ਤਾਂ ਅਕਸਰ ਇੱਕ units calculation ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ। ਸਭ ਦਾ ਅੰਤ ਇੱਕੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ parity, 9 ਦਾ remainder ਜਾਂ size bound ਵੇਖੋ। ਸਹੀ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਹਰ ਲੋੜੀਂਦੀ property ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ check ਸਹੀ ਹੈ। ਕਈ options ਵਿੱਚ property ਇੱਕੋ ਹੋਵੇ, ਵੰਡ ਅਧੂਰੀ ਹੋਵੇ ਜਾਂ decimal place ਭੁੱਲੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ। ਨੇੜਲੇ ਬਚੇ ਜਵਾਬਾਂ ਲਈ exact identity ਜਾਂ direct ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 129 **Easy — Find the value of 247 × 36 + 18.**

ਸੌਖਾ — 247 × 36 + 18 ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 8910 B) 8912 C) 8914 D) 8916

Answer: A — 8910

Quick method (≈20–40 sec)

Units digit: 7×6+8=42+8=50, so the answer ends in 0.

Only 8910 ends in 0; choose A.

Full method

1. 247×36=247×(30+6).
2. 247×30=7410; 247×6=1482.
3. 7410+1482=8892.
4. 8892+18=8910.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Units digit ਲਈ 7×6+8=50; ਜਵਾਬ ਦਾ ਅੰਤ 0।

ਸਿਰਫ਼ 8910 ਦਾ ਅੰਤ 0 ਹੈ; A ਚੁਣੋ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 247×36=247×(30+6)।
2. ਦੋ products 7410 ਅਤੇ 1482 ਹਨ।

3. ਜੋੜ 8892।

4. 8892+18=8910।

Ex 130 **Easy — Find the value of 126 − 358 − 247.**

ਸੌਖਾ — 126 − 358 − 247 ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) −478 **B)** −480 **C)** −479 **D)** 479

Answer: C — -479

Quick method (≈20–40 sec)

The result is negative because 126 is already smaller than 358. Even−even−odd is odd.

Only −479 is both negative and odd; choose C.

Full method

1. 126−358=−(358−126)=−232.
2. Subtracting another 247 gives −232−247=−(232+247).
3. 232+247=479, so the result is −479.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

126 ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ 358 ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ; ਹੋਰ 247 ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ ਜਵਾਬ negative। Even−even−odd, odd ਹੈ।

ਸਿਰਫ਼ −479 negative ਵੀ ਹੈ ਅਤੇ odd ਵੀ; C ਚੁਣੋ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 126−358=−232।
2. ਹੋਰ 247 ਘਟਾ ਕੇ −232−247=−(232+247)।
3. 232+247=479, ਇਸ ਲਈ −479।

Ex 131 **Medium — Find the value of 684 × 27 − 156.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 684 × 27 − 156 ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 18302 **B)** 18322 **C)** 18332 **D)** 18312

Answer: D — 18312

Quick method (≈20–40 sec)

684 has digit sum 18, so remainder 0 on division by 9. The product remainder is 0; 156 leaves remainder 3. Result remainder =−3, or 6.

Option digit sums are 14,16,17,15; only 15 leaves remainder 6. Choose 18312.

Full method

1. 684×27=684×(20+7).
2. 684×20=13680; 684×7=4788.
3. Product =13680+4788=18468.
4. 18468−156=18468−100−50−6=18368−50−6=18312.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

684 ਦਾ digit sum 18, ਯਾਨੀ remainder 0। Product ਦਾ ਵੀ 0। 156 ਦਾ remainder 3; ਨਤੀਜੇ ਦਾ −3, ਯਾਨੀ 6।

Options ਦੇ digit sums 14,16,17,15 ਹਨ; ਸਿਰਫ਼ 15 ਦਾ remainder 6। ਜਵਾਬ 18312।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 684×27=684×(20+7)।
2. Products 13680 ਅਤੇ 4788 ਹਨ।
3. ਜੋੜ 18468।
4. 156 ਘਟਾਓ: 18368−50−6=18312।

Ex 132 **Medium — Find the units digit of $7^{43} + 3^{26}$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — $7^{43} + 3^{26}$ ਦਾ units digit ਲੱਭੋ।

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6

Answer: B — 2

Quick method (≈20–40 sec)

For 7, cycle 7,9,3,1: 43 leaves remainder 3 on division by 4, so the digit is 3. For 3, 26 leaves remainder 2, so the digit is 9.

3+9=12; the units digit is 2.

Full method

1. 43=4×10+3, so $7^{43}=(7^4)^{10}\times7^3$.
2. $7^4=2401$ ends in 1; every power of it ends in 1. Also $7^3=343$ ends in 3, so 7^{43} ends in 3.
3. 26=4×6+2, so $3^{26}=(3^4)^6\times3^2$.
4. $3^4=81$ ends in 1 and $3^2=9$, so 3^{26} ends in 9.
5. Adding the two units contributions gives 3+9=12. The requested units digit is 2.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

7 ਦੀ cycle 7,9,3,1 ਹੈ; 43 ਦਾ 4 ਨਾਲ remainder 3, ਇਸ ਲਈ ਅੰਤ 3। 3 ਦੀ cycle ਵਿੱਚ 26 ਦਾ remainder 2, ਇਸ ਲਈ ਅੰਤ 9।

3+9=12; units digit 2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 43=4×10+3, ਇਸ ਲਈ $7^{43}=(7^4)^{10}\times7^3$।
2. 7^4 ਦਾ ਅੰਤ 1 ਅਤੇ 7^3 ਦਾ ਅੰਤ 3; ਪੂਰੇ product ਦਾ ਅੰਤ 3।
3. 26=4×6+2, ਇਸ ਲਈ $3^{26}=(3^4)^6\times3^2$।
4. 3^4 ਦਾ ਅੰਤ 1 ਅਤੇ $3^2=9$; ਪੂਰੇ product ਦਾ ਅੰਤ 9।
5. 3+9=12; ਪੁੱਛਿਆ units digit 2।

Ex 133 **Medium — Find the value of (398 × 51)/19.9.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — (398 × 51)/19.9 ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 102 **B)** 1020 **C)** 10200 **D)** 102000

Answer: B — 1020

Quick method (≈20–40 sec)

Size check: 398≈400,51≈50,19.9≈20 gives about 1000. Only 1020 has that scale.

For confirmation, 398÷19.9=20 exactly; 20×51=1020.

Full method

1. Numerator =398×51=398×(50+1)=19900+398=20298.

2. Multiply numerator and denominator by 10: 20298÷19.9=202980÷199.
3. 199×1000=199000, leaving 3980.
4. 199×20=3980. Therefore the quotient is 1000+20=1020.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਆਕਾਰ ਲਈ 400×50÷20 ਲਗਭਗ 1000 ਹੈ। ਸਿਰਫ਼ 1020 ਇਸ scale ਦਾ ਹੈ।

ਪੱਕਾ ਕਰੋ: 398÷19.9=20 exact; 20×51=1020।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਉੱਪਰ 398×51=19900+398=20298।
2. ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 202980÷199।
3. 199×1000=199000; ਬਾਕੀ 3980।
4. 199×20=3980; ਇਸ ਲਈ quotient 1020।

Ex 134 **Hard — Find the value of 487 × 236 + 513 × 264.**

ਔਖਾ — 487 × 236 + 513 × 264 ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 249364 **B)** 250274 **C)** 251364 **D)** 250364

Answer: D — 250364

Quick method (≈20–40 sec)

Remainder 9: (1×2)+(0×3)=2. It eliminates 249364 and 251364, but leaves both 250274 and 250364.

Finish with a common centre: 487(250−14)+513(250+14)=1000×250+26×14.

250000+364=250364. The check alone was insufficient.

Full method

1. 487×236=487×(200+30+6)=97400+14610+2922.
2. 97400+14610=112010; adding 2922 gives 114932.
3. 513×264=513×(200+60+4)=102600+30780+2052.
4. 102600+30780=133380; adding 2052 gives 135432.
5. Add both products: 114932+135432=250364.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

9 ਦੇ remainders ਨਾਲ ਨਤੀਜਾ 2 ਹੈ। 249364 ਅਤੇ 251364 ਰੱਦ; ਪਰ 250274 ਅਤੇ 250364 ਦੋਵੇਂ ਬਚਦੇ ਹਨ।

Centre 250 ਵਰਤੋ: 487(250−14)+513(250+14)=1000×250+26×14।

250000+364=250364। ਇਕੱਲਾ check ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ ਸੀ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 487×236=97400+14610+2922।
2. ਪਹਿਲਾ product 114932।
3. 513×264=102600+30780+2052।
4. ਦੂਜਾ product 135432।
5. ਦੋਵੇਂ ਜੋੜ ਕੇ 114932+135432=250364।

Ex 135 **Hard — Find the value of (8748 ÷ 12) + (371 × 29).**

ਔਖਾ — (8748 ÷ 12) + (371 × 29) ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 11478 B) 11498 C) 11488 D) 11508

Answer: C — 11488

Quick method (≈20–40 sec)

First complete division: 8748÷12=729, whose remainder on division by 9 is 0. The product remainder is (2×2)=4.

The option digit sums are 21,23,22,15. Only 22 leaves remainder 4, so choose 11488.

Full method

1. 12×700=8400 and 12×29=348; 8400+348=8748. Thus 8748÷12=729.
2. 371×29=371×(30−1)=11130−371=10759.
3. Add 729: 10759+700=11459; 11459+29=11488.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾਂ ਵੰਡ ਪੂਰੀ: 8748÷12=729; 9 ਦਾ remainder 0। Product ਦੇ remainders 2×2=4।

Options ਦੇ digit sums 21,23,22,15; ਸਿਰਫ਼ 22 ਦਾ remainder 4। ਜਵਾਬ 11488।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 12×700=8400 ਅਤੇ 12×29=348; ਕੁੱਲ 8748, ਇਸ ਲਈ quotient 729।
2. 371×29=11130−371=10759।
3. 729 ਜੋੜੋ: 11459+29=11488।

Ex 136 **SSC CGL pattern — Find the value of $996 \times 1004 - 98^2$.**

SSC CGL pattern — $996 \times 1004 - 98^2$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 990380 B) 990382 C) 990384 D) 990386

Answer: A — 990380

Quick method (≈20–40 sec)

The product ends in 6×4→4; 98^2 ends in 8×8→4. Their difference must end in 0.

Only 990380 fits the units check.

Full method

1. 996×1004=(1000−4)(1000+4)=1000000−16=999984.
2. $98^2=(100-2)^2=10000-400+4=9604$.
3. 999984−9604=999984−9600−4=990384−4=990380.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Product ਦਾ ਅੰਤ 6×4 ਤੋਂ 4 ਅਤੇ 98^2 ਦਾ ਅੰਤ 8×8 ਤੋਂ 4 ਹੈ। ਫ਼ਰਕ ਦਾ ਅੰਤ 0 ਹੋਵੇਗਾ।

ਸਿਰਫ਼ 990380 ਫਿੱਟ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 996×1004=1000000−16=999984।
2. $98^2=10000-400+4=9604$।
3. 999984−9604=990384−4=990380।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. Treating one matching feature as sufficient when several options share it: Ex 134 leaves two remainder-matching choices.
2. Dividing last digits or digit sums directly: finish 18÷3 before applying a remainder check.
3. Taking the first cycle entry for remainder 0: a positive exponent divisible by 4 uses the fourth entry of a four-entry cycle.
4. Ignoring signs: 126−358−247 is negative, even if +479 has the correct parity.
5. Using integer parity on a decimal: 2.5 is not an odd integer; first interpret the exact expression.
6. Confusing remainder 0 with the number 0: 18,27 and 729 all leave remainder 0, but they are different values.

1. ਕਈ options ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ property ਹੋਣ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ ਜਵਾਬ ਚੁਣਨਾ: Ex 134 ਵਿੱਚ ਦੋ remainder-matching choices ਬਚਦੀਆਂ ਹਨ।
2. Last digits ਜਾਂ digit sums ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ ਵੰਡਣਾ: ਪਹਿਲਾਂ ਅਸਲ 18÷3 ਕਰੋ।
3. Remainder 0 ਲਈ ਪਹਿਲੀ cycle entry ਲੈਣਾ: ਚਾਰ-entry cycle ਵਿੱਚ ਚੌਥੀ entry ਲੈਣੀ ਹੈ।
4. Sign ਭੁੱਲਣਾ: +479 odd ਤਾਂ ਹੈ, ਪਰ Ex 130 ਦਾ ਜਵਾਬ negative ਹੈ।
5. Decimal ਨੂੰ odd/even integer ਮੰਨਣਾ: 2.5 odd integer ਨਹੀਂ।
6. Remainder 0 ਨੂੰ ਮੁੱਲ 0 ਮੰਨਣਾ: 18,27 ਅਤੇ 729 ਦੇ remainders 0 ਹਨ, ਮੁੱਲ ਵੱਖ ਹਨ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Option checks can save time throughout SSC, Railways, banking and state numerical papers; they are often solving tools rather than a separately counted topic. Target 10–20 seconds for a decisive sign/units check and 25–45 seconds when a second check or short calculation is needed. Keep the distinction between “this option is possible” and “this is the only possible option”. If a check has not separated the choices within a few seconds, switch to an exact simplification instead of repeating the same check.

Option checks SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical papers ਵਿੱਚ ਸਮਾਂ ਬਚਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਅਕਸਰ ਹੱਲ ਦੇ tools ਹਨ, ਵੱਖਰੇ ਗਿਣੇ topic ਨਹੀਂ। ਪੱਕੇ sign/units check ਲਈ 10–20 ਅਤੇ ਦੂਜੇ check ਜਾਂ ਛੋਟੇ ਹਿਸਾਬ ਲਈ 25–45 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। “ਇਹ option ਬਣ ਸਕਦਾ ਹੈ” ਅਤੇ “ਸਿਰਫ਼ ਇਹੋ ਬਣ ਸਕਦਾ ਹੈ” ਵੱਖ ਗੱਲਾਂ ਹਨ। ਕੁਝ ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ choices ਵੱਖ ਨਾ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹੀ check ਦੁਹਰਾਉਣ ਦੀ ਥਾਂ exact simplification ਕਰੋ।

TYPE 18 Defined operations and replaced symbols

ਦਿੱਤੇ ਨਿਯਮ ਵਾਲੀਆਂ Operations ਅਤੇ ਬਦਲੇ ਨਿਸ਼ਾਨ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A defined operation is a custom instruction for two inputs. Suppose a shop charges ₹40 per kg of rice and ₹60 per litre of milk; its bill rule for a kg and b litres is 40a+60b. A question can give that rule a symbol, such as a ★ b. You use the stated rule to calculate the output.

Defined operation ਦੋ inputs ਲਈ ਬਣਾਇਆ ਖ਼ਾਸ ਨਿਯਮ ਹੈ। ਦੁਕਾਨ ਚੌਲ ₹40 ਪ੍ਰਤੀ kg ਅਤੇ ਦੁੱਧ ₹60 ਪ੍ਰਤੀ litre ਦੇਵੇ ਤਾਂ a kg ਅਤੇ b litres ਦਾ ਬਿੱਲ 40a+60b ਹੈ। ਸਵਾਲ ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ a ★ b ਵਰਗਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਦੇ ਸਕਦਾ ਹੈ। Output ਕੱਢਣ ਲਈ ਦਿੱਤਾ rule ਲਗਾਓ।

In a symbol-replacement question, a sign stands for an ordinary operation instead. First translate each original sign into its stated meaning, then calculate with normal BODMAS. A new question can give the same symbol a different meaning.

Symbol-replacement ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਾਨ ਆਮ operation ਦੀ ਥਾਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ ਅਸਲ ਨਿਸ਼ਾਨ ਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਮਤਲਬ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ, ਫਿਰ ਆਮ BODMAS ਕਰੋ। ਨਵੇਂ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਉਸੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਦਾ ਨਵਾਂ ਮਤਲਬ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “a ★ b is defined as…”, “if x ◇ y=…”, “find the missing input”, or “★ means + and ◇ means ×”. Nested brackets signal that an inner custom operation supplies an input to an outer one. Two custom symbols may have separate rules in the same question.

“a ★ b is defined as…”, “x ◇ y=…”, “missing input ਲੱਭੋ” ਜਾਂ “★ means +, ◇ means ×” ਵੇਖੋ। Nested brackets ਵਿੱਚ ਅੰਦਰਲੀ custom operation ਦਾ ਜਵਾਬ ਬਾਹਰਲੀ ਦਾ input ਬਣਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਦੋ symbols ਦੇ ਵੱਖ rules ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

The first input replaces the first letter everywhere; the second input replaces the second letter everywhere. If a ★ b=2a+b, then 4 ★ 7=2×4+7=15. The star does not automatically mean multiplication. Its formula comes from the question’s definition, not from a universal rule about stars.

ਪਹਿਲਾ input ਹਰ ਥਾਂ ਪਹਿਲੇ ਅੱਖਰ ਦੀ ਥਾਂ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਹਰ ਥਾਂ ਦੂਜੇ ਅੱਖਰ ਦੀ ਥਾਂ ਪਾਓ। a ★ b=2a+b ਹੋਵੇ ਤਾਂ 4 ★ 7=2×4+7=15। Star ਆਪਣੇ ਆਪ multiplication ਨਹੀਂ ਹੈ। Formula ਸਵਾਲ ਦੀ definition ਤੋਂ ਆਉਂਦਾ ਹੈ, star ਦਾ ਕੋਈ ਇੱਕੋ universal rule ਨਹੀਂ।

Stated definition · ਦਿੱਤਾ Rule	Substitution · ਮੁੱਲ ਪਾਉਣਾ	Why / restriction · ਕਾਰਨ ਜਾਂ ਸ਼ਰਤ
a ★ b=ma+nb	For whole inputs U,V: U ★ V=mU+nV. m,n are fixed coefficients from the definition; U,V may themselves be expressions. ਪੂਰੇ inputs U,V ਲਈ U ★ V=mU+nV। m,n definition ਦੇ ਪੱਕੇ coefficients ਹਨ; U,V expressions ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।	Replace each placeholder consistently; use brackets around a multi-term input. ਹਰ placeholder ਇੱਕੋ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਬਦਲੋ। ਕਈ ਪਦਾਂ ਵਾਲੇ input ਨੂੰ brackets ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ।
a ◇ b=a^2-b	U ◇ V=U^2-V. The complete first input is squared; the second is not. U ◇ V=U^2-V। ਪੂਰੇ ਪਹਿਲੇ input ਦਾ square ਹੈ, ਦੂਜੇ ਦਾ ਨਹੀਂ।	This rule is given by definition. It is not $(U-V)^2$. ਇਹ ਦਿੱਤੀ definition ਹੈ; $(U-V)^2$ ਨਹੀਂ।
a ⊙ b= (a+b)/(a−b)	U ⊙ V=(U+V)/(U−V), with U≠V. U ⊙ V=(U+V)/(U−V), ਜਿੱਥੇ U≠V।	The defined denominator must be nonzero. Check again after an inner operation changes an input. Defined denominator nonzero ਹੋਵੇ। ਅੰਦਰਲੀ operation input ਬਦਲੇ ਤਾਂ ਮੁੜ ਜਾਂਚੋ।
(a ★ b) ★ c	First calculate T=a ★ b. Then use T as the complete first input in T ★ c. T is a temporary result, not a new operator. ਪਹਿਲਾਂ T=a ★ b ਕੱਢੋ। ਫਿਰ T ★ c ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ T ਪਹਿਲਾ input ਹੈ। T ਸਿਰਫ਼ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਜਵਾਬ ਹੈ।	Brackets specify the order; custom operations need not be associative. Brackets ਕ੍ਰਮ ਦੱਸਦੇ ਹਨ; custom operations associative ਹੋਣੀਆਂ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ।

Stated definition · ਦਿੱਤਾ Rule	Substitution · ਮੁੱਲ ਪਾਉਣਾ	Why / restriction · ਕਾਰਨ ਜਾਂ ਸ਼ਰਤ
a ★ b=ma+nb and x ★ b=t	If m≠0, mx+nb=t, so x=(t−nb)/m. b,t are known inputs/output. m≠0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ mx+nb=t ਤੋਂ x=(t−nb)/m। b,t ਦਿੱਤਾ input ਅਤੇ output ਹਨ।	Apply the definition first, then the ordinary missing-value method. A different definition may need a different equation. ਪਹਿਲਾਂ definition ਲਗਾਓ, ਫਿਰ ਆਮ missing-value method। ਹੋਰ definition ਲਈ ਹੋਰ equation ਬਣ ਸਕਦੀ ਹੈ।
★ means +; ◇ means ×	Translate original symbols once. For example, 6 ★ 3 ◇ 4 becomes 6+3×4=18. ਅਸਲ symbols ਇੱਕ ਵਾਰ ਬਦਲੋ। 6 ★ 3 ◇ 4 ਤੋਂ 6+3×4=18।	After translation, ordinary multiplication has priority over addition. Translation ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਆਮ multiplication, addition ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੈ।

Order of inputs matters Inputs ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਮਹੱਤਵ ਰੱਖਦਾ ਹੈ

For a ★ b=2a+b, 2 ★ 5=4+5=9 but 5 ★ 2=10+2=12. Swapping the inputs changes the result. Also (1 ★ 2) ★ 3=4 ★ 3=11, whereas 1 ★ (2 ★ 3)=1 ★ 7=9. You cannot assume commutativity or associativity unless the rule proves it.

a ★ b=2a+b ਵਿੱਚ 2 ★ 5=9, ਪਰ 5 ★ 2=12 ਹੈ। Inputs ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਜਵਾਬ ਬਦਲ ਗਿਆ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ (1 ★ 2) ★ 3=4 ★ 3=11, ਪਰ 1 ★ (2 ★ 3)=1 ★ 7=9। Rule ਸਾਬਤ ਨਾ ਕਰੇ ਤਾਂ commutative ਜਾਂ associative ਨਾ ਮੰਨੋ।

A flat chain of genuinely custom operations needs a stated order or brackets; a custom star does not inherit × priority merely because it looks like a multiplication sign. The examples here state the required grouping, or explicitly replace symbols by ordinary operations.

ਅਸਲ custom operations ਦੀ ਸਿੱਧੀ chain ਲਈ order ਜਾਂ brackets ਦਿੱਤੇ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। Star ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਸ਼ਕਲ ਕਰਕੇ × ਵਾਲੀ priority ਨਾ ਦਿਓ। ਇੱਥੇ examples ਵਿੱਚ grouping ਸਾਫ਼ ਹੈ ਜਾਂ symbols ਨੂੰ ਆਮ operations ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ ਸਿੱਧਾ ਕਿਹਾ ਹੈ।

Replace original symbols once ਅਸਲ ਨਿਸ਼ਾਨ ਇੱਕ ਵਾਰ ਹੀ ਬਦਲੋ

If an original + means ÷ and an original × means +, then 8+4×3 translates simultaneously to 8÷4+3=5. Do not translate the newly written + again; it was created as the meaning of the original ×. A two-column symbol map prevents this cascading error.

ਅਸਲ + ਦਾ ਮਤਲਬ ÷ ਅਤੇ ਅਸਲ × ਦਾ ਮਤਲਬ + ਹੋਵੇ ਤਾਂ 8+4×3 ਇੱਕੋ ਵਾਰ ਬਦਲ ਕੇ 8÷4+3=5 ਹੈ। ਨਵਾਂ ਲਿਖਿਆ + ਮੁੜ ਨਾ ਬਦਲੋ; ਇਹ ਅਸਲ × ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ। ਦੋ-column symbol map ਨਾਲ ਇਹ ਗਲਤੀ ਬਚਦੀ ਹੈ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Copy the definition or make a symbol-to-meaning table. Treat the definition as local to the current question.
   Definition ਉਤਾਰੋ ਜਾਂ symbol-to-meaning ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਓ। Rule ਸਿਰਫ਼ ਮੌਜੂਦਾ ਸਵਾਲ ਦਾ ਮੰਨੋ।
2. Identify the first and second inputs for each operation. Start with the innermost explicitly grouped operation.
   ਹਰ operation ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਦੂਜੇ inputs ਪਛਾਣੋ। ਸਭ ਤੋਂ ਅੰਦਰਲੇ ਸਾਫ਼ bracket ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ।
3. Replace every placeholder by the complete corresponding input, using brackets where needed.
   ਹਰ placeholder ਦੀ ਥਾਂ ਪੂਰਾ input brackets ਨਾਲ ਪਾਓ।
4. Evaluate with ordinary arithmetic inside the substituted formula. For a missing input, form and solve the resulting equation.
   ਬਣੇ formula ਵਿੱਚ ਆਮ ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ। Missing input ਹੋਵੇ ਤਾਂ equation ਬਣਾ ਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ।

5. Feed inner results into outer operations, checking denominator/root restrictions each time. For symbol replacement, translate all original signs once and then use BODMAS.

   ਅੰਦਰਲੇ ਜਵਾਬ ਬਾਹਰਲੀ operation ਵਿੱਚ ਪਾਓ; ਹਰ ਵਾਰ denominator/root ਸ਼ਰਤਾਂ ਜਾਂਚੋ। Symbol replacement ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਅਸਲ signs ਇੱਕ ਵਾਰ ਬਦਲ ਕੇ BODMAS ਕਰੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use a two-input mental slot: first input → every a; second input → every b. Write only the resulting small arithmetic block. For nested operations, label the inner results T and U rather than repeatedly expanding a long expression. It works because a definition substitutes equal values for its placeholders. It does not permit swapping input order, carrying a rule from the previous question, or assigning ordinary precedence to an undefined custom chain.

ਮਨ ਵਿੱਚ ਦੋ slots ਰੱਖੋ: ਪਹਿਲਾ input ਹਰ a ਲਈ, ਦੂਜਾ ਹਰ b ਲਈ। ਸਿਰਫ਼ ਬਣਿਆ ਛੋਟਾ ਹਿਸਾਬ ਲਿਖੋ। Nested operations ਵਿੱਚ ਅੰਦਰਲੇ ਜਵਾਬ T ਅਤੇ U ਰੱਖੋ ਤਾਂ ਲੰਬੀ expression ਮੁੜ-ਮੁੜ ਨਾ ਖੋਲ੍ਹਣੀ ਪਵੇ। Definition ਵਿੱਚ placeholders ਦੀ ਥਾਂ ਬਰਾਬਰ ਮੁੱਲ ਪਾਉਣ ਕਰਕੇ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ। Inputs ਉਲਟਣਾ, ਪਿਛਲੇ ਸਵਾਲ ਦਾ rule ਲਿਆਉਣਾ ਜਾਂ custom chain ਨੂੰ ਆਪਣੀ priority ਦੇਣਾ ਗਲਤ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 137 **Easy — In this question, a ★ b = 2a + b. Find 4 ★ 7.**

ਸੌਖਾ — ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ a ★ b = 2a + b ਹੈ। 4 ★ 7 ਲੱਭੋ।

A) 11 B) 18 C) 22 D) 15

Answer: D — 15

Quick method (≈20–40 sec)

First slot 4, second slot 7: 2×4+7.

8+7=15.

Full method

1. The rule is a ★ b=2a+b. Set a=4 and b=7.
2. 4 ★ 7=2×4+7.
3. Multiplication first: 2×4=8. Add 7: 8+7=15.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ slot 4, ਦੂਜਾ 7: 2×4+7।

8+7=15।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Rule ਵਿੱਚ a=4 ਅਤੇ b=7 ਪਾਓ।
2. 4 ★ 7=2×4+7।
3. ਪਹਿਲਾਂ product 8, ਫਿਰ 7 ਜੋੜ ਕੇ 15।

Ex 138 **Easy — In this question, a ◇ b = a^2 − b. Find 5 ◇ 9.**

ਸੌਖਾ — ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ a ◇ b = a^2 − b ਹੈ। 5 ◇ 9 ਲੱਭੋ।

A) 34 **B)** 16 **C)** −16 **D)** 25

Answer: B — 16

Quick method (≈20–40 sec)

Square only the first input 5: 25.

Subtract the second input 9: 25−9=16.

Full method

1. Use a=5,b=9 in a^2−b.
2. The output is 5^2−9=5×5−9.
3. 5×5=25; 25−9=16. The rule does not square the second input.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਸਿਰਫ਼ ਪਹਿਲੇ input 5 ਦਾ square 25 ਕਰੋ।

ਦੂਜਾ input 9 ਘਟਾਓ: 25−9=16।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. a^2−b ਵਿੱਚ a=5,b=9 ਪਾਓ।
2. Output 5^2−9=5×5−9।
3. 25−9=16; ਦੂਜੇ input ਦਾ square ਨਹੀਂ ਹੈ।

Ex 139 **Medium — In this question, a ★ b = 3a − 2b. Find (5 ★ 2) ★ 4.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ a ★ b = 3a − 2b ਹੈ। (5 ★ 2) ★ 4 ਲੱਭੋ।

A) 25 **B)** 11 **C)** 7 **D)** 17

Answer: A — 25

Quick method (≈20–40 sec)

Inner result 5 ★ 2=15−4=11.

Outer operation is 11 ★ 4=33−8=25.

Full method

1. Start inside the brackets: 5 ★ 2=3×5−2×2=15−4=11.
2. Replace the whole inner bracket by 11. The expression becomes 11 ★ 4.
3. Apply the same current rule again: 3×11−2×4=33−8=25.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅੰਦਰ 5 ★ 2=15−4=11।

ਬਾਹਰ 11 ★ 4=33−8=25।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅੰਦਰਲੇ bracket ਵਿੱਚ 3×5−2×2=11।
2. ਪੂਰੇ ਅੰਦਰਲੇ bracket ਦੀ ਥਾਂ 11; ਹੁਣ 11 ★ 4।
3. ਉਹੀ ਮੌਜੂਦਾ rule ਮੁੜ ਲਾਓ: 3×11−2×4=33−8=25।

Ex 140 **Medium — In this question, a ⊙ b = (a + b)/(a − b), a ≠ b. Find (7 ⊙ 3) + (9 ⊙ 5).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ a ⊙ b = (a + b)/(a − b), a ≠ b ਹੈ। (7 ⊙ 3) + (9 ⊙ 5) ਲੱਭੋ।

A) 5 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 3

Answer: C — 6

Quick method (≈20–40 sec)

Both defined denominators are 4. The two outputs are 10/4 and 14/4.

Add numerators: (10+14)/4=24/4=6.

Full method

1. For 7 ⊙ 3, a−b=7−3=4≠0. Output =(7+3)/(7−3)=10/4=5/2.
2. For 9 ⊙ 5, a−b=9−5=4≠0. Output =(9+5)/(9−5)=14/4=7/2.
3. Add the completed outputs: 5/2+7/2=12/2=6.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦੋਵੇਂ defined denominators 4 ਹਨ। Outputs 10/4 ਅਤੇ 14/4।

Numerators ਜੋੜੋ: 24/4=6।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 7 ⊙ 3 ਵਿੱਚ denominator 4≠0; output 10/4=5/2।
2. 9 ⊙ 5 ਵਿੱਚ denominator 4≠0; output 14/4=7/2।
3. ਪੂਰੇ outputs ਜੋੜੋ: 5/2+7/2=12/2=6।

Ex 141 **Medium — In this question, a △ b = ab + a − b. Find x if x △ 4 = 31.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ a △ b = ab + a − b ਹੈ। x △ 4 = 31 ਹੋਵੇ ਤਾਂ x ਲੱਭੋ।

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8

Answer: C — 7

Quick method (≈20–40 sec)

Put x in the first slot and 4 in the second: 4x+x−4=31.

5x=35, so x=7.

Full method

1. Substitute a=x,b=4 into the definition: x △ 4=x×4+x−4.
2. The equation becomes 4x+x−4=31, or 5x−4=31.
3. Add 4 to both sides: 5x=35.
4. Divide by 5: x=7.
5. Check with the original rule: 7 △ 4=7×4+7−4=28+7−4=31.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲੇ slot ਵਿੱਚ x ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਵਿੱਚ 4: 4x+x−4=31।

5x=35; x=7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Definition ਵਿੱਚ a=x,b=4 ਪਾਓ: x×4+x−4।
2. Equation 5x−4=31 ਬਣੀ।

3. 4 ਜੋੜੋ: 5x=35।
4. 5 ਨਾਲ ਵੰਡੋ: x=7।
5. ਅਸਲ rule ਨਾਲ ਜਾਂਚ: 28+7−4=31।

Ex 142 **Hard — In this question, a ★ b = a + 2b and a ◇ b = a^2 − b. Find (3 ★ 4) ◇ (5 ★ 2).**

ਔਖਾ — ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ a ★ b = a + 2b ਅਤੇ a ◇ b = a^2 − b ਹਨ। (3 ★ 4) ◇ (5 ★ 2) ਲੱਭੋ।

A) 112 **B)** 103 **C)** 121 **D)** 130

Answer: A — 112

Quick method (≈20–40 sec)

The star brackets give 3+8=11 and 5+4=9.

Use the diamond rule on 11,9: 11^2−9=121−9=112.

Full method

1. First star output: 3 ★ 4=3+2×4=3+8=11.
2. Second star output: 5 ★ 2=5+2×2=5+4=9.
3. The original expression is now 11 ◇ 9.
4. Diamond squares its first input: 11^2−9=121−9.
5. Subtract: 121−9=112.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Star brackets ਦੇ ਜਵਾਬ 11 ਅਤੇ 9 ਹਨ।

ਹੁਣ diamond rule: 11^2−9=121−9=112।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾ star output 3+2×4=11।
2. ਦੂਜਾ star output 5+2×2=9।
3. ਅਸਲ expression ਹੁਣ 11 ◇ 9 ਹੈ।
4. Diamond ਦੇ ਪਹਿਲੇ input ਦਾ square: 121−9।
5. ਜਵਾਬ 112।

Ex 143 **Hard — Here ★ means +, ◇ means × and ⊙ means ÷. Evaluate 36 ⊙ 6 ◇ 4 ★ 5.**

ਔਖਾ — ਇੱਥੇ ★ ਦਾ ਮਤਲਬ +, ◇ ਦਾ × ਅਤੇ ⊙ ਦਾ ÷ ਹੈ। 36 ⊙ 6 ◇ 4 ★ 5 ਹੱਲ ਕਰੋ।

A) 6.5 **B)** 29 **C)** 54 **D)** 32

Answer: B — 29

Quick method (≈20–40 sec)

Translate once: 36÷6×4+5. Division and multiplication have equal priority, so move left to right.

36÷6=6; 6×4=24; 24+5=29.

Full method

1. Replace each original token by its given meaning: ⊙→÷,◇→×,★→+.
2. The ordinary expression is 36÷6×4+5.
3. Do not combine 6×4 into a divisor; there is no such bracket. Left to right, 36÷6=6.

4. Then 6×4=24.
5. Finally 24+5=29.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਇੱਕ ਵਾਰ ਬਦਲੋ: 36÷6×4+5। ਵੰਡ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਇੱਕੋ ਦਰਜੇ ਦੇ ਹਨ; ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਚੱਲੋ।

36÷6=6; 6×4=24; 24+5=29।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅਸਲ tokens ਬਦਲੋ: ⊙→÷,◇→×,★→+।
2. ਆਮ expression 36÷6×4+5 ਹੈ।
3. 6×4 ਨੂੰ ਪੂਰਾ divisor ਨਾ ਬਣਾਓ; bracket ਨਹੀਂ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ 36÷6=6।
4. ਫਿਰ 6×4=24।
5. ਅਖੀਰ 24+5=29।

Ex 144 **PSSSB Clerk pattern — In this question, a ★ b = (a + b)/2 and a ◇ b = 2a − b. Find (8 ★ 14) ◇ (5 ★ 9).**

PSSSB Clerk pattern — ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ a ★ b = (a + b)/2 ਅਤੇ a ◇ b = 2a − b ਹਨ। (8 ★ 14) ◇ (5 ★ 9) ਲੱਭੋ।

A) 4 **B)** 11 **C)** 29 **D)** 15

Answer: D — 15

Quick method (≈20–40 sec)

Star outputs are (8+14)/2=11 and (5+9)/2=7.

The final operation is 11 ◇ 7=2×11−7=15.

Full method

1. First bracket: 8 ★ 14=(8+14)/2=22/2=11.
2. Second bracket: 5 ★ 9=(5+9)/2=14/2=7.
3. Substitute complete bracket results: 11 ◇ 7.
4. Apply the diamond rule: 2×11−7=22−7=15.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Star outputs 11 ਅਤੇ 7 ਹਨ।

ਅਖੀਰ 11 ◇ 7=2×11−7=15।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾ bracket (8+14)/2=22/2=11।
2. ਦੂਜਾ bracket (5+9)/2=14/2=7।
3. ਪੂਰੇ ਜਵਾਬ ਪਾ ਕੇ 11 ◇ 7।
4. Diamond rule ਨਾਲ 22−7=15।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Treating ★ as ordinary ×:** use the stated definition even if the symbol resembles multiplication.
2. **Swapping inputs:** a ★ b and b ★ a may differ.
3. **Applying the wrong operator's rule:** in Ex 142, use ★ for inner brackets and ◇ for the final step.
4. **Squaring an incomplete input:** if the first input is u+v, its square is $(u+v)^2$, not u^2+v.

5. Assuming associativity: follow the actual brackets.
6. Translating a new sign again: symbol replacement applies to original tokens once, not recursively to their meanings.
7. Forgetting the domain: a custom denominator can become zero after substitution.

1. ★ ਨੂੰ ਆਮ × ਮੰਨਣਾ: ਦਿੱਤੀ definition ਵਰਤੋ।
2. Inputs ਉਲਟਣਾ: a ★ b ਅਤੇ b ★ a ਵੱਖ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।
3. ਗਲਤ operator ਦਾ rule: Ex 142 ਵਿੱਚ ਅੰਦਰ ★ ਅਤੇ ਅਖੀਰ ◇ ਹੈ।
4. ਅਧੂਰੇ input ਦਾ square: ਪਹਿਲਾ input u+v ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪੂਰਾ $(u+v)^2$ ਲਵੋ, u^2+v ਨਹੀਂ।
5. Associative ਮੰਨ ਲੈਣਾ: ਅਸਲ brackets ਮੰਨੋ।
6. ਨਵਾਂ sign ਮੁੜ translate ਕਰਨਾ: ਅਸਲ tokens ਇੱਕ ਵਾਰ ਹੀ ਬਦਲਦੇ ਹਨ।
7. Domain ਭੁੱਲਣਾ: substitution ਤੋਂ ਬਾਅਦ custom denominator zero ਵੀ ਬਣ ਸਕਦਾ ਹੈ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Defined operations and symbol replacement sit at the arithmetic/reasoning boundary in aptitude preparation. Their placement and frequency depend on the exam paper. Target 15–25 seconds for one direct substitution and 30–50 seconds for nested or multiple-rule questions. Write a tiny rule map before calculating if two symbols appear. In Ex 144, only two inner outputs and one outer subtraction are required; repeatedly expanding the whole original expression creates extra sign and input-order risk. For a missing input, test a shortlisted option in the original definition.

Defined operations ਅਤੇ symbol replacement aptitude ਦੇ arithmetic/reasoning ਵਾਲੇ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਕਿਹੜੇ ਹਿੱਸੇ ਅਤੇ ਕਿੰਨੇ ਸਵਾਲ ਹੋਣਗੇ, paper ਉੱਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੈ। ਇੱਕ substitution ਲਈ 15–25 ਅਤੇ nested ਜਾਂ ਕਈ rules ਲਈ 30–50 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਦੋ symbols ਹੋਣ ਤਾਂ ਛੋਟਾ rule map ਲਿਖੋ। Ex 144 ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਅੰਦਰਲੇ outputs ਅਤੇ ਇੱਕ ਬਾਹਰਲਾ ਘਟਾਓ ਹੈ। ਵਾਰ-ਵਾਰ ਪੂਰੀ expression ਖੋਲ੍ਹਣ ਨਾਲ sign/input-order ਦੀ ਗਲਤੀ ਵਧਦੀ ਹੈ। Missing input ਲਈ ਛਾਂਟਿਆ option ਅਸਲ definition ਵਿੱਚ ਪਾਓ।

TYPE 19 Fractions of totals and successive remainders

ਕੁੱਲ ਦੇ Fractions ਅਤੇ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਬਚਦੀ ਮਾਤਰਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

These questions use a fraction of a total quantity, or a fraction of what is left after an earlier action. A farmer may sell part of the wheat, then sell another part of the remaining wheat. A worker may spend two fractions of the original salary and keep the balance.

ਇਹਨਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਜਾਂ ਪਹਿਲੇ ਕੰਮ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਬਚੀ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਲੈਂਦੇ ਹਨ। ਕਿਸਾਨ ਪਹਿਲਾਂ ਕੁਝ ਕਣਕ ਵੇਚੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਬਚੀ ਕਣਕ ਦਾ ਹੋਰ ਹਿੱਸਾ ਵੇਚੇ। ਕਾਮਾ ਅਸਲ ਤਨਖਾਹ ਦੇ ਦੋ ਹਿੱਸੇ ਖਰਚ ਕੇ ਬਾਕੀ ਰੱਖ ਸਕਦਾ ਹੈ।

The main question is always “a fraction of what?” A fraction of the original total and the same fraction of a remainder are different amounts. Write the base before calculating.

ਸਭ ਤੋਂ ਮੁੱਖ ਸਵਾਲ ਹੈ “ਇਹ fraction ਕਿਸ ਮਾਤਰਾ ਦੀ ਹੈ?” ਅਸਲ ਕੁੱਲ ਦੀ fraction ਅਤੇ ਬਚੇ ਦੀ ਉਹੀ fraction ਵੱਖ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਹਨ। ਹਿਸਾਬ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ base ਲਿਖੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “of his salary”, “of the remaining”, “left”, “balance”, “full”, “taken out”, “put back”, passengers leaving/boarding, or a request to recover the original amount. A fixed extra quantity such as “half the stock and 4 more” must be kept separate from the fraction.

“Salary ਦਾ”, “remaining ਦਾ”, “left”, “balance”, “full”, “ਕੱਢਿਆ”, “ਵਾਪਸ ਪਾਇਆ”, passengers ਉਤਰੇ/ਚੜ੍ਹੇ ਜਾਂ ਅਸਲ ਕੁੱਲ ਲੱਭਣਾ ਵੇਖੋ। “ਅੱਧਾ stock ਅਤੇ 4 ਹੋਰ” ਵਿੱਚ ਵਾਧੂ 4 ਨੂੰ fraction ਤੋਂ ਵੱਖ ਰੱਖਣਾ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Let N be the original positive total. Spending a fraction f of N leaves N−fN=N(1−f). If the next fraction g is of this remainder, the next balance is N(1−f)(1−g). If f and g are both of the original total, the balance is instead N(1−f−g). The words decide which formula applies.

N ਅਸਲ positive ਕੁੱਲ ਲਵੋ। N ਦਾ f ਹਿੱਸਾ ਵਰਤਣ ’ਤੇ N−fN=N(1−f) ਬਚਦਾ ਹੈ। ਅਗਲਾ g ਬਚੇ ਦਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ N(1−f)(1−g)। ਜੇ f ਅਤੇ g ਦੋਵੇਂ ਅਸਲ ਕੁੱਲ ਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ N(1−f−g) ਬਚਦਾ ਹੈ। ਸ਼ਬਦ ਦੱਸਣਗੇ ਕਿਹੜਾ formula ਲੱਗਦਾ ਹੈ।

Wording · ਲਿਖਤ	Correct model · ਸਹੀ ਹਿਸਾਬ	Illustration · ਉਦਾਹਰਨ
1/3 of the original, then 1/4 of the original ਪਹਿਲਾਂ ਅਸਲ ਦਾ 1/3, ਫਿਰ ਅਸਲ ਦਾ 1/4	N[1−1/3−1/4]=5N/12	For N=120, amounts used are 40 and 30; 50 remain. N=120 ਲਈ 40 ਅਤੇ 30 ਵਰਤੇ; 50 ਬਚੇ।
1/3 of the original, then 1/4 of the remainder ਪਹਿਲਾਂ ਅਸਲ ਦਾ 1/3, ਫਿਰ ਬਚੇ ਦਾ 1/4	N(2/3)(3/4)=N/2	For N=120, 40 are used first; the next use is 1/4 of 80=20; 60 remain. N=120 ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ 40 ਵਰਤੇ; ਅਗਲਾ 80 ਦਾ 1/4=20; 60 ਬਚੇ।
1/3 of the current amount, and 4 more ਮੌਜੂਦਾ ਮਾਤਰਾ ਦਾ 1/3 ਅਤੇ 4 ਹੋਰ	Remaining = (2/3)N−4	For N=60, use 20+4=24; 36 remain. N=60 ਲਈ 20+4=24 ਵਰਤੇ; 36 ਬਚੇ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Letters and origin · ਅੱਖਰ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Conditions / use · ਸ਼ਰਤਾਂ
Part=fN; remaining=(1−f)N	N is the current total and f the fraction used. Subtract the used part fN from N. N ਮੌਜੂਦਾ ਕੁੱਲ ਅਤੇ f ਵਰਤਿਆ fraction ਹੈ। N ਵਿੱਚੋਂ fN ਘਟਾਓ।	For ordinary removal, 0≤f≤1. Check whole-number counts when counting people/items. ਆਮ removal ਲਈ 0≤f≤1। ਲੋਕ ਜਾਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਗਿਣਦੇ ਹੋ ਤਾਂ whole-number counts ਜਾਂਚੋ।
Same-base remainder=N(1−f−g)	f, g are fractions of the same original N. Add the used parts before subtracting. f, g ਇੱਕੋ ਅਸਲ N ਦੇ fractions ਹਨ। ਵਰਤੇ ਹਿੱਸੇ ਜੋੜ ਕੇ ਘਟਾਓ।	For a nonnegative balance, f+g≤1 unless another inflow is stated. ਵੱਖਰਾ inflow ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ nonnegative balance ਲਈ f+g≤1।
Successive remainder=N(1−f)(1−g)	g applies to what remains after f. Multiply the surviving fractions. g, f ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਬਚੇ ਉੱਤੇ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਬਚਣ ਵਾਲੇ fractions ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	Do not replace it by N(1−f−g). ਇਸਨੂੰ N(1−f−g) ਨਾ ਬਣਾਓ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Letters and origin · ਅੱਖਰ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Conditions / use · ਸ਼ਰਤਾਂ
If R=hN, then N=R/h	R is the final remaining amount and h its fraction of the original. Divide by h; h must be nonzero. R ਅਖੀਰਲੀ ਬਚੀ ਮਾਤਰਾ ਅਤੇ h ਅਸਲ ਕੁੱਲ ਦਾ ਬਚਿਆ fraction ਹੈ। h ਨਾਲ ਵੰਡੋ; h≠0 ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।	Find h first; do not divide by the fraction spent. ਪਹਿਲਾਂ h ਲੱਭੋ; ਖਰਚੇ fraction ਨਾਲ ਨਾ ਵੰਡੋ।
If R=(1−f)N−c, then N=(R+c)/(1−f)	c is an additional fixed removal. Add it back first, then undo the fractional removal. c ਵਾਧੂ ਪੱਕੀ ਮਾਤਰਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਵਾਪਸ ਜੋੜੋ, ਫਿਰ fractional removal ਦਾ ਉਲਟ ਕਰੋ।	Require f≠1 for this reversal; check the original story after solving. ਇਸ reverse ਲਈ f≠1। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਅਸਲ ਕਹਾਣੀ ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ।
New passenger count=(1−f)A+b	A is the count arriving at the stop, f the fraction getting off, b the new boarders. First remove, then add. A stop ਉੱਤੇ ਪਹੁੰਚੇ passengers, f ਉਤਰਨ ਵਾਲਾ fraction ਅਤੇ b ਨਵੇਂ ਚੜ੍ਹੇ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਘਟਾਓ, ਫਿਰ ਜੋੜੋ।	At the next stop, the new count becomes the new base. ਅਗਲੇ stop ਉੱਤੇ ਨਵੀਂ ਗਿਣਤੀ ਹੀ ਨਵਾਂ base ਹੈ।

Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Letters and origin · ਅੱਖਰ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Conditions / use · ਸ਼ਰਤਾਂ
If a tank changes from fC to gC with net removal d: C=d/(f−g)	C is capacity, f, g the initial/final full fractions and d=removed−added. Since fC−d=gC, (f−g)C=d. C capacity, f, g ਸ਼ੁਰੂ/ਅਖੀਰ ਦੇ ਭਰੇ fractions ਅਤੇ d=ਕੱਢਿਆ−ਪਾਇਆ। fC−d=gC ਤੋਂ (f−g)C=d।	Require f≠g. With net removal d>0, the final fraction must be smaller. f≠g ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। d>0 net removal ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਖੀਰਲਾ fraction ਛੋਟਾ ਹੋਵੇ।
Subgroup part=group fraction × within-group fraction	Both fractions refer to nested groups. Multiply because the second acts only inside the first group. ਦੋਵੇਂ fractions nested groups ਦੇ ਹਨ। ਦੂਜਾ ਪਹਿਲੇ group ਅੰਦਰ ਹੀ ਲੱਗਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਗੁਣਾ।	For disjoint groups, add their resulting parts; subtract from 1 for the complement. ਵੱਖਰੇ groups ਦੇ ਬਣੇ ਹਿੱਸੇ ਜੋੜੋ; ਉਲਟ ਹਿੱਸੇ ਲਈ 1 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

Choose useful units, not a guessed total ਕੰਮ ਦੇ Units ਲਵੋ, ਅਸਲ ਕੁੱਲ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਨਾ ਘੜੋ

If fractions of the same original total have denominators 3 and 4, use 12 equal units. One third is 4 units and one quarter is 3 units. This is a ratio model; it does not assert the real amount is 12. If 5 units correspond to ₹2500, one unit is ₹500 and the actual total is 12×₹500=₹6000.

ਇੱਕੋ ਅਸਲ ਕੁੱਲ ਦੇ denominators 3 ਅਤੇ 4 ਹੋਣ ਤਾਂ 12 ਬਰਾਬਰ units ਲਵੋ। 1/3=4 units ਅਤੇ 1/4=3 units। ਇਹ ratio model ਹੈ; ਅਸਲ ਰਕਮ 12 ਨਹੀਂ ਮੰਨੀ। 5 units=₹2500 ਹੋਣ ਤਾਂ ਇੱਕ unit ₹500 ਅਤੇ ਅਸਲ ਕੁੱਲ 12×₹500=₹6000।

For a question asking only a fraction or percentage, a convenient assumed total such as 100 can be used when all subgroup counts come out clean; the scale cancels. When a final absolute amount is given, use that amount to determine the scale. A reverse calculation should undo the last action first.

ਸਿਰਫ਼ fraction ਜਾਂ percentage ਪੁੱਛੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 100 ਵਰਗਾ ਸੌਖਾ assumed total ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਜੇ subgroup counts ਸਾਫ਼ ਬਣਦੇ ਹੋਣ; scale ਕੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਖੀਰਲੀ ਅਸਲ ਮਾਤਰਾ ਦਿੱਤੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਨਾਲ scale ਕੱਢੋ। Reverse ਵਿੱਚ ਆਖਰੀ ਕੰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਉਲਟੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Underline what each fraction is taken of: original total, current remainder or a subgroup.

ਹਰ fraction ਦਾ base ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਾਓ: ਅਸਲ ਕੁੱਲ, ਮੌਜੂਦਾ ਬਚਿਆ ਜਾਂ subgroup।

2. Let the original be N or choose an LCM-based unit model. Keep fixed additions/removals separate from fractions.
   ਅਸਲ ਨੂੰ N ਲਵੋ ਜਾਂ LCM-units model ਬਣਾਓ। Fixed ਜੋੜ/ਘਟਾਓ fractions ਤੋਂ ਵੱਖ ਰੱਖੋ।
3. For a forward question, update the current amount in the story's order. For a reverse question, undo the final action first.
   Forward ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਕਹਾਣੀ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਮਾਤਰਾ ਬਦਲੋ। Reverse ਵਿੱਚ ਆਖਰੀ ਕੰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਉਲਟੋ।
4. Translate the final known amount into an equation or unit value. Solve for the original or requested part.
   ਅਖੀਰਲੀ ਜਾਣੀ ਮਾਤਰਾ ਨਾਲ equation ਜਾਂ unit value ਬਣਾਓ। ਅਸਲ ਜਾਂ ਪੁੱਛਿਆ ਹਿੱਸਾ ਕੱਢੋ।
5. Check all stages with the original wording, including nonnegative quantities, whole-number counts and the difference between one person's share and a group's share.
   ਅਸਲ ਸ਼ਬਦਾਂ ਨਾਲ ਹਰ stage ਜਾਂਚੋ: nonnegative ਮਾਤਰਾ, whole-number counts ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ/ਪੂਰੇ group ਦਾ share ਵੱਖ ਰੱਖੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For same-base spending, use LCM units and find the leftover units directly. For successive fractions, multiply only the remaining factors. For "fraction plus a fixed extra" at several stages, work backwards: add back the extra, then divide by the surviving fraction. These work by equivalent ratios and inverse operations. They do not work if you use the original base after "remaining", add unlike-base fractions, or reverse the order of a fixed removal and a fractional removal.

ਇੱਕੋ base ਵਾਲੇ ਖਰਚੇ ਲਈ LCM units ਵਿੱਚ ਸਿੱਧੇ ਬਚੇ units ਲੱਭੋ। Successive fractions ਲਈ ਬਚਣ ਵਾਲੇ factors ਹੀ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। "Fraction ਅਤੇ fixed extra" ਕਈ ਵਾਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਿੱਛੇ ਚੱਲੋ: ਪਹਿਲਾਂ extra ਵਾਪਸ ਜੋੜੋ, ਫਿਰ ਬਚੇ fraction ਨਾਲ ਵੰਡੋ। ਇਹ ratios ਅਤੇ inverse operations ਨਾਲ ਸਹੀ ਹੈ। "Remaining" ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਪੁਰਾਣਾ base, ਵੱਖਰੇ bases ਦੇ fractions ਦਾ ਸਿੱਧਾ ਜੋੜ ਜਾਂ reverse ਕ੍ਰਮ ਬਦਲਣਾ ਗਲਤ ਹੈ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 145 **Easy — A farmer sells 3/8 of 640 kg of grain. How many kg does he sell?**

ਸੌਖਾ — ਕਿਸਾਨ 640 kg ਅਨਾਜ ਦਾ 3/8 ਵੇਚਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਕਿੰਨੇ kg ਵੇਚਦਾ ਹੈ?

A) 160 kg **B)** 240 kg **C)** 320 kg **D)** 400 kg

Answer: B — 240 kg

Quick method (≈20–40 sec)

One eighth of 640 is 80. Three eighths are 80×3=240 kg.

The question asks for the amount sold, not the 400 kg left.

Full method

1. Amount sold =(3/8)×640=(3×640)/8.
2. 3×640=1920; 1920÷8=240 kg.
3. Check remainder: 640−240=400 kg; sold plus remaining is 240+400=640 kg.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

640 ਦਾ ਅੱਠਵਾਂ ਹਿੱਸਾ 80। ਤਿੰਨ ਹਿੱਸੇ 80×3=240 kg।

ਪੁੱਛਿਆ ਵੇਚਿਆ ਅਨਾਜ ਹੈ, ਬਚਿਆ 400 kg ਨਹੀਂ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਵੇਚਿਆ =(3/8)×640=1920/8।
2. 1920÷8=240 kg।
3. ਜਾਂਚ: ਬਚਿਆ 400 kg ਅਤੇ 240+400=640 kg।

Ex 146 **Easy — A worker spends 2/5 of his monthly salary on rent and 1/4 of the same salary on food. He has ₹6300 left. Find his monthly salary.**

ਸੌਖਾ — ਕਾਮਾ ਮਹੀਨੇ ਦੀ ਤਨਖਾਹ ਦਾ 2/5 ਕਿਰਾਏ ਅਤੇ ਉਸੇ ਤਨਖਾਹ ਦਾ 1/4 ਖਾਣੇ ਉੱਤੇ ਲਾਉਂਦਾ ਹੈ। ₹6300 ਬਚਦੇ ਹਨ। ਮਹੀਨੇ ਦੀ ਤਨਖਾਹ ਲੱਭੋ।

A) ₹12600 **B)** ₹21000 **C)** ₹25200 **D)** ₹18000

Answer: D — ₹18000

Quick method (≈20–40 sec)

Use 20 salary units: rent 8, food 5, left 7. Seven units=₹6300, so one unit=₹900.

Total salary=20×₹900=₹18000.

Full method

1. Let salary be N. Used fraction =2/5+1/4=8/20+5/20=13/20.
2. Remaining fraction =1−13/20=7/20.
3. Thus (7/20)N=6300. Multiply by 20 and divide by 7: N=126000/7=18000.
4. Check: rent ₹7200, food ₹4500; ₹18000−₹7200−₹4500=₹6300.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਤਨਖਾਹ 20 units ਲਵੋ: ਕਿਰਾਇਆ 8, ਖਾਣਾ 5, ਬਚੇ 7। 7 units=₹6300, ਇੱਕ unit ₹900।

ਕੁੱਲ 20×₹900=₹18000।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. N ਤਨਖਾਹ ਲਵੋ। ਵਰਤਿਆ fraction 8/20+5/20=13/20।
2. ਬਚਿਆ 7/20।
3. (7/20)N=6300 ਤੋਂ N=6300×20/7=18000।
4. ਜਾਂਚ: ਕਿਰਾਇਆ ₹7200, ਖਾਣਾ ₹4500; ਬਚੇ ₹6300।

Ex 147 **Medium — A fruit seller sells 1/3 of his apples in the morning and 2/5 of the remaining apples in the evening. He has 90 apples left. How many apples did he start with?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਫਲ ਵਾਲਾ ਸਵੇਰੇ ਸੇਬਾਂ ਦਾ 1/3 ਅਤੇ ਸ਼ਾਮ ਨੂੰ ਬਚੇ ਸੇਬਾਂ ਦਾ 2/5 ਵੇਚਦਾ ਹੈ। 90 ਸੇਬ ਬਚਦੇ ਹਨ। ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਸੇਬ ਸਨ?

A) 225 **B)** 150 **C)** 180 **D)** 270

Answer: A — 225

Quick method (≈20–40 sec)

The surviving fraction is (2/3)×(3/5)=2/5.

Two fifths=90, so one fifth=45 and the whole=45×5=225 apples.

Full method

1. Let the initial number be N. After the morning sale, N−N/3=2N/3 remain.
2. Evening sale =(2/5)×(2N/3)=4N/15.
3. Final remainder =2N/3−4N/15=10N/15−4N/15=6N/15=2N/5.
4. Set 2N/5=90. Then 2N=450 and N=225.

5. Check: morning sale 75 leaves 150; evening sale 60 leaves 90.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਬਚਣ ਵਾਲਾ fraction (2/3)×(3/5)=2/5।

ਦੋ ਪੰਜਵੇਂ 90 ਹਨ; ਇੱਕ 45, ਪੂਰਾ 45×5=225 ਸੇਬ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸ਼ੁਰੂ N ਸੇਬ। ਸਵੇਰ ਤੋਂ ਬਾਅਦ 2N/3 ਬਚੇ।
2. ਸ਼ਾਮ ਦੀ sale (2/5)×(2N/3)=4N/15।
3. ਅਖੀਰ 10N/15−4N/15=2N/5 ਬਚੇ।
4. 2N/5=90 ਤੋਂ N=225।
5. ਜਾਂਚ: ਸਵੇਰੇ 75 ਵੇਚ ਕੇ 150, ਸ਼ਾਮ 60 ਵੇਚ ਕੇ 90 ਬਚੇ।

Ex 148 **Medium — A bus starts with 72 passengers. At the first stop, 1/4 get off and then 12 board. At the next stop, 1/3 of the passengers then on the bus get off and then 10 board. How many passengers are on the bus now?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਬੱਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ੁਰੂ 72 passengers ਹਨ। ਪਹਿਲੇ stop ਉੱਤੇ 1/4 ਉਤਰਦੇ ਹਨ, ਫਿਰ 12 ਚੜ੍ਹਦੇ ਹਨ। ਅਗਲੇ stop ਉੱਤੇ ਉਸ ਵੇਲੇ ਦੇ passengers ਦਾ 1/3 ਉਤਰਦਾ ਹੈ, ਫਿਰ 10 ਚੜ੍ਹਦੇ ਹਨ। ਹੁਣ ਕਿੰਨੇ passengers ਹਨ?

A) 48 **B)** 60 **C)** 54 **D)** 66

Answer: C — 54

Quick method (≈20–40 sec)

First stop: keep 3/4 of 72=54, then add 12 to get 66.

Next stop: keep 2/3 of 66=44, then add 10 to get 54 passengers.

Full method

1. First exit count =(1/4)×72=18. After exits, 72−18=54.
2. Add 12 new boarders: 54+12=66. This is the next stop’s base.
3. Second exit count =(1/3)×66=22. After exits, 66−22=44.
4. Add 10 new boarders: 44+10=54 passengers.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲੇ stop: 72 ਦਾ 3/4=54; 12 ਜੋੜ ਕੇ 66।

ਅਗਲੇ stop: 66 ਦਾ 2/3=44; 10 ਜੋੜ ਕੇ 54 passengers।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲਾਂ 72 ਦਾ 1/4=18 ਉਤਰੇ; 54 ਬਚੇ।
2. 12 ਚੜ੍ਹੇ; ਨਵਾਂ base 66।
3. ਅਗਲੇ stop ਉੱਤੇ 66 ਦਾ 1/3=22 ਉਤਰੇ; 44 ਬਚੇ।
4. 10 ਚੜ੍ਹੇ; ਹੁਣ 54 passengers।

Ex 149 **Medium — A water tank is 3/4 full. After 12 litres are removed and 6 litres are added, it is 2/3 full. Find its capacity.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪਾਣੀ ਦੀ ਟੈਂਕੀ 3/4 ਭਰੀ ਹੈ। 12 litres ਕੱਢ ਕੇ 6 litres ਪਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇਹ 2/3 ਭਰੀ ਹੈ। Capacity ਲੱਭੋ।

A) 48 litres **B)** 72 litres **C)** 84 litres **D)** 96 litres

Answer: B — 72 litres

Quick method (≈20–40 sec)

Net removal=12−6=6 litres. Fullness falls from 9/12 to 8/12, a difference of 1/12.

One twelfth=6 litres, so capacity=6×12=72 litres.

Full method

1. Let capacity be C litres. Initial water=3C/4.
2. After the stated changes: 3C/4−12+6=2C/3.
3. Simplify: 3C/4−6=2C/3. Multiply by 12: 9C−72=8C.
4. Subtract 8C and add 72: C=72.
5. Check: initial 54 litres; 54−12+6=48 litres; 48/72=2/3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Net ਕੱਢਿਆ 12−6=6 litres। ਭਰਾਵ 9/12 ਤੋਂ 8/12, ਫ਼ਰਕ 1/12।

ਇੱਕ ਬਾਰ੍ਹਵਾਂ 6 litres; capacity 6×12=72 litres।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Capacity C litres; ਸ਼ੁਰੂ ਪਾਣੀ 3C/4।
2. ਬਦਲਾਅ ਤੋਂ ਬਾਅਦ 3C/4−12+6=2C/3।
3. 12 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 9C−72=8C।
4. ਹੱਲ ਕਰਕੇ C=72।
5. ਜਾਂਚ: 54−12+6=48 litres ਅਤੇ 48/72=2/3।

Ex 150 **Hard — The first customer buys half of an apple stock and 4 more apples. The next customer buys 1/3 of what remains and 2 more apples. If 18 apples remain, find the original stock.**

ਔਖਾ — ਪਹਿਲਾ ਗਾਹਕ ਸੇਬਾਂ ਦੇ stock ਦਾ ਅੱਧਾ ਅਤੇ 4 ਹੋਰ ਸੇਬ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਅਗਲਾ ਗਾਹਕ ਬਚੇ ਦਾ 1/3 ਅਤੇ 2 ਹੋਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਅਖੀਰ 18 ਸੇਬ ਬਚਣ ਤਾਂ ਅਸਲ stock ਲੱਭੋ।

A) 56 **B)** 60 **C)** 64 **D)** 68

Answer: D — 68

Quick method (≈20–40 sec)

Reverse the last sale: add back 2, then undo the remaining 2/3. Before customer 2 there were 20×3/2=30 apples.

Reverse customer 1: add back 4, then double the remaining half. Original=(30+4)×2=68 apples.

Full method

1. Let the original be N. Customer 1 buys N/2+4, leaving N/2−4.
2. Customer 2 leaves (2/3)(N/2−4)−2=18.
3. Add 2:(2/3)(N/2−4)=20.
4. Multiply by 3/2: N/2−4=30.
5. Add 4: N/2=34; multiply by 2: N=68.

6. Check: first sale 34+4=38 leaves 30; second sale 10+2=12 leaves 18.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਆਖਰੀ sale ਉਲਟਾਓ: 2 ਵਾਪਸ ਜੋੜੋ, ਫਿਰ ਬਚੇ 2/3 ਦਾ ਉਲਟ। ਦੂਜੇ ਗਾਹਕ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 20×3/2=30 ਸੇਬ।

ਪਹਿਲੀ sale ਉਲਟਾਓ: 4 ਵਾਪਸ ਜੋੜੋ, ਫਿਰ ਅੱਧੇ ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ। ਅਸਲ (30+4)×2=68।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸ਼ੁਰੂ N ਸੇਬ; ਪਹਿਲਾ ਗਾਹਕ N/2+4 ਲੈਂਦਾ ਹੈ, ਬਚੇ N/2−4।
2. ਦੂਜੇ ਤੋਂ ਬਾਅਦ (2/3)(N/2−4)−2=18।
3. 2 ਜੋੜੋ:(2/3)(N/2−4)=20।
4. 3/2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: N/2−4=30।
5. 4 ਜੋੜ ਕੇ N/2=34;ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਕੇ N=68।
6. ਜਾਂਚ:ਪਹਿਲਾਂ 38 ਵੇਚ ਕੇ 30, ਫਿਰ 12 ਵੇਚ ਕੇ 18 ਬਚੇ।

Ex 151 **Hard — In an office, 2/5 of the staff are women and the rest are men. Of the women, 3/4 have completed a training course; of the men, 2/3 have completed it. What fraction of all staff have not completed the course?**

ਔਖਾ — ਦਫ਼ਤਰ ਦੇ staff ਦਾ 2/5 ਔਰਤਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਮਰਦ। ਔਰਤਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 3/4 ਅਤੇ ਮਰਦਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 2/3 ਨੇ training course ਪੂਰਾ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਕੁੱਲ staff ਦੇ ਕਿਹੜੇ fraction ਨੇ course ਪੂਰਾ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ?

A) 7/10 **B)** 1/5 **C)** 3/10 **D)** 2/5

Answer: C — 3/10

Quick method (≈20–40 sec)

Assume 100 staff: women 40, men 60. Trained counts are 30 and 40, so 70 trained and 30 untrained.

Untrained fraction=30/100=3/10; the assumed scale cancels.

Full method

1. Let total staff be N. Women=2N/5; men=3N/5.
2. Trained women=(3/4)×(2N/5)=6N/20=3N/10.
3. Trained men=(2/3)×(3N/5)=6N/15=2N/5=4N/10.
4. Total trained=7N/10; untrained=N−7N/10=3N/10.
5. Divide by total N>0: untrained fraction=(3N/10)/N=3/10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

100 staff ਮੰਨੋ: 40 ਔਰਤਾਂ, 60 ਮਰਦ। Trained 30 ਅਤੇ 40, ਕੁੱਲ 70; untrained 30।

Fraction 30/100=3/10; assumed scale ਕੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਕੁੱਲ N;ਔਰਤਾਂ 2N/5 ਅਤੇ ਮਰਦ 3N/5।
2. Trained ਔਰਤਾਂ (3/4)×(2N/5)=3N/10।
3. Trained ਮਰਦ (2/3)×(3N/5)=4N/10।
4. ਕੁੱਲ trained 7N/10; untrained 3N/10।
5. ਕੁੱਲ N ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ fraction 3/10।

Ex 152 **PSSSB Clerk pattern — A worker uses 1/3 of his salary for household expenses and 1/4 of the same salary for travel. He then deposits 2/5 of the remaining money into savings and has ₹4500 cash left. Find the salary.**

PSSSB Clerk pattern — ਕਾਮਾ ਤਨਖਾਹ ਦਾ 1/3 ਘਰ ਦੇ ਖਰਚੇ ਅਤੇ ਉਸੇ ਤਨਖਾਹ ਦਾ 1/4 ਸਫ਼ਰ ਲਈ ਵਰਤਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ ਬਚੀ ਰਕਮ ਦਾ 2/5 savings ਵਿੱਚ ਪਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਹੱਥ ਵਿੱਚ ₹4500 cash ਬਚਦਾ ਹੈ। ਤਨਖਾਹ ਲੱਭੋ।

A) ₹18000 **B)** ₹15000 **C)** ₹22500 **D)** ₹24000

Answer: A — ₹18000

Quick method (≈20–40 sec)

Use 12 salary units: household 4, travel 3, remaining 5. Savings take 2 of those 5 units, leaving 3 units cash.

Three units=₹4500; one=₹1500; total=12×₹1500=₹18000.

Full method

1. Let salary be N. After household and travel expenses, the fraction left is 1−1/3−1/4=5/12.
2. Savings receive 2/5 of that remainder, so cash keeps 3/5 of the remainder.
3. Cash fraction of salary=(5/12)×(3/5)=3/12=1/4.
4. Thus N/4=4500 and N=18000.
5. Check: expenses ₹6000 and ₹4500 leave ₹7500; savings ₹3000 leave cash ₹4500.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਤਨਖਾਹ 12 units:ਘਰ 4, ਸਫ਼ਰ 3, ਬਚੇ 5। Savings ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 2 units, ਹੱਥ ਵਿੱਚ 3।

3 units=₹4500;ਇੱਕ ₹1500;ਕੁੱਲ 12×₹1500=₹18000।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. N ਤਨਖਾਹ। ਪਹਿਲੇ ਖਰਚਿਆਂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ 1−1/3−1/4=5/12 ਬਚਦਾ ਹੈ।
2. ਇਸ ਬਚੇ ਦਾ 2/5 savings ਵਿੱਚ; cash ਲਈ 3/5 ਬਚਦਾ ਹੈ।
3. ਅਸਲ salary ਦਾ cash fraction (5/12)×(3/5)=1/4।
4. N/4=4500 ਤੋਂ N=18000।
5. ਜਾਂਚ: ₹6000 ਅਤੇ ₹4500 ਖਰਚ ਕੇ ₹7500; ₹3000 savings ਵਿੱਚ ਪਾ ਕੇ cash ₹4500।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Treating "remaining" as "original":** Ex 147 takes the evening fraction from 150 apples, not 225.
2. **Multiplying same-base leftover factors:** in Ex 146, rent and food are both fractions of the original salary; first add those spending fractions.
3. **Reversing a fixed extra in the wrong order:** for R=(2/3)N−2, first add 2 to R, then multiply by 3/2.
4. **Ignoring an inflow:** tank net removal is removed minus added, not the sum.
5. **Updating bus counts from the wrong base:** the second stop uses the count after the first stop's boarding.
6. **Answering the wrong part:** sold, remaining, saved and cash in hand are different quantities.

1. **"Remaining" ਨੂੰ "original" ਮੰਨਣਾ:** Ex 147 ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮ ਦਾ fraction 150 ਦਾ ਹੈ, 225 ਦਾ ਨਹੀਂ।
2. **ਇੱਕੋ base ਵਾਲੇ ਖਰਚਿਆਂ ਦੇ leftover factors ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ:** Ex 146 ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ rent ਅਤੇ food fractions ਜੋੜੋ।
3. **Fixed extra ਦਾ reverse ਕ੍ਰਮ ਬਦਲਣਾ:** R=(2/3)N−2 ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ 2 ਜੋੜੋ, ਫਿਰ 3/2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ।
4. **ਵਾਪਸ ਪਾਈ ਮਾਤਰਾ ਭੁੱਲਣਾ:** tank ਵਿੱਚ net ਕੱਢਿਆ=ਕੱਢਿਆ−ਪਾਇਆ।

5. Bus ਦਾ ਗਲਤ base: ਦੂਜੇ stop ਲਈ ਪਹਿਲੇ stop ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਵੋ।
6. ਗਲਤ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਜਵਾਬ: ਵੇਚਿਆ, ਬਚਿਆ, savings ਅਤੇ ਹੱਥ ਦਾ cash ਵੱਖ ਹਨ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

These short fraction stories are useful in SSC, Railways, banking and state arithmetic preparation; exact frequency varies. Target 25–40 seconds for two straightforward fractions and 35–60 seconds when fixed quantities or subgroup bases are mixed. Write “original” or “remaining” above each fraction before calculating. In Ex 152, the cash fraction is exactly 1/4, so multiplying the given ₹4500 by 4 beats testing four complete salary stories. For counted items, eliminate options that create fractional people or apples at a required whole-item stage.

ਇਹ ਛੋਟੀਆਂ fraction ਕਹਾਣੀਆਂ SSC, Railways, banking ਅਤੇ state arithmetic ਲਈ ਕੰਮ ਦੀਆਂ ਹਨ; frequency ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧੇ ਦੋ fractions ਲਈ 25–40 ਅਤੇ fixed ਮਾਤਰਾ/subgroup ਮਿਲੇ ਹੋਣ ਤਾਂ 35–60 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਹਰ fraction ਉੱਤੇ “original” ਜਾਂ “remaining” ਲਿਖੋ। Ex 152 ਵਿੱਚ cash ਅਸਲ ਦਾ 1/4 ਹੈ; ₹4500 ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਚਾਰ salary stories ਜਾਂਚਣ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ ਹੈ। ਜਿੱਥੇ ਪੂਰੇ ਲੋਕ ਜਾਂ ਸੇਬ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ, ਟੁੱਟੀ ਗਿਣਤੀ ਦੇਣ ਵਾਲੇ options ਛੱਡ ਸਕਦੇ ਹੋ।

TYPE 20 Short equations and practical arithmetic

ਛੋਟੀਆਂ Equations ਅਤੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਦੇ ਹਿਸਾਬ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A short equation translates a sentence about prices, counts or shares into arithmetic. If 5 pens cost ₹50 at one fixed price, each pen costs ₹10. When two kinds of items appear, their quantities multiply their own prices before the costs are added.

ਛੋਟੀ equation ਕੀਮਤਾਂ, ਗਿਣਤੀਆਂ ਜਾਂ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਾਲੀ ਗੱਲ ਨੂੰ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੀ ਹੈ। ਇੱਕੋ rate ਉੱਤੇ 5 ਪੈੱਨ ₹50 ਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹਰ ਪੈੱਨ ₹10 ਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਕਿਸਮ ਦੀਆਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹਰ ਚੀਜ਼ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਉਸਦੀ ਆਪਣੀ ਕੀਮਤ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਖਰਚੇ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

The same method handles a wrong multiplication, weighted money shares, benches with empty seats, and a fixed amount divided among changing numbers of people. Before using a formula, decide what stays fixed and what changes.

ਇਹੋ ਤਰੀਕਾ ਗਲਤ multiplier, ਵੱਖਰੇ weights ਵਾਲੇ ਪੈਸਿਆਂ ਦੇ ਹਿੱਸੇ, ਖਾਲੀ benches ਅਤੇ ਬਦਲਦੀ ਲੋਕ-ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀ ਪੱਕੀ ਰਕਮ ਲਈ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ। Formula ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੇਖੋ ਕਿਹੜੀ ਗੱਲ ਪੱਕੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਹੜੀ ਬਦਲਦੀ ਹੈ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “cost of”, “at the same rate”, “instead of”, “less than the correct result”, “each receives”, “benches remain empty”, “students stand”, or “more people, smaller share”. A question may ask for a combined cost even when individual prices cannot be determined separately.

“Cost of”, “ਉਸੇ rate ਉੱਤੇ”, “ਦੀ ਥਾਂ”, “ਸਹੀ ਜਵਾਬ ਤੋਂ ਘੱਟ”, “ਹਰ ਇੱਕ ਨੂੰ”, “benches ਖਾਲੀ”, “students ਖੜ੍ਹੇ” ਜਾਂ “ਵੱਧ ਲੋਕ, ਘੱਟ share” ਵੇਖੋ। ਕਦੇ individual prices ਵੱਖ ਨਾ ਨਿਕਲਣ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ combined cost ਨਿਕਲ ਸਕਦੀ ਹੈ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

An equation is a balance. If a pen costs p rupees and a notebook n rupees, 3 pens and 2 notebooks cost 3p+2n rupees. Here 3 and 2 are item counts, while p and n are prices per item. Keep that distinction when translating a bill. For a count problem, the unknown instead stands for a number of people, benches or items.

Equation ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਤੋਲ ਹੈ। ਪੈੱਨ p ਰੁਪਏ ਅਤੇ ਕਾਪੀ n ਰੁਪਏ ਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 3 ਪੈੱਨ ਅਤੇ 2 ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ ਖਰਚਾ 3p+2n ਹੈ। 3 ਅਤੇ 2 ਚੀਜ਼ਾਂ ਦੀਆਂ ਗਿਣਤੀਆਂ ਹਨ; p, n ਹਰ ਚੀਜ਼ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ। ਬਿੱਲ ਬਣਾਉਂਦਿਆਂ ਇਹ ਫ਼ਰਕ ਰੱਖੋ। Count ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ unknown ਲੋਕਾਂ, benches ਜਾਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੋਵੇਗਾ।

Model / formula · ਹਿਸਾਬ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Check · ਜਾਂਚ
Unit price = total cost / quantity	If q identical items cost T, one costs T/q and r items cost rT/q. q>0 is the known quantity; r is the required quantity. q ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਦਾ ਖਰਚਾ T ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇੱਕ T/q ਅਤੇ r ਚੀਜ਼ਾਂ ਦਾ rT/q। q>0 ਦਿੱਤੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ r ਪੁੱਛੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ।	The unit price must remain unchanged. ਹਰ ਚੀਜ਼ ਦਾ rate ਉਹੀ ਰਹੇ।
If target quantities are k times every given quantity, target cost = kT	k is the same positive scale factor for all item types; T is the known bill. Distribution gives k(ap+bq)=kap+kbq. k ਹਰ ਕਿਸਮ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਇੱਕੋ positive scale factor ਅਤੇ T ਦਿੱਤਾ ਬਿੱਲ ਹੈ। ਪੂਰੇ ਬਿੱਲ ਨੂੰ k ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਨਾਲ ਹਰ ਗਿਣਤੀ k ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।	Check every item type, not only the first. ਹਰ ਕਿਸਮ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ratio ਮਿਲਾਓ, ਸਿਰਫ਼ ਪਹਿਲੀ ਦਾ ਨਹੀਂ।
If ux is correct and vx was calculated: difference d=(u−v)x	x is the original number; u the correct multiplier; v the used multiplier; d=correct−wrong. Thus x=d/(u−v), provided u≠v. x ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ, u ਸਹੀ multiplier, v ਵਰਤਿਆ multiplier ਅਤੇ d=ਸਹੀ−ਗਲਤ ਨਤੀਜਾ ਹੈ। u≠v ਲਈ x=d/(u−v)।	If the wording says the wrong result was greater, preserve the sign or form the matching positive difference. ਗਲਤ ਨਤੀਜਾ ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ sign ਜਾਂ ਫ਼ਰਕ ਦਾ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮ ਰੱਖੋ।
ap+bq=T	p, q are unit prices; a, b are item counts; T is total cost. Two different bills may supply two equations in the same prices. p, q ਹਰ ਚੀਜ਼ ਦੀ ਕੀਮਤ; a, b ਗਿਣਤੀਆਂ; T ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ। ਦੋ ਬਿੱਲ ਉਹਨਾਂ ਹੀ prices ਦੀਆਂ ਦੋ equations ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਨ।	Add/subtract or scale equations to remove an unwanted price. Equations ਜੋੜ/ਘਟਾ ਜਾਂ scale ਕਰਕੇ ਬੇਲੋੜੀ price ਹਟਾਓ।
If $L_1=T_1$, $L_2=T_2$, then $uL_1+vL_2=uT_1+vT_2$	L_1, L_2 are the two bill expressions; T_1, T_2 their costs; u, v chosen numerical multipliers. Equality is preserved by the same linear combination on both sides. L_1, L_2 ਬਿੱਲ expressions; T_1, T_2 ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਖਰਚੇ; u, v ਚੁਣੇ numerical multipliers ਹਨ। ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ ਇੱਕੋ combination ਨਾਲ ਬਰਾਬਰੀ ਬਚਦੀ ਹੈ।	Choose u, v so the item counts become the exact target combination. u, v ਨਾਲ ਗਿਣਤੀਆਂ ਬਿਲਕੁਲ target ਵਾਲੀਆਂ ਬਣਨ।

Model / formula · ਹਿਸਾਬ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Check · ਜਾਂਚ
Share unit = $T/(n_1w_1+n_2w_2+n_3w_3)$	T is total money; n_1, n_2, n_3 are group counts; w_1, w_2, w_3 positive per-person weights. One group-1 person gets w_1 share units. Count every person's weight before dividing. T ਕੁੱਲ ਰਕਮ; n_1, n_2, n_3 groups ਦੀ ਗਿਣਤੀ; w_1, w_2, w_3 ਹਰ ਵਿਅਕਤੀ ਦਾ positive weight ਹੈ। Group-1 ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ w_1 units ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ ਵਿਅਕਤੀ ਦਾ weight ਗਿਣੋ।	A group's total is count × one person's share. ਪੂਰੇ group ਦਾ ਹਿੱਸਾ=ਗਿਣਤੀ × ਇੱਕ ਦਾ share।

Model / formula · ਹਿਸਾਬ	Meaning and origin · ਮਤਲਬ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Check · ਜਾਂਚ
$p(B-e)=qB+s$	B is the number of benches. At p students per occupied bench, e benches are empty; at q students per bench, s students stand. Both expressions count the same students. B benches ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ। ਹਰ occupied bench ਉੱਤੇ p ਹੋਣ ਤਾਂ e benches ਖਾਲੀ; ਹਰ bench ਉੱਤੇ q ਹੋਣ ਤਾਂ s students ਖੜ੍ਹੇ। ਦੋਵੇਂ expressions ਇੱਕੋ students ਗਿਣਦੀਆਂ ਹਨ।	Thus $B=(pe+s)/(p-q)$ when $p\neq q$, and student count is $qB+s$. Check a feasible positive integer B. $p\neq q$ ਲਈ $B=(pe+s)/(p-q)$; students=$qB+s$। ਬਣਦੀ positive integer ਗਿਣਤੀ ਜਾਂਚੋ।
$T/N - T/(N+k)=d$ ⇒ $N(N+k)=Tk/d$	T is fixed total money; N original people; $k>0$ added people; $d>0$ decrease in each share. Subtract the two fractions: $Tk/[N(N+k)]=d$. T ਪੱਕੀ ਕੁੱਲ ਰਕਮ; N ਅਸਲ ਲੋਕ; $k>0$ ਵਾਧੂ ਲੋਕ; $d>0$ ਹਰ share ਦੀ ਕਮੀ। Fractions ਘਟਾ ਕੇ $Tk/[N(N+k)]=d$।	Require $N>0$ and a feasible whole-number count. The total T is unchanged. $N>0$ ਅਤੇ whole-number count ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਕੁੱਲ T ਉਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।
$ax+b(N-x)=T$ ⇒ $x=(T-bN)/(a-b)$	Here a, b are two unit prices; N the total item count; x items have price a. Expanding gives $(a-b)x=T-bN$. ਇਸ row ਵਿੱਚ a, b ਦੋ unit prices; N ਕੁੱਲ ਚੀਜ਼ਾਂ; x ਚੀਜ਼ਾਂ a ਵਾਲੇ rate ਦੀਆਂ। ਖੋਲ੍ਹ ਕੇ $(a-b)x=T-bN$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।	Require $a\neq b$ and $0\leq x\leq N$; a counted-item answer must be an integer. $a\neq b$ ਅਤੇ $0\leq x\leq N$। Counted items ਵਿੱਚ x integer ਹੋਵੇ।

Choose only the unknowns you need ਸਿਰਫ਼ ਲੋੜੀਂਦੇ Unknown ਚੁਣੋ

If 4 files and 6 pens are known as one bill, and the target is 10 files and 15 pens, both counts have multiplied by 5/2. Multiply the bill by 5/2; individual prices are unnecessary. If the target counts have different ratios, this single scaling shortcut does not apply.

4 files ਅਤੇ 6 ਪੈੱਨਾਂ ਦਾ ਬਿੱਲ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਅਤੇ target 10 files, 15 ਪੈੱਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਗਿਣਤੀਆਂ 5/2 ਗੁਣਾ ਹਨ। ਪੂਰਾ ਬਿੱਲ 5/2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; individual prices ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਨਹੀਂ। Target counts ਦੇ ratios ਵੱਖ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕੋ scaling shortcut ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ।

For a mixed-price count, a baseline can replace two equations. If 20 pens cost ₹260 and each pen costs either ₹10 or ₹15, an all-₹10 bill would be ₹200. The extra ₹60 comes in ₹5 increments, so 12 pens have the higher price and 8 the lower price. This comes directly from the two-price equation, with the same fixed total count.

Mixed-price count ਵਿੱਚ baseline ਨਾਲ ਕੰਮ ਸੌਖਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। 20 ਪੈੱਨ ₹260 ਦੇ ਹੋਣ ਅਤੇ ਹਰ ਪੈੱਨ ₹10 ਜਾਂ ₹15 ਦਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਾਰੇ ₹10 ਦੇ ਮੰਨਿਆਂ ਬਿੱਲ ₹200। ਵਾਧੂ ₹60, ਹਰ ਮਹਿੰਗੇ ਪੈੱਨ ਦੇ ₹5 ਵਾਧੇ ਨਾਲ ਬਣਦੇ ਹਨ; ਇਸ ਲਈ 12 ਮਹਿੰਗੇ ਅਤੇ 8 ਸਸਤੇ ਪੈੱਨ। ਇਹ ਪੱਕੀ total count ਵਾਲੀ two-price equation ਤੋਂ ਹੀ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

A count must be a feasible nonnegative integer; a price or share need not be an integer number of rupees. For instance, ₹2.50 is a valid price, but 2.5 benches are not a valid count in these questions. Do not reject a money answer merely because it has paise.

Count ਬਣਦੀ nonnegative integer ਹੋਵੇ। Price ਜਾਂ share ਪੂਰੇ ਰੁਪਏ ਹੋਣਾ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ। ₹2.50 valid price ਹੈ, ਪਰ ਇਹਨਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ 2.5 benches valid count ਨਹੀਂ। ਸਿਰਫ਼ ਪੈਸੇ ਹੋਣ ਕਰਕੇ money answer ਰੱਦ ਨਾ ਕਰੋ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify the requested quantity and what remains fixed: unit price, total money, student count or the underlying number.
   ਪੁੱਛੀ ਮਾਤਰਾ ਅਤੇ ਪੱਕੀ ਗੱਲ ਪਛਾਣੋ: unit price, ਕੁੱਲ ਪੈਸੇ, students ਜਾਂ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ।
2. Assign a letter with its unit. Translate each statement into a cost, count or share expression.
   Letter ਨਾਲ ਉਸਦੀ unit ਵੀ ਲਿਖੋ। ਹਰ ਗੱਲ ਨੂੰ cost, count ਜਾਂ share expression ਬਣਾਓ।
3. Check for a unit method, common proportional bundle, weighted share unit or direct bill combination before solving every unknown.
   ਸਾਰੇ unknowns ਕੱਢਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ unit method, proportional bundle, weighted unit ਜਾਂ direct bill combination ਵੇਖੋ।
4. If necessary, form the short equation(s), eliminate unwanted terms and solve. For counts, retain only feasible integer solutions.
   ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਛੋਟੀਆਂ equations ਬਣਾ ਕੇ ਬੇਲੋੜੇ ਪਦ ਹਟਾਓ ਅਤੇ ਹੱਲ ਕਰੋ। Counts ਵਿੱਚ ਬਣਦੇ integer solutions ਹੀ ਰੱਖੋ।
5. Substitute into every relevant original condition. Check whether the question asks for one person, one item, the whole group or the original count.
   ਹਰ ਅਸਲ ਸ਼ਰਤ ਵਿੱਚ ਮੁੱਲ ਪਾ ਕੇ ਜਾਂਚੋ। ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ, ਇੱਕ item, ਪੂਰਾ group ਜਾਂ ਅਸਲ count ਕੀ ਪੁੱਛਿਆ ਹੈ, ਧਿਆਨ ਕਰੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Use structure: unit price for one fixed-rate item; one scale factor for a proportional bundle; total weighted units for unequal shares; multiplier difference for a wrong-operation error; and a bill combination whose item counts match the target. These work because cost and shares are linear in the stated counts or weights. They do not apply unchanged when prices change, only some quantities scale, or a total-money condition is mistaken for a fixed per-person share. For seating and equal-distribution problems, derive the short count equation before using options.

ਬਣਤਰ ਵਰਤੋ: fixed-rate item ਲਈ unit price; proportional bundle ਲਈ ਇੱਕ scale factor; ਵੱਖਰੇ shares ਲਈ weighted units; wrong multiplier ਲਈ multipliers ਦਾ ਫ਼ਰਕ; target ਨਾਲ ਮਿਲਦਾ bill combination। ਇਹ ਇਸ ਲਈ ਸਹੀ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਦਿੱਤੇ rates/weights ਉੱਤੇ cost/share ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਸਿੱਧਾ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। Prices ਬਦਲਣ, ਸਿਰਫ਼ ਕੁਝ quantities scale ਹੋਣ ਜਾਂ fixed total ਨੂੰ fixed per-person share ਮੰਨਣ ਨਾਲ ਇਹੋ ਰਸਤਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ। Seating ਅਤੇ equal distribution ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਛੋਟੀ count equation ਬਣਾਓ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 153 **Easy — Eight identical notebooks cost ₹280. At the same unit price, what do 12 notebooks cost?**

ਸੌਖਾ — 8 ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਕਾਪੀਆਂ ₹280 ਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਸੇ unit price ਉੱਤੇ 12 ਕਾਪੀਆਂ ਕਿੰਨੇ ਦੀਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ?

A) ₹350 B) ₹400 C) ₹420 D) ₹480

Answer: C — ₹420

Quick method (≈20–40 sec)

One notebook=₹280÷8=₹35.

Twelve cost ₹35×12=₹420.

Full method

1. Unit price =280/8=35 rupees per notebook.
2. Cost for 12 =12×35=12×(30+5)=360+60.
3. 360+60=₹420. Check: 8×35=₹280.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਇੱਕ ਕਾਪੀ ₹280÷8=₹35।

12 ਦਾ ਖਰਚਾ ₹35×12=₹420।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Unit price ₹35 ਪ੍ਰਤੀ ਕਾਪੀ।
2. 12×35=360+60।
3. ਜੋੜ ₹420। ਜਾਂਚ: 8×35=₹280।

Ex 154 **Easy — A student should multiply a number by 47 but multiplies it by 29. His answer is 1170 less than the correct answer. Find the number.**

ਸੌਖਾ — ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 47 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਸੀ, ਪਰ 29 ਨਾਲ ਕਰ ਦਿੱਤਾ। ਜਵਾਬ ਸਹੀ ਜਵਾਬ ਤੋਂ 1170 ਘੱਟ ਆਇਆ। ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 65 **B)** 47 **C)** 29 **D)** 75

Answer: A — 65

Quick method (≈20–40 sec)

Each unit of the original number loses 47−29=18 in the result.

The difference is 18 times the original number, so the number is 1170÷18=65.

Full method

1. Let the number be x. Correct result =47x; wrong result =29x.
2. The stated shortfall gives 47x−29x=1170.
3. 18x=1170; divide by 18: x=65.
4. Check: 47×65=3055 and 29×65=1885; 3055−1885=1170.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ original unit ਉੱਤੇ ਨਤੀਜੇ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 47−29=18 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ 1170÷18=65।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸੰਖਿਆ x;ਸਹੀ 47x ਅਤੇ ਗਲਤ 29x।
2. ਫ਼ਰਕ 47x−29x=1170।
3. 18x=1170 ਤੋਂ x=65।
4. ਜਾਂਚ: 3055−1885=1170।

Ex 155 **Medium — Three pens and two notebooks cost ₹190. Two pens and three notebooks cost ₹260. Find the price of one notebook.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 3 ਪੈੱਨ ਅਤੇ 2 ਕਾਪੀਆਂ ₹190 ਦੀਆਂ ਹਨ। 2 ਪੈੱਨ ਅਤੇ 3 ਕਾਪੀਆਂ ₹260 ਦੀਆਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਕਾਪੀ ਦੀ ਕੀਮਤ ਲੱਭੋ।

A) ₹60 B) ₹70 C) ₹90 D) ₹80

Answer: D — ₹80

Quick method (≈20–40 sec)

Adding the bills gives 5 pens+5 notebooks=₹450, so one of each costs ₹90.

Three such pairs cost ₹270. Remove the first bill: one notebook=₹270−₹190=₹80.

Full method

1. Let pen price be p and notebook price n. Then 3p+2n=190 and 2p+3n=260.
2. Multiply the first equation by 2: 6p+4n=380.
3. Multiply the second by 3: 6p+9n=780.
4. Subtract: 5n=400, so n=₹80.
5. Check pen price from the first bill: 3p=190−160=30, so p=₹10. Second bill: 2×10+3×80=20+240=₹260.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦੋਵੇਂ bills ਜੋੜ ਕੇ 5 ਪੈੱਨ+5 ਕਾਪੀਆਂ=₹450;ਇੱਕ-ਇੱਕ ਦੀ ਜੋੜੀ ₹90।

ਤਿੰਨ ਜੋੜੀਆਂ ₹270। ਪਹਿਲਾ bill ਹਟਾ ਕੇ ਇੱਕ ਕਾਪੀ ₹270−₹190=₹80।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. p ਪੈੱਨ, n ਕਾਪੀ ਦੀ price। Equations 3p+2n=190 ਅਤੇ 2p+3n=260।
2. ਪਹਿਲੀ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 6p+4n=380।
3. ਦੂਜੀ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ: 6p+9n=780।
4. ਘਟਾਓ: 5n=400;ਇਸ ਲਈ n=₹80।
5. ਪਹਿਲੇ ਤੋਂ p=₹10;ਦੂਜੇ bill ਵਿੱਚ 20+240=₹260, ਜਾਂਚ ਮਿਲੀ।

Ex 156 **Medium — Four files and six pens cost ₹260. With unchanged individual unit prices, find the cost of ten files and fifteen pens.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 4 files ਅਤੇ 6 ਪੈੱਨ ₹260 ਦੇ ਹਨ। ਹਰ ਚੀਜ਼ ਦੀ ਆਪਣੀ unit price ਉਹੀ ਰਹੇ ਤਾਂ 10 files ਅਤੇ 15 ਪੈੱਨਾਂ ਦਾ ਖਰਚਾ ਲੱਭੋ।

A) ₹520 B) ₹650 C) ₹780 D) ₹600

Answer: B — ₹650

Quick method (≈20–40 sec)

Both counts scale by 5/2: 10/4=15/6=5/2.

Target bill=₹260×5/2=₹130×5=₹650.

Full method

1. Half the given bundle contains 2 files and 3 pens and costs ₹260÷2=₹130.
2. Five such half-bundles contain 10 files and 15 pens.
3. Their cost is 5×₹130=₹650.
4. Algebra check: 4f+6p=260; multiplying the complete equation by 5/2 gives 10f+15p=650.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦੋਵੇਂ counts ਦਾ scale 5/2 ਹੈ: 10/4=15/6=5/2।

Target bill ₹260×5/2=₹650।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਦਿੱਤੇ ਅੱਧੇ bundle ਵਿੱਚ 2 files, 3 ਪੈੱਨ ਅਤੇ ਖਰਚਾ ₹130।
2. ਅਜਿਹੇ 5 bundles ਵਿੱਚ 10 files ਅਤੇ 15 ਪੈੱਨ।
3. ਕੁੱਲ 5×₹130=₹650।
4. Algebra ਵਿੱਚ ਪੂਰੀ 4f+6p=260 ਨੂੰ 5/2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਉਹੀ target bill ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

Ex 157 **Medium — ₹10200 is shared among 3 brothers, 2 sisters and 4 cousins. Each brother receives 3 times a cousin's share; each sister receives 2 times a cousin's share. Find each sister's share.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ₹10200 ਨੂੰ 3 ਭਰਾਵਾਂ, 2 ਭੈਣਾਂ ਅਤੇ 4 cousins ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਭਰਾ ਨੂੰ ਇੱਕ cousin ਦੇ share ਤੋਂ 3 ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਹਰ ਭੈਣ ਨੂੰ 2 ਗੁਣਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਭੈਣ ਦਾ share ਲੱਭੋ।

A) ₹1200 **B)** ₹600 **C)** ₹1800 **D)** ₹2400

Answer: A — ₹1200

Quick method (≈20–40 sec)

Weighted units=3×3+2×2+4×1=17. One unit=₹10200÷17=₹600.

Each sister gets 2 units=₹1200.

Full method

1. Let each cousin receive ₹u. Then each brother gets ₹3u and each sister ₹2u.
2. Total money: 3(3u)+2(2u)+4u=10200.
3. 9u+4u+4u=17u=10200, so u=600.
4. Each sister receives 2u=₹1200.
5. Check group totals: brothers ₹5400, sisters ₹2400, cousins ₹2400; sum ₹10200.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Weighted units 9+4+4=17। ਇੱਕ unit ₹10200÷17=₹600।

ਹਰ ਭੈਣ ਨੂੰ 2 units=₹1200।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਹਰ cousin ₹u, ਹਰ ਭਰਾ ₹3u ਅਤੇ ਹਰ ਭੈਣ ₹2u ਲਵੋ।
2. ਕੁੱਲ 3(3u)+2(2u)+4u=10200।
3. 17u=10200 ਤੋਂ u=600।
4. ਹਰ ਭੈਣ 2u=₹1200।
5. Group totals ₹5400+₹2400+₹2400=₹10200।

Ex 158 **Hard — If 5 students sit on each occupied bench, 4 benches stay empty. If 4 students sit on every bench, 3 students remain standing. Find the number of students.**

ਔਖਾ — ਹਰ occupied bench ਉੱਤੇ 5 students ਬੈਠਣ ਤਾਂ 4 benches ਖਾਲੀ ਰਹਿੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਹਰ bench ਉੱਤੇ 4 ਬੈਠਣ ਤਾਂ 3 students ਖੜ੍ਹੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ। Students ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲੱਭੋ।

A) 92 **B)** 96 **C)** 95 **D)** 100

Answer: C — 95

Quick method (≈20–40 sec)

Four empty benches represent 5×4=20 unused seats in the 5-per-bench arrangement. Thus 5B−20=4B+3, so B=23.

Student count=4×23+3=95.

Full method

1. Let B be the number of benches and S the students.
2. First condition: S=5(B−4), because B−4 benches are occupied.
3. Second condition: S=4B+3. Equate: 5B−20=4B+3.
4. Subtract 4B and add 20: B=23.
5. Then S=4×23+3=92+3=95.
6. Check first condition: 23−4=19 occupied benches; 19×5=95 students.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

4 ਖਾਲੀ benches ਦਾ ਮਤਲਬ 5×4=20 ਨਾ ਵਰਤੀਆਂ seats। ਇਸ ਲਈ 5B−20=4B+3 ਤੋਂ B=23।

Students 4×23+3=95।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. B benches ਅਤੇ S students ਲਵੋ।
2. ਪਹਿਲੀ ਸ਼ਰਤ S=5(B−4), ਕਿਉਂਕਿ B−4 benches ਭਰੀਆਂ ਹਨ।
3. ਦੂਜੀ S=4B+3;ਇਸ ਲਈ 5B−20=4B+3।
4. ਹੱਲ ਕਰਕੇ B=23।
5. S=92+3=95।
6. ਜਾਂਚ: 19 occupied benches ਉੱਤੇ 5-5 ਨਾਲ 95 students।

Ex 159 **Hard — ₹7200 is divided equally among some people. If 8 more people shared the same money, each share would be ₹30 smaller. Find the original number of people.**

ਔਖਾ — ₹7200 ਕੁਝ ਲੋਕਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਵੰਡੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਉਸੇ ਰਕਮ ਵਿੱਚ 8 ਹੋਰ ਲੋਕ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੇ ਤਾਂ ਹਰ share ₹30 ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ। ਅਸਲ ਲੋਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲੱਭੋ।

A) 30 **B)** 40 **C)** 36 **D)** 48

Answer: B — 40

Quick method (≈20–40 sec)

Let the original count be N. The share decrease gives N(N+8)=7200×8/30=1920.

Among the options, 40×48=1920. Original count 40.

Full method

1. Original share=7200/N and new share=7200/(N+8), with N>0.
2. Their difference is 30: 7200/N−7200/(N+8)=30.
3. Combine fractions: 57600/[N(N+8)]=30.
4. Thus N(N+8)=57600/30=1920, or $N^2+8N-1920=0$.
5. Factor:(N−40)(N+48)=0. Candidates are 40 and −48. Reject the negative count.
6. Check: 7200÷40=₹180; 7200÷48=₹150; decrease ₹30.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਅਸਲ ਗਿਣਤੀ N। Share ਦੀ ਕਮੀ ਨਾਲ N(N+8)=7200×8/30=1920।

Options ਵਿੱਚ 40×48=1920;ਅਸਲ ਗਿਣਤੀ 40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਅਸਲ share 7200/N ਅਤੇ ਨਵਾਂ 7200/(N+8), ਜਿੱਥੇ N>0।

2. ਫ਼ਰਕ 30 ਹੈ।
3. Fractions ਘਟਾ ਕੇ 57600/[N(N+8)]=30।
4. ਇਸ ਲਈ $N^2+8N-1920=0$।
5. Factors (N−40)(N+48)=0; negative −48 ਰੱਦ, 40 ਰੱਖੋ।
6. ਜਾਂਚ: ₹180 ਅਤੇ ₹150 ਦਾ ਫ਼ਰਕ ₹30।

Ex 160 **Punjab Police pattern — Four notebooks, 3 pens and 2 files cost ₹250. Seven notebooks, 5 pens and 3 files cost ₹420. At the same unit prices, find the cost of one notebook, one pen and one file together.**

Punjab Police pattern — 4 ਕਾਪੀਆਂ, 3 ਪੈੱਨ ਅਤੇ 2 files ₹250 ਦੇ ਹਨ। 7 ਕਾਪੀਆਂ, 5 ਪੈੱਨ ਅਤੇ 3 files ₹420 ਦੇ ਹਨ। ਉਹੀ unit prices ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਕਾਪੀ, ਇੱਕ ਪੈੱਨ ਅਤੇ ਇੱਕ file ਦਾ ਮਿਲਾ ਕੇ ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ ਲੱਭੋ।

A) ₹60 **B)** ₹70 **C)** ₹90 **D)** ₹80

Answer: D — ₹80

Quick method (≈20–40 sec)

Double the first bill: 8 notebooks+6 pens+4 files cost ₹500.

Subtract the second bill's quantities and cost. One of each remains, so the target is ₹500−₹420=₹80.

Full method

1. Let notebook, pen and file prices be n, p, f. Then 4n+3p+2f=250 and 7n+5p+3f=420.
2. Multiply the first equation by 2: 8n+6p+4f=500.
3. Subtract the second equation:(8−7)n+(6−5)p+(4−3)f=500−420.
4. Thus n+p+f=₹80. Individual prices need not be determined.
5. Consistency check: n=₹40, p=₹10, f=₹30 gives bills ₹160+₹30+₹60=₹250 and ₹280+₹50+₹90=₹420; one of each costs ₹80.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ bill ਦੁੱਗਣਾ: 8 ਕਾਪੀਆਂ+6 ਪੈੱਨ+4 files=₹500।

ਦੂਜਾ bill ਹਟਾਓ;ਇੱਕ-ਇੱਕ ਚੀਜ਼ ਬਚਦੀ ਹੈ। ਖਰਚਾ ₹500−₹420=₹80।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. n, p, f ਤਿੰਨ unit prices ਲਵੋ। Equations 4n+3p+2f=250 ਅਤੇ 7n+5p+3f=420।
2. ਪਹਿਲੀ ਦੁੱਗਣੀ: 8n+6p+4f=500।
3. ਦੂਜੀ ਘਟਾਓ:ਹਰ ਚੀਜ਼ ਇੱਕ ਬਚੀ ਅਤੇ cost 500−420।
4. ਇਸ ਲਈ n+p+f=₹80; individual prices ਵੱਖ ਕੱਢਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ।
5. ਜਾਂਚ ਲਈ ₹40, ₹10, ₹30 ਦੇ prices ਦੋਵੇਂ bills ਨਾਲ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਦਾ ਜੋੜ ₹80 ਹੈ।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Scaling only one item count:** a whole bill can be scaled only if every target quantity has the same factor.
2. **Dividing an error by the wrong multiplier:** Ex 154 uses the difference 47−29=18, not 47 or 29 alone.
3. **Counting people instead of weighted units:** Ex 157 has 9 people but 17 share units.
4. **Giving the sisters' combined share:** each sister receives ₹1200; both together receive ₹2400.
5. **Treating 4 empty benches as 4 unused seats:** at 5 per bench, they represent 20 seats.

6. Keeping a negative count: −48 cannot represent people in Ex 159.

7. Solving unnecessary individual prices: Ex 160 asks for a combination already fixed by the two bills.

1. ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ item count scale ਕਰਨਾ: ਪੂਰਾ bill ਤਦੋਂ scale ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਹਰ ਗਿਣਤੀ ਦਾ factor ਇੱਕੋ ਹੋਵੇ।

2. Error ਨੂੰ ਗਲਤ multiplier ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ: Ex 154 ਵਿੱਚ 47−29=18 ਲਵੋ।

3. Weights ਦੀ ਥਾਂ ਲੋਕ ਗਿਣਨਾ: Ex 157 ਵਿੱਚ ਲੋਕ 9, share units 17 ਹਨ।

4. ਦੋਹਾਂ ਭੈਣਾਂ ਦਾ share ਦੇਣਾ: ਹਰ ਇੱਕ ₹1200, ਦੋਵੇਂ ₹2400।

5. 4 benches ਨੂੰ 4 seats ਮੰਨਣਾ: 5 ਪ੍ਰਤੀ bench ਉੱਤੇ ਉਹ 20 seats ਹਨ।

6. Negative count ਰੱਖਣਾ: −48 ਲੋਕ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ।

7. ਬੇਲੋੜੀਆਂ individual prices ਕੱਢਣਾ: Ex 160 ਵਿੱਚ ਪੁੱਛਿਆ combination ਦੋ bills ਨਾਲ ਹੀ ਪੱਕਾ ਹੈ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

These short word equations appear as arithmetic applications in SSC, Railways, banking and state aptitude preparation; the exact mix depends on the paper. Target 20–35 seconds for unit-price/scaling questions and 35–60 seconds for seating or equal-distribution equations. Before eliminating prices, ask whether adding, subtracting or scaling the bills directly gives the target. In Ex 159, testing the product N(N+8) against 1920 is quicker than evaluating two money shares for every option. Count and money units help reject implausible choices.

ਇਹ ਛੋਟੀਆਂ word equations SSC, Railways, banking ਅਤੇ state aptitude ਦੀਆਂ arithmetic applications ਲਈ ਕੰਮ ਦੀਆਂ ਹਨ;ਕਿਹੜੀਆਂ ਵੱਧ ਹੋਣਗੀਆਂ, paper ਨਾਲ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। Unit-price/scaling ਲਈ 20–35 ਅਤੇ seating/equal distribution ਲਈ 35–60 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Prices eliminate ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੇਖੋ ਕਿ bills ਦਾ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ ਜਾਂ scale ਸਿੱਧਾ target ਦਿੰਦਾ ਹੈ? Ex 159 ਵਿੱਚ ਹਰ option ਦੇ ਦੋ money shares ਕੱਢਣ ਨਾਲੋਂ N(N+8) ਨੂੰ 1920 ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਣਾ ਤੇਜ਼ ਹੈ। Count ਅਤੇ money units ਨਾਲ ਗਲਤ choices ਛਾਂਟੋ।

TYPE 21 Unit-based simplification

ਇਕਾਈਆਂ ਬਦਲ ਕੇ ਹਿਸਾਬ ਸੌਖਾ ਕਰਨਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A quantity has both a number and a unit. A shopkeeper cannot add 2 kg and 350 g as 2+350=352 kg. First write them in one unit: 2000 g+350 g=2350 g. Mixed-unit questions test whether you preserve the real quantity while changing its written form.

ਮਾਤਰਾ ਨਾਲ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ unit ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਦੁਕਾਨਦਾਰ 2 kg ਅਤੇ 350 g ਨੂੰ 2+350=352 kg ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ। ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕੋ unit: 2000 g+350 g=2350 g। Mixed-unit ਸਵਾਲ ਵੇਖਦੇ ਹਨ ਕਿ ਰੂਪ ਬਦਲਦਿਆਂ ਅਸਲ ਮਾਤਰਾ ਉਹੀ ਰੱਖਦੇ ਹੋ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

The safest first move is usually to convert into the smaller common unit, calculate with whole numbers, and convert back only if the question asks. Time and feet/inches need special care because their conversion factors are not powers of 10.

ਸਭ ਤੋਂ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਅਕਸਰ ਛੋਟੀ common unit ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ ਹੈ। ਫਿਰ whole numbers ਨਾਲ ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪੁੱਛਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵਾਪਸ ਬਦਲੋ। Time ਅਤੇ feet/inches ਵਿੱਚ ਖ਼ਾਸ ਧਿਆਨ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ factors 10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਨਹੀਂ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for rupees with paise, kg with g, litres with mL, hours/minutes/seconds, metres/centimetres or feet/inches in the same expression. A price “per kg” with a mass stated in grams is also a unit-conversion question. Read the unit required in the answer.

ਇੱਕੋ expression ਵਿੱਚ ਰੁਪਏ-ਪੈਸੇ, kg-g, litres-mL, hours/minutes/seconds, metres-centimetres ਜਾਂ feet-inches ਵੇਖੋ। Price “per kg” ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ grams ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵੀ unit ਬਦਲਣੀ ਹੈ। ਜਵਾਬ ਕਿਹੜੀ unit ਵਿੱਚ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਪਹਿਲਾਂ ਪੜ੍ਹੋ।

3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

A conversion changes the counting unit, not the amount. If 1 large unit equals k small units, L large units equal kL small units. Reversing the conversion divides by k. For addition/subtraction, use equal units first. A fraction of a quantity keeps that quantity’s unit.

Conversion ਵਿੱਚ ਗਿਣਨ ਵਾਲੀ unit ਬਦਲਦੀ ਹੈ, ਮਾਤਰਾ ਨਹੀਂ। 1 ਵੱਡੀ unit=k ਛੋਟੀਆਂ units ਹੋਣ ਤਾਂ L ਵੱਡੀਆਂ units=kL ਛੋਟੀਆਂ। ਵਾਪਸ ਵੱਡੀ ਲਈ k ਨਾਲ ਵੰਡੋ। ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ units ਇੱਕੋ ਕਰੋ। ਮਾਤਰਾ ਦੀ fraction ਲੈਣ ਨਾਲ ਉਸਦੀ unit ਉਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

Relation · ਸੰਬੰਧ	Into smaller units · ਛੋਟੀ Unit ਵਿੱਚ	Back to larger units · ਵਾਪਸ ਵੱਡੀ Unit
₹1=100 paise	R rupees and p paise =100R+p paise. R ਰੁਪਏ ਅਤੇ p ਪੈਸੇ=100R+p ਪੈਸੇ।	P paise =P/100 rupees. R, P, p are numerical amounts in the stated units. P ਪੈਸੇ=P/100 ਰੁਪਏ। R, P, p ਦਿੱਤੀਆਂ units ਦੀਆਂ numerical ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਹਨ।
1 kg=1000 g	K kg and g grams =1000K+g grams. K kg ਅਤੇ g grams=1000K+g grams।	G grams =G/1000 kg. The letters label amounts, not extra multiplication signs. G grams=G/1000 kg। ਅੱਖਰ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਦੱਸਦੇ ਹਨ।
1 litre=1000 mL	L litres and m mL =1000L+m mL. L litres ਅਤੇ m mL=1000L+m mL।	M mL =M/1000 litres. M mL=M/1000 litres।
1 km=1000 m; 1 m=100 cm	Multiply km by 1000 for m; multiply m by 100 for cm. km ਤੋਂ m ਲਈ 1000 ਨਾਲ ਅਤੇ m ਤੋਂ cm ਲਈ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ।	Reverse by dividing by the same factor. ਵਾਪਸ ਜਾਣ ਲਈ ਉਸੇ factor ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
1 hour=60 min; 1 min=60 s	H hours and m minutes =60H+m minutes. For H hours, m minutes, s seconds, total seconds=3600H+60m+s. H ਘੰਟੇ ਅਤੇ m ਮਿੰਟ=60H+m ਮਿੰਟ। Seconds ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ 3600H+60m+s।	Divide by 60 for hours with a fractional part, or use quotient/remainder for hours and minutes. Fractional hours ਲਈ 60 ਨਾਲ ਵੰਡੋ; hours/minutes ਲਈ quotient ਅਤੇ remainder ਲਵੋ।
1 foot=12 inches	F feet and i inches =12F+i inches. F feet ਅਤੇ i inches=12F+i inches।	Inches÷12 gives feet; the remainder gives extra inches. Inches ਨੂੰ 12 ਨਾਲ ਵੰਡੋ; quotient feet ਅਤੇ remainder ਵਾਧੂ inches।

Each formula above comes directly from the stated unit equality: count k small units for every large unit, then add any remaining small units. Use different letters for the unit name and the numerical amount if that makes a line clearer.

ਹਰ formula unit ਦੀ ਬਰਾਬਰੀ ਤੋਂ ਆਉਂਦਾ ਹੈ: ਹਰ ਵੱਡੀ unit ਲਈ k ਛੋਟੀਆਂ units ਗਿਣੋ, ਫਿਰ ਵਾਧੂ ਛੋਟੀਆਂ ਜੋੜੋ। Unit ਦੇ ਨਾਂ ਅਤੇ ਉਸਦੀ numerical ਮਾਤਰਾ ਲਈ ਵੱਖ ਅੱਖਰ ਰੱਖਣ ਨਾਲ ਗੱਲ ਸਾਫ਼ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

Decimal time is not clock time Decimal time ਅਤੇ ਘੜੀ ਵਾਲਾ Time ਵੱਖ ਹਨ

Written value · ਲਿਖਿਆ ਮੁੱਲ	Correct meaning · ਸਹੀ ਮਤਲਬ	Conversion · ਬਦਲਾਅ
1.5 hours	1 hour plus half an hour 1 ਘੰਟਾ ਅਤੇ ਅੱਧਾ ਘੰਟਾ	1×60+0.5×60=90 min
1 hour 50 minutes	1 hour plus 50 minutes 1 ਘੰਟਾ ਅਤੇ 50 ਮਿੰਟ	60+50=110 min
2.45 minutes	2 minutes plus 0.45 of a minute 2 ਮਿੰਟ ਅਤੇ ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ 0.45 ਹਿੱਸਾ	120+0.45×60=147 s
2 minutes 45 seconds	Two full minutes plus 45 seconds ਪੂਰੇ 2 ਮਿੰਟ ਅਤੇ 45 ਸਕਿੰਟ	120+45=165 s

For mixed-time subtraction, converting first avoids awkward borrowing. For 3 h 10 min−1 h 45 min, use 190−105=85 min=1 h 25 min. If borrowing directly, 3 h 10 min=2 h 70 min because the borrowed hour contributes 60 minutes, not 100.

Mixed-time ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਬਦਲਣਾ ਸੌਖਾ ਹੈ। 3 h 10 min−1 h 45 min ਲਈ 190−105=85 min=1 h 25 min। ਸਿੱਧਾ borrow ਕਰੋ ਤਾਂ 3 h 10 min=2 h 70 min, ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦੇ 60 ਮਿੰਟ ਹਨ, 100 ਨਹੀਂ।

Calculation · ਕੰਮ	Formula and origin · ਫਾਰਮੂਲਾ ਅਤੇ ਕਾਰਨ	Unit check · Unit ਜਾਂਚ
Mass-based bill ਵਜ਼ਨ ਵਾਲਾ Bill	Cost=(G/1000)×r, where G is grams and r rupees per kg. Convert mass to kg before multiplying by a per-kg rate. G grams ਅਤੇ r ਰੁਪਏ ਪ੍ਰਤੀ kg ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ G/1000 kg ਬਣਾਓ, ਫਿਰ rate ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	kg × ₹/kg leaves ₹. kg × ₹/kg ਤੋਂ ₹ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।
Equal pieces ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸੇ	Piece length=T/n, where T is total length in one unit and n>0 the number of equal pieces. T ਇੱਕੋ unit ਵਾਲੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ n>0 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ।	Keep the length unit; n is a pure count. ਲੰਬਾਈ ਦੀ unit ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ; n ਸਿਰਫ਼ count ਹੈ।
Fraction of a quantity ਮਾਤਰਾ ਦਾ Fraction	Required quantity=fQ, where f is a dimensionless fraction and Q a quantity. This is ordinary multiplication. f unit ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ fraction ਅਤੇ Q ਮਾਤਰਾ ਹੈ। ਆਮ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।	3/5 of 200 min=120 min, not 120 hours. 200 min ਦਾ 3/5=120 min, 120 hours ਨਹੀਂ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Read the requested answer unit and write the conversion factors.
   ਜਵਾਬ ਦੀ unit ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ conversion factors ਲਿਖੋ।
2. Convert every quantity that will be added/subtracted to one common unit, usually the smaller unit to keep whole numbers.
   ਜੋੜ/ਘਟਾਓ ਵਾਲੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਇੱਕੋ unit ਵਿੱਚ ਲਿਆਓ;ਆਮ ਤੌਰ ਉੱਤੇ ਛੋਟੀ unit ਨਾਲ whole numbers ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।
3. Apply brackets, fractions and BODMAS to the converted numbers. For a per-unit price, match the quantity unit to the rate.

ਬਦਲੇ numbers ਉੱਤੇ brackets, fractions ਅਤੇ BODMAS ਲਗਾਓ। Per-unit rate ਲਈ quantity ਦੀ unit rate ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ।

4. Divide or multiply only after confirming what the count/fraction means. Keep the unit beside intermediate values.
   Count/fraction ਦਾ ਮਤਲਬ ਪੱਕਾ ਕਰਕੇ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਵੰਡ ਕਰੋ। ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਮੁੱਲ ਨਾਲ unit ਰੱਖੋ।
5. Convert back only if needed, and check that the size makes sense: smaller units produce a larger numerical count for the same quantity.
   ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵਾਪਸ ਬਦਲੋ। ਇੱਕੋ ਮਾਤਰਾ ਛੋਟੀ unit ਵਿੱਚ ਵੱਡਾ numerical count ਦਿੰਦੀ ਹੈ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Choose the unit that makes the arithmetic clean. For 3/5 of 3 h 20 min, write 200 min and calculate 200÷5×3=120 min. For money, use paise if repeated decimal subtraction is awkward; for a per-kg bill, grams/1000 may be easiest. It works because unit conversion is exact scaling. It does not allow mixing 60-based clock values with 100-based decimals, or using a gram amount directly with a per-kg price.

ਜਿਹੜੀ unit ਨਾਲ ਹਿਸਾਬ ਸੌਖਾ ਬਣੇ, ਉਹ ਲਵੋ। 3 h 20 min ਦਾ 3/5 ਲਈ 200 min ਲਿਖੋ; 200÷5×3=120 min। ਪੈਸਿਆਂ ਵਿੱਚ decimals ਔਖੇ ਲੱਗਣ ਤਾਂ paise; per-kg bill ਵਿੱਚ grams/1000 ਸੌਖਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। Unit conversion exact scale ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ। 60 ਵਾਲੇ clock values ਨੂੰ 100 ਵਾਲੇ decimals ਨਾਲ ਨਾ ਮਿਲਾਓ ਅਤੇ grams ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ per-kg rate ਨਾਲ ਨਾ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 161 **Easy — Simplify in rupees: ₹18.75 + 250 paise − ₹6.25.**

ਸੌਖਾ — ਰੁਪਏ ਵਿੱਚ ਹੱਲ ਕਰੋ: ₹18.75 + 250 ਪੈਸੇ − ₹6.25।

A) ₹12.50 **B)** ₹15 **C)** ₹16.50 **D)** ₹21.25

Answer: B — ₹15

Quick method (≈20–40 sec)

250 paise=₹2.50. Pair ₹18.75−₹6.25=₹12.50.

Add ₹2.50 to get ₹15.

Full method

1. Convert all money to paise: ₹18.75=1875 paise; ₹6.25=625 paise.
2. 1875+250−625=2125−625=1500 paise.
3. Convert to rupees: 1500÷100=₹15.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

250 ਪੈਸੇ=₹2.50। ਪਹਿਲਾਂ ₹18.75−₹6.25=₹12.50।

₹2.50 ਜੋੜ ਕੇ ₹15।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਾਰੇ paise: 1875+250−625।
2. 2125−625=1500 ਪੈਸੇ।
3. 100 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ₹15।

Ex 162 **Easy — Find 3 kg 250 g − 1 kg 875 g in grams.**

ਸੌਖਾ — 3 kg 250 g − 1 kg 875 g ਨੂੰ grams ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 1175 g **B)** 1275 g **C)** 1475 g **D)** 1375 g

Answer: D — 1375 g

Quick method (≈20–40 sec)

Use grams: 3250−1875.

3250−1800=1450; 1450−75=1375 g.

Full method

1. 3 kg 250 g=3×1000+250=3250 g.
2. 1 kg 875 g=1×1000+875=1875 g.
3. Subtract: 3250−1875=1375 g.
4. Check: 1875+1375=3250 g.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Grams ਵਿੱਚ 3250−1875 ਕਰੋ।

3250−1800=1450;ਫਿਰ 75 ਘਟਾ ਕੇ 1375 g।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ ਮਾਤਰਾ 3250 g।
2. ਦੂਜੀ 1875 g।
3. ਫ਼ਰਕ 1375 g।
4. ਜਾਂਚ: 1875+1375=3250 g।

Ex 163 **Medium — Find in mL: 2 litres 750 mL + 3/5 of 1 litre 250 mL.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — mL ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ: 2 litres 750 mL + 1 litre 250 mL ਦਾ 3/5।

A) 3500 mL **B)** 3250 mL **C)** 3750 mL **D)** 4000 mL

Answer: A — 3500 mL

Quick method (≈20–40 sec)

The second quantity is 1250 mL; one fifth is 250 mL, so three fifths are 750 mL.

Add to 2750 mL: 3500 mL.

Full method

1. 2 litres 750 mL=2×1000+750=2750 mL.
2. 1 litre 250 mL=1000+250=1250 mL.
3. 3/5 of 1250 mL=(1250÷5)×3=250×3=750 mL.
4. Total=2750+750=3500 mL.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਦੂਜੀ ਮਾਤਰਾ 1250 mL;ਪੰਜਵਾਂ ਹਿੱਸਾ 250, ਤਿੰਨ ਹਿੱਸੇ 750 mL।

2750 mL ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਕੇ 3500 mL।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ ਮਾਤਰਾ 2750 mL।

2. ਦੂਜੀ 1250 mL।
3. ਇਸਦਾ 3/5=(1250÷5)×3=750 mL।
4. ਜੋੜ 2750+750=3500 mL।

Ex 164 **Medium — Find in minutes: 2 h 35 min + 1 h 50 min − 45 min.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — Minutes ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ: 2 h 35 min + 1 h 50 min − 45 min।

A) 200 min **B)** 210 min **C)** 220 min **D)** 230 min

Answer: C — 220 min

Quick method (≈20–40 sec)

Total hours give 180 min; the minute parts give 35+50−45=40 min.

180+40=220 min.

Full method

1. 2 h 35 min=120+35=155 min.
2. 1 h 50 min=60+50=110 min.
3. 155+110−45=265−45=220 min.
4. For a check, 220 min=3 h 40 min.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਕੁੱਲ hours ਦੇ 180 min ਅਤੇ minute parts 35+50−45=40 min।

180+40=220 min।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 2 h 35 min=155 min।
2. 1 h 50 min=110 min।
3. 155+110−45=220 min।
4. ਜਾਂਚ ਲਈ 220 min=3 h 40 min।

Ex 165 **Medium — A rope 7 m 80 cm long is cut into 6 equal pieces. Find each piece's length in cm.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 7 m 80 cm ਲੰਬੀ ਰੱਸੀ ਦੇ 6 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸੇ ਕੀਤੇ ਹਨ। ਹਰ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ cm ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 120 cm **B)** 130 cm **C)** 125 cm **D)** 140 cm

Answer: B — 130 cm

Quick method (≈20–40 sec)

Convert to 780 cm. Divide by 6: 78÷6=13, so 780÷6=130 cm.

Each piece is 1 m 30 cm.

Full method

1. 7 m=700 cm, so total length=700+80=780 cm.
2. Equal pieces mean division by their count: 780/6.
3. 6×100=600, leaving 180; 6×30=180. Thus each piece is 100+30=130 cm.
4. Check: 6×130=780 cm.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਕੁੱਲ 780 cm। 78÷6=13, ਇਸ ਲਈ 780÷6=130 cm।

ਹਰ ਹਿੱਸਾ 1 m 30 cm ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 7 m=700 cm;ਕੁੱਲ 780 cm।
2. 6 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਲਈ 780÷6।
3. 600 ਵਿੱਚੋਂ 100 cm ਅਤੇ ਬਾਕੀ 180 ਵਿੱਚੋਂ 30 cm;ਕੁੱਲ 130 cm।
4. ਜਾਂਚ: 6×130=780 cm।

Ex 166 **Hard — Find in minutes:(3/5 of 3 h 20 min) + [(2 h 15 min) ÷ 3].**

ਔਖਾ — Minutes ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ:(3 h 20 min ਦਾ 3/5) + [(2 h 15 min) ÷ 3]।

A) 145 min **B)** 155 min **C)** 175 min **D)** 165 min

Answer: D — 165 min

Quick method (≈20–40 sec)

3 h 20 min=200 min; three fifths are 120 min.

2 h 15 min=135 min; one third is 45 min. Total=165 min.

Full method

1. First whole quantity: 3×60+20=200 min.
2. Its 3/5 part=(3×200)/5=600/5=120 min.
3. Second whole quantity: 2×60+15=135 min.
4. Divide by 3: 135/3=45 min.
5. Add: 120+45=165 min, or 2 h 45 min.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

3 h 20 min=200 min;ਇਸਦਾ 3/5=120 min।

2 h 15 min=135 min;ਇਸਦਾ ਤੀਜਾ ਹਿੱਸਾ 45 min। ਕੁੱਲ 165 min।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਪਹਿਲੀ ਪੂਰੀ ਮਾਤਰਾ 200 min।
2. ਇਸਦਾ 3/5=600/5=120 min।
3. ਦੂਜੀ ਪੂਰੀ ਮਾਤਰਾ 135 min।
4. 3 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 45 min।
5. ਜੋੜ 165 min=2 h 45 min।

Ex 167 **Hard — A plank 8 feet 9 inches long is divided into 7 equal pieces. Find each piece's length in inches.**

ਔਖਾ — 8 feet 9 inches ਲੰਬੇ ਤਖ਼ਤੇ ਦੇ 7 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸੇ ਕੀਤੇ ਹਨ। ਹਰ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ inches ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 12 in **B)** 14 in **C)** 15 in **D)** 18 in

Answer: C — 15 in

Quick method (≈20–40 sec)

One foot is 12 inches, so total length=96+9=105 inches.

105÷7=15 inches per piece.

Full method

1. 8 feet=8×12=96 inches.
2. Add the extra 9 inches: 96+9=105 inches.
3. Divide by 7: 105/7=15 inches.
4. Check: 15 inches=1 foot 3 inches; 7×15=105 inches, which is 8 feet 9 inches.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

1 foot ਦੇ 12 inches;ਕੁੱਲ 96+9=105 inches।

105÷7=15 inches ਹਰ ਹਿੱਸਾ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 8 feet=96 inches।
2. ਵਾਧੂ 9 ਨਾਲ ਕੁੱਲ 105 inches।
3. 7 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 15 inches।
4. 15 inches=1 foot 3 inches;ਸੱਤ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਮੁੜ 105 inches।

Ex 168 **PSSSB Clerk pattern — Rice costs ₹45 per kg and flour ₹32 per kg. Find the total bill for 2 kg 400 g rice and 1 kg 750 g flour, including a ₹6 packing charge.**

PSSSB Clerk pattern — ਚੌਲ ₹45 ਪ੍ਰਤੀ kg ਅਤੇ ਆਟਾ ₹32 ਪ੍ਰਤੀ kg ਹੈ। 2 kg 400 g ਚੌਲ ਅਤੇ 1 kg 750 g ਆਟੇ ਦਾ ਕੁੱਲ ਬਿੱਲ, ₹6 packing ਸਮੇਤ, ਲੱਭੋ।

A) ₹170 **B)** ₹160 **C)** ₹164 **D)** ₹176

Answer: A — ₹170

Quick method (≈20–40 sec)

Rice: 2.4×45=108. Flour: 1.75=7/4, so (32÷4)×7=56.

Goods total ₹164; add packing ₹6 to get ₹170.

Full method

1. Rice mass=2400/1000=2.4 kg. Cost=2.4×45=(24×45)/10=1080/10=₹108.
2. Flour mass=1750/1000=1.75 kg. Cost=1.75×32=(7/4)×32=₹56.
3. Goods total=108+56=₹164.
4. Add the stated one-time packing charge: 164+6=₹170.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਚੌਲ 2.4×45=₹108। ਆਟਾ 1.75=7/4 kg;ਖਰਚਾ (32÷4)×7=₹56।

ਮਾਲ ₹164; packing ₹6 ਨਾਲ ਕੁੱਲ ₹170।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਚੌਲ 2400/1000=2.4 kg;ਖਰਚਾ ₹108।
2. ਆਟਾ 1750/1000=1.75 kg;ਖਰਚਾ (7/4)×32=₹56।
3. ਮਾਲ ਦਾ ਜੋੜ ₹164।
4. ਇੱਕ ਵਾਰ packing ₹6 ਜੋੜ ਕੇ ₹170।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Adding unlike units:** convert kg/g or rupees/paise before combining.
2. **Treating 1 h 50 min as 1.50 h:** it is 110 min, not 90 min.
3. **Using 100 instead of 60 for clock borrowing:** one borrowed hour gives 60 min.
4. **Converting feet as decimal tenths:** 8 feet 9 inches is 105 inches, not 8.9 feet.
5. **Applying a fraction only to one part:** 3/5 of 3 h 20 min applies to all 200 min.
6. **Multiplying grams directly by a per-kg price:** divide the gram count by 1000 first.
7. **Giving the wrong requested unit:** 3.5 litres equals 3500 mL, but choose the form the question asks.

1. **ਵੱਖ units ਜੋੜਨਾ:** ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕੋ unit ਕਰੋ।
2. **1 h 50 min ਨੂੰ 1.50 h ਮੰਨਣਾ:** ਇਹ 110 min ਹੈ, 90 ਨਹੀਂ।
3. **Clock borrowing ਵਿੱਚ 100 ਲੈਣਾ:** ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦੇ 60 min ਹਨ।
4. **Feet/inches ਨੂੰ decimal ਸਮਝਣਾ:** 8 feet 9 inches=105 inches ਹੈ, 8.9 feet ਨਹੀਂ।
5. **Fraction ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਉੱਤੇ ਲਾਉਣਾ:** 3/5 ਪੂਰੇ 200 min ਉੱਤੇ ਹੈ।
6. **Grams ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ per-kg rate ਨਾਲ ਗੁਣਾ:** ਪਹਿਲਾਂ 1000 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
7. **ਗਲਤ requested unit:** 3.5 litres ਅਤੇ 3500 mL ਇੱਕੋ ਹਨ, ਪਰ ਪੁੱਛਿਆ ਰੂਪ ਦਿਓ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Unit handling supports arithmetic in SSC, Railways, banking and state numerical tests; direct conversion questions and their frequency vary. Target 20–35 seconds for one conversion and 35–55 seconds for a mixed bill or time expression. Write the conversion factor before chasing options. In Ex 163, the starting 2750 mL plus a positive part must exceed 2750 mL; then compute the exact 750 mL addend. In Ex 168, a bill near ₹170 is sensible; forgetting g-to-kg conversion would make it about 1000 times too large.

Units SSC, Railways, banking ਅਤੇ state numerical ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ;ਸਿੱਧੇ conversion ਸਵਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ conversion ਲਈ 20–35 ਅਤੇ mixed bill/time ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Options ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ factor ਲਿਖੋ। Ex 163 ਵਿੱਚ 2750 mL ਨਾਲ positive ਹਿੱਸਾ ਜੁੜਦਾ ਹੈ;ਫਿਰ exact 750 mL ਕੱਢੋ। Ex 168 ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ ₹170 ਠੀਕ size ਹੈ; grams ਨੂੰ kg ਨਾ ਕਰਨ ਨਾਲ ਬਿੱਲ ਲਗਭਗ 1000 ਗੁਣਾ ਵੱਡਾ ਆਵੇਗਾ।

TYPE 22 Overlapping groups and counting

ਸਾਂਝੇ Groups ਅਤੇ ਗਿਣਤੀ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Some students attend both Maths and English classes. Adding the two class lists counts these students twice. We remove the extra count before finding how many different students attend. A Venn diagram is simply a picture of these shared and separate groups.

ਕੁਝ ਬੱਚੇ Maths ਅਤੇ English ਦੋਵੇਂ classes ਲਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਦੋਵੇਂ lists ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਉਹ ਬੱਚੇ ਦੋ ਵਾਰ ਗਿਣੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਇਹ ਵਾਧੂ ਗਿਣਤੀ ਹਟਾਓ। Venn diagram ਇਹਨਾਂ ਸਾਂਝੇ ਅਤੇ ਵੱਖਰੇ groups ਦੀ ਤਸਵੀਰ ਹੈ।

Other counting questions count visits or printed digits. If a volunteer visits three villages, that means three visits, not three volunteers. If page 125 is printed, it uses three digits but represents one page. Always name what you are counting.

ਹੋਰ ਸਵਾਲ visits ਜਾਂ ਛਪੇ digits ਗਿਣਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ volunteer ਤਿੰਨ ਪਿੰਡ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਤਿੰਨ visits ਹਨ, ਤਿੰਨ volunteers ਨਹੀਂ। Page 125 ਛਾਪਣ ਲਈ ਤਿੰਨ digits ਲੱਗਦੇ ਹਨ, ਪਰ page ਇੱਕ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਸ ਚੀਜ਼ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰ ਰਹੇ ਹੋ।

2. How to recognise it ਸਵਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣੀਏ?

Look for “both”, “at least one”, “neither”, “only”, “exactly two”, “all three”, repeated visits, or digits used to number pages. With three groups, “A and B” normally includes people in all three unless the question says “A and B only”. Read this distinction before using any formula.

“Both”, “at least one”, “neither”, “only”, “exactly two”, “all three”, visits ਜਾਂ pages ਦੇ digits ਵੇਖੋ। ਤਿੰਨ groups ਵਿੱਚ “A ਅਤੇ B” ਵਿੱਚ all three ਵਾਲੇ ਵੀ ਆਉਂਦੇ ਹਨ, ਜਦ ਤੱਕ “A ਅਤੇ B only” ਨਾ ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ। Formula ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਫ਼ਰਕ ਪੜ੍ਹੋ।

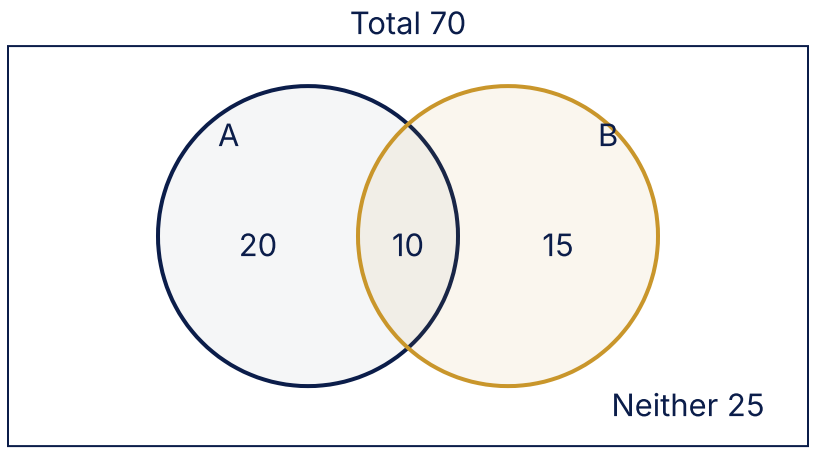
3. Basic concept from zero ਬਿਲਕੁਲ ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਸਮਝੋ

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

U is the total number of people. A and B are groups; n(A) means the number in A. Write a=n(A), b=n(B), i=n(A∩B). The symbol ∩ means common membership. The symbol ∪ means membership in at least one group. Each person belongs to exactly one separate region of the diagram.

U ਕੁੱਲ ਬੰਦੇ ਹਨ। A ਅਤੇ B groups ਹਨ; n(A) ਦਾ ਮਤਲਬ A ਵਿੱਚ ਬੰਦਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ। a=n(A), b=n(B), i=n(A∩B) ਲਿਖੋ। ∩ ਸਾਂਝੇ ਬੰਦੇ ਅਤੇ ∪ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ group ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਦੱਸਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਬੰਦਾ diagram ਦੇ ਇੱਕ ਹੀ ਵੱਖਰੇ region ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Two groups · ਦੋ Groups	Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Why · ਕਿਉਂ
At least one · ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ	n(A∪B)=a+b−i	The overlap was counted twice; remove it once. ਸਾਂਝਾ ਹਿੱਸਾ ਦੋ ਵਾਰ ਗਿਣਿਆ; ਇੱਕ ਵਾਰ ਘਟਾਓ।
Only A / only B · ਸਿਰਫ਼ A / B	a−i / b−i	Remove the shared people from each full group. ਹਰ ਪੂਰੇ group ਵਿੱਚੋਂ ਸਾਂਝੇ ਬੰਦੇ ਕੱਢੋ।
Exactly one · ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ	a+b−2i	Add the two separate regions: (a−i)+(b−i). ਦੋਵੇਂ ਵੱਖਰੇ ਹਿੱਸੇ ਜੋੜੋ: (a−i)+(b−i)।
Neither · ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ	U−(a+b−i)	Everyone outside the union remains. Union ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਬਚੇ ਸਾਰੇ ਬੰਦੇ।



A=30=20+10; B=25=15+10; union=45; total=45+25=70.
A ਵਿੱਚ 30, B ਵਿੱਚ 25; ਸਾਂਝੇ 10। ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਵਿੱਚ 45 ਅਤੇ ਬਾਹਰ 25; ਕੁੱਲ 70।

Three groups: count the centre first ਤਿੰਨ Groups: ਪਹਿਲਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਹਿੱਸਾ

For three groups A, B, C, let a, b, c be their sizes; p=n(A∩B), q=n(A∩C), r=n(B∩C), and t=n(A∩B∩C). Here p, q, r include all t people in all three groups. Put S=a+b+c and P=p+q+r. These are sums of memberships, not necessarily different people.

ਤਿੰਨ groups A, B, C ਦੀਆਂ ਗਿਣਤੀਆਂ a, b, c ਹਨ। p=A ਅਤੇ B ਦੇ ਸਾਂਝੇ, q=A ਅਤੇ C ਦੇ ਸਾਂਝੇ, r=B ਅਤੇ C ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਅਤੇ t=ਤਿੰਨਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਹਨ। p, q, r ਵਿੱਚ t ਵਾਲੇ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। S=a+b+c ਅਤੇ P=p+q+r ਲਵੋ। ਇਹ memberships ਦੇ ਜੋੜ ਹਨ, ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਵੱਖਰੇ ਬੰਦੇ ਹੋਣ।

Requested count · ਪੁੱਛੀ ਗਿਣਤੀ	Formula · ਫਾਰਮੂਲਾ	Origin · ਕਿੱਥੋਂ ਆਇਆ
At least one	S−P+t	Single-group people count once; two-group people count 2−1=1; triple people count 3−3+1=1. ਇੱਕ group ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਵਾਰ; ਦੋ ਵਾਲਾ 2−1=1; ਤਿੰਨ ਵਾਲਾ 3−3+1=1 ਵਾਰ ਗਿਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
Exactly two	P−3t	Each triple person occurs in all three pair counts; remove all three occurrences. ਤਿੰਨਾਂ ਵਾਲਾ ਹਰ ਬੰਦਾ ਤਿੰਨੇ pair counts ਵਿੱਚ ਹੈ; ਉਸਦੇ ਤਿੰਨੇ counts ਕੱਢੋ।
At least two	P−2t	Exactly two plus all three: (P−3t)+t. Exactly two ਅਤੇ all three ਜੋੜੋ: (P−3t)+t।
Exactly one	S−2P+3t	Subtract twice the pair sum: a two-group person becomes 2−2=0; a triple person needs correction 3−6+3=0. Pair sum ਦੋ ਵਾਰ ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ ਦੋ groups ਵਾਲਾ 0; ਤਿੰਨਾਂ ਵਾਲੇ ਲਈ 3−6+3=0।
Only A	a−p−q+t	Subtract both overlaps from A; the triple was removed twice, so restore it once. Only B=b−p−r+t; only C=c−q−r+t. A ਦੇ ਦੋਵੇਂ overlaps ਘਟਾਓ; triple ਦੋ ਵਾਰ ਕੱਟਿਆ, ਇੱਕ ਵਾਰ ਵਾਪਸ ਜੋੜੋ। ਸਿਰਫ਼ B=b−p−r+t; ਸਿਰਫ਼ C=c−q−r+t।
Neither / all three	U−(S−P+t) / t	Outside is total minus union; the centre is already t. ਬਾਹਰਲਾ ਹਿੱਸਾ ਕੁੱਲ ਵਿੱਚੋਂ union ਘਟਾ ਕੇ; ਵਿਚਕਾਰਲਾ t ਹੀ ਹੈ।

A safer drawing method is: centre t; pair-only regions p−t, q−t, r−t; single-only regions by subtracting all filled regions inside each circle; outside last. Every region must be nonnegative, and all regions must sum to U. If a pair count is explicitly “only”, do not subtract t again.

ਸੁਰੱਖਿਅਤ drawing ਤਰੀਕਾ: ਵਿਚਕਾਰ t; pair-only ਹਿੱਸੇ p−t, q−t, r−t; ਫਿਰ ਹਰ circle ਦੇ ਭਰੇ ਹਿੱਸੇ ਘਟਾ ਕੇ single-only; ਸਭ ਤੋਂ ਅਖ਼ੀਰ ਬਾਹਰਲਾ ਹਿੱਸਾ। ਕੋਈ region negative ਨਹੀਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਮਿਲ ਕੇ U ਬਣਨ। Pair ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ “only” ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ t ਮੁੜ ਨਾ ਘਟਾਓ।

Count the same visits in two ways ਇੱਕੋ Visits ਦੋ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਗਿਣੋ

DOUBLE COUNTING · ਦੋ ਪਾਸਿਆਂ ਤੋਂ ਗਿਣਤੀ

In this visit model only, let N be people, r be distinct places visited per person, V be places, and q be visitors per place, with q>0. Total visits=Nr=Vq, so V=Nr/q. Each visit has one visitor and one place; counting from either side must agree. This needs the stated equal counts r and q. Unequal counts require actual totals.

ਸਿਰਫ਼ ਇਸ visit model ਵਿੱਚ N ਬੰਦੇ, ਹਰ ਬੰਦੇ ਦੇ r ਵੱਖਰੇ places, ਕੁੱਲ V places ਅਤੇ ਹਰ place ਉੱਤੇ q visitors ਹਨ; q>0। ਕੁੱਲ visits=Nr=Vq; ਇਸ ਲਈ V=Nr/q। ਹਰ visit ਦਾ ਇੱਕ visitor ਅਤੇ ਇੱਕ place ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਇੱਕੋ। ਇਹ ਤਦ ਹੈ ਜਦ r ਅਤੇ q ਸਾਰਿਆਂ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ।

Printed digits are not page counts ਛਪੇ Digits ਅਤੇ Pages ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੱਖ ਹੈ

Page-number block · Pages ਦਾ Block	Number of pages · Pages	Digits used · Digits
1–9	9	9×1=9
10–99	90	90×2=180
100–999	900	900×3=2700
1000–9999	9000	9000×4=36000

For k-digit page numbers, the first number is 10^{k-1}. If the last page N is in that block, it contributes $N-10^{k-1}+1$ pages, each using k digits. The +1 includes both endpoints. Here k is the number of digits per page label and N is the final page number. Add all completed earlier blocks. For $100 \le N \le 999$, total digits=$9+180+3(N-99)$.

k-digit pages ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨੰਬਰ 10^{k-1} ਹੈ। ਆਖ਼ਰੀ page N ਇਸ block ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $N-10^{k-1}+1$ pages ਹਨ; ਹਰ ਇੱਕ ਦੇ k digits। +1 ਨਾਲ ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ ਗਿਣੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। k ਹਰ page label ਦੇ digits ਅਤੇ N ਆਖ਼ਰੀ page ਨੰਬਰ ਹੈ। ਪਿਛਲੇ ਪੂਰੇ blocks ਦੇ digits ਵੀ ਜੋੜੋ। $100 \le N \le 999$ ਲਈ ਕੁੱਲ digits=$9+180+3(N-99)$।

For the reverse question, remove the digits of completed blocks, divide the remaining digits by the next block's digit length, then add the number of earlier pages. These rules assume numbering starts at 1, every page is numbered, and no leading zeroes are printed. Different starting numbers or leading zeroes change the blocks.

ਉਲਟ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਪੂਰੇ blocks ਦੇ digits ਕੱਢੋ। ਬਾਕੀ ਨੂੰ ਅਗਲੇ block ਦੇ ਹਰ page ਦੇ digits ਨਾਲ ਵੰਡੋ; ਫਿਰ ਪਿਛਲੇ pages ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋੜੋ। ਇਹ ਨਿਯਮ 1 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ, ਹਰ page ਉੱਤੇ ਨੰਬਰ ਅਤੇ ਅੱਗੇ ਬੇਲੋੜੇ zero ਨਾ ਹੋਣ ਲਈ ਹਨ। ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਜਾਂ zero ਬਦਲਣ ਨਾਲ blocks ਬਦਲਣਗੇ।

4. Standard method ਹਰ ਵਾਰ ਵਰਤਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Underline the required count: union, only, neither, visits, pages or digits. Name the counting unit.
   Union, only, neither, visits, pages ਜਾਂ digits ਵਿੱਚੋਂ ਕੀ ਪੁੱਛਿਆ ਹੈ, ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਾਓ।
2. For two groups, find the overlap and subtract it once for the union. For exactly one, remove it from both groups.
   ਦੋ groups ਵਿੱਚ union ਲਈ overlap ਇੱਕ ਵਾਰ ਘਟਾਓ। Exactly one ਲਈ ਦੋਹਾਂ groups ਵਿੱਚੋਂ overlap ਕੱਢੋ।
3. For three groups, fill centre, pair-only, single-only and outside in that order. Check whether pair figures include the triple.
   ਤਿੰਨ groups ਵਿੱਚ centre, pair-only, single-only, ਫਿਰ ਬਾਹਰਲਾ ਹਿੱਸਾ ਭਰੋ। Pair ਵਿੱਚ triple ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ, ਵੇਖੋ।
4. For visits, count the same person–place pairs from both sides. For pages, split at 9, 99, 999 and further digit boundaries.
   Visits ਨੂੰ visitor ਅਤੇ place ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਤੋਂ ਗਿਣੋ। Pages ਨੂੰ 9, 99, 999 ਵਾਲੀਆਂ ਹੱਦਾਂ ਉੱਤੇ ਵੰਡੋ।
5. Check nonnegative integer region counts, total people, and inclusive endpoints. Substitute the final result into the original total.
   Regions nonnegative whole numbers ਹੋਣ, ਕੁੱਲ ਬੰਦੇ ਮਿਲਣ ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ ਗਿਣੇ ਹੋਣ। ਜਵਾਬ ਅਸਲ total ਵਿੱਚ ਪਾ ਕੇ ਜਾਂਚੋ।

5. One-minute shortcut ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਵਾਲਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

SHORTCUT · ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Read the target before drawing. Two-group union: add then subtract overlap once; exactly one: subtract it twice. Three-group exactly two: add inclusive pair counts and subtract three times the centre. For visit totals, cancel in Nr/q before multiplying. For page numbers, remember the completed totals 9 digits through page 9 and 189 through page 99. These save work because they correct repeated counts or group identical digit lengths. They fail if the pair counts mean “only”, visits are unequal, or numbering uses different boundaries.

Drawing ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਪੁੱਛਿਆ ਹਿੱਸਾ ਪੜ੍ਹੋ। ਦੋ groups ਦਾ union: ਜੋੜ ਕੇ overlap ਇੱਕ ਵਾਰ ਕੱਢੋ; exactly one: ਦੋ ਵਾਰ। ਤਿੰਨ groups ਦੇ exactly two: inclusive pairs ਜੋੜ ਕੇ centre ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਕੱਢੋ। Visits ਵਿੱਚ Nr/q ਪਹਿਲਾਂ cancel ਕਰੋ। Page 9 ਤੱਕ 9 ਅਤੇ page 99 ਤੱਕ 189 digits ਯਾਦ ਰੱਖੋ। ਇਹ repeated counts ਸਹੀ ਕਰਦੇ ਜਾਂ ਇੱਕੋ digit-length ਇਕੱਠੀ ਕਰਦੇ ਹਨ। Pair “only” ਹੋਵੇ, visits ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਹੋਣ ਜਾਂ numbering ਵੱਖ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ ਨਾ ਲਾਓ।

6. Solved examples ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ

Ex 169 **Easy — Of 60 students, 35 attend Maths, 28 attend English and 12 attend both. How many attend at least one of these classes?**

ਸੌਖਾ — 60 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ Maths 35, English 28 ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ 12 ਲਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ class ਕਿੰਨੇ ਲਾਉਂਦੇ ਹਨ?

A) 63 B) 47 C) 23 D) 51

Answer: D — 51

Quick method (≈20–40 sec)

Add 35+28=63. The 12 common students were counted twice.

Remove the extra 12: 63−12=51.

Full method

1. Only Maths=35−12=23.
2. Only English=28−12=16.
3. At least one=only Maths+both+only English=23+12+16=51.
4. Check: neither=60−51=9; 23+12+16+9=60.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

35+28=63 ਵਿੱਚ ਸਾਂਝੇ 12 ਦੋ ਵਾਰ ਆ ਗਏ।

ਵਾਧੂ 12 ਕੱਢੋ: 63−12=51।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਿਰਫ਼ Maths=35−12=23।
2. ਸਿਰਫ਼ English=28−12=16।
3. ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ=23+12+16=51।
4. ਬਾਹਰ 60−51=9; ਸਾਰੇ 23+12+16+9=60।

Ex 170 **Easy — Among 80 candidates, 46 play cricket, 35 play football and 17 play both. How many play neither game?**

ਸੌਖਾ — 80 ਉਮੀਦਵਾਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ cricket 46, football 35 ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ 17 ਖੇਡਦੇ ਹਨ। ਕੋਈ ਵੀ game ਨਾ ਖੇਡਣ ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ ਹਨ?

A) 19 **B)** 16 **C)** 12 **D)** 18

Answer: B — 16

Quick method (≈20–40 sec)

At least one=46+35−17=64.

Neither=80−64=16.

Full method

1. Only cricket=46−17=29.
2. Only football=35−17=18.
3. Playing at least one=29+17+18=64.
4. Neither=80−64=16.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ=46+35−17=64।

ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ=80−64=16।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਿਰਫ਼ cricket=46−17=29।
2. ਸਿਰਫ਼ football=35−17=18।
3. ਖੇਡਣ ਵਾਲੇ=29+17+18=64।
4. ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ=80−64=16।

Ex 171 **Medium — Of 120 candidates, 60 study Maths, 48 study Reasoning and 20 study both. How many study exactly one of the two subjects?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 120 ਉਮੀਦਵਾਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ Maths 60, Reasoning 48 ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ 20 ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਨ। ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ subject ਕਿੰਨੇ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਨ?

A) 68 **B)** 88 **C)** 108 **D)** 40

Answer: A — 68

Quick method (≈20–40 sec)

Exactly one removes the overlap from both lists.

60+48−2×20=108−40=68.

Full method

1. Only Maths=60−20=40.
2. Only Reasoning=48−20=28.
3. Exactly one=40+28=68.
4. Check: union=68+20=88; neither=120−88=32.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Exactly one ਲਈ ਦੋਹਾਂ lists ਵਿੱਚੋਂ ਸਾਂਝੇ ਕੱਢੋ।

60+48−2×20=108−40=68।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਿਰਫ਼ Maths=60−20=40।
2. ਸਿਰਫ਼ Reasoning=48−20=28।
3. ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ=40+28=68।
4. Union=68+20=88; ਬਾਹਰ 120−88=32।

Ex 172 **Medium — Each of 40 volunteers surveys 3 distinct villages. Every surveyed village is visited by exactly 8 of these volunteers. How many villages are surveyed?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 40 volunteers ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ 3 ਵੱਖਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦਾ survey ਕਰਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਪਿੰਡ ਉੱਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਠੀਕ 8 volunteers ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦਾ survey ਹੋਇਆ?

A) 8 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 20

Answer: C — 15

Quick method (≈20–40 sec)

Count volunteer–village visits: 40×3. Each village accounts for 8 visits.

Villages=(40÷8)×3=5×3=15.

Full method

1. Each volunteer makes 3 visits to distinct villages. Total visits=40×3=120.
2. Let V be the number of villages. Each has 8 visitors, so total visits=8V.
3. 8V=120; divide both sides by 8: V=15.
4. Check: 15×8=120 visits, equal to 40×3.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਕੁੱਲ visits=40×3। ਹਰ ਪਿੰਡ ਦੇ 8 visits ਹਨ।

ਪਿੰਡ=(40÷8)×3=15।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਹਰ volunteer ਦੇ 3 visits; ਕੁੱਲ 40×3=120।
2. ਪਿੰਡ V ਹੋਣ ਤਾਂ ਕੁੱਲ visits=8V।
3. 8V=120; V=120÷8=15।
4. ਜਾਂਚ: 15×8=120=40×3।

Ex 173 **Medium — How many digits are printed when all pages from 1 to 135 are numbered, without leading zeroes?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 1 ਤੋਂ 135 ਤੱਕ ਹਰ page ਦਾ ਨੰਬਰ ਛਾਪਣ ਲਈ ਕਿੰਨੇ digits ਲੱਗਣਗੇ? ਅੱਗੇ ਬੇਲੋੜੇ zero ਨਹੀਂ ਲਾਉਣੇ।

A) 270 **B)** 288 **C)** 297 **D)** 405

Answer: C — 297

Quick method (≈20–40 sec)

Through page 99, use 189 digits. Pages 100–135 number 36.

189+36×3=189+108=297.

Full method

1. Pages 1–9: 9 pages×1 digit=9 digits.

2. Pages 10–99: 99−10+1=90 pages; 90×2=180 digits.
3. Pages 100–135: 135−100+1=36 pages; 36×3=108 digits.
4. Total=9+180+108=297 digits.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Page 99 ਤੱਕ 189 digits। 100–135 ਦੇ 36 pages ਹਨ।

189+36×3=189+108=297।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 1–9 ਦੇ 9 pages; 9×1=9 digits।
2. 10–99 ਦੇ 99−10+1=90 pages; 180 digits।
3. 100–135 ਦੇ 135−100+1=36 pages; 108 digits।
4. ਕੁੱਲ 9+180+108=297 digits।

Ex 174 **Hard — In a batch of 100, Quant has 50 students, Reasoning 45 and English 40. Quant–Reasoning has 20, Quant–English 18 and Reasoning–English 15; each pair count includes the 8 attending all three. How many attend none of these subjects?**

ਔਖਾ — 100 ਦੇ batch ਵਿੱਚ Quant 50, Reasoning 45 ਅਤੇ English 40 ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਨ। Quant–Reasoning ਸਾਂਝੇ 20, Quant–English 18 ਅਤੇ Reasoning–English 15 ਹਨ। ਹਰ pair ਵਿੱਚ ਤਿੰਨੇ ਪੜ੍ਹਨ ਵਾਲੇ 8 ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਕੋਈ ਵੀ subject ਨਾ ਪੜ੍ਹਨ ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ ਹਨ?

A) 10 **B)** 18 **C)** 8 **D)** 20

Answer: A — 10

Quick method (≈20–40 sec)

Group sum=135; pair sum=53. Union=135−53+8=90.

None=100−90=10.

Full method

1. All three=8. Pair-only regions: Quant–Reasoning=20−8=12; Quant–English=18−8=10; Reasoning–English=15−8=7.
2. Only Quant=50−12−10−8=20.
3. Only Reasoning=45−12−7−8=18. Only English=40−10−7−8=15.
4. Union=20+18+15+12+10+7+8=90.
5. None=100−90=10.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Groups ਦਾ ਜੋੜ 135 ਅਤੇ pairs ਦਾ 53। Union=135−53+8=90।

ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ=100−90=10।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਤਿੰਨੇ 8; pair-only: 20−8=12, 18−8=10, 15−8=7।
2. ਸਿਰਫ਼ Quant=50−12−10−8=20।
3. ਸਿਰਫ਼ Reasoning=45−12−7−8=18; ਸਿਰਫ਼ English=40−10−7−8=15।
4. Union=20+18+15+12+10+7+8=90।
5. ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ=100−90=10।

Ex 175 **Hard — Among 100 students, Quant has 42, Reasoning 38 and English 34. The pair counts are 16 for Quant–Reasoning, 14 for Quant–English and 12 for Reasoning–English, each including the 5 in all three. How many study exactly two subjects?**

ਔਖਾ — 100 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚ Quant 42, Reasoning 38 ਅਤੇ English 34 ਹਨ। Quant–Reasoning ਦੇ ਸਾਂਝੇ 16, Quant–English 14 ਅਤੇ Reasoning–English 12 ਹਨ; ਹਰ pair ਵਿੱਚ ਤਿੰਨੇ ਪੜ੍ਹਨ ਵਾਲੇ 5 ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਠੀਕ ਦੋ subjects ਕਿੰਨੇ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਨ?

A) 42 **B)** 27 **C)** 32 **D)** 15

Answer: B — 27

Quick method (≈20–40 sec)

Pair sum=16+14+12=42. Each of the 5 triple students occurs three times.

Exactly two=42−3×5=27.

Full method

1. Quant–Reasoning only=16−5=11.
2. Quant–English only=14−5=9. Reasoning–English only=12−5=7.
3. Exactly two=11+9+7=27.
4. Check single-only regions: Quant=42−11−9−5=17; Reasoning=38−11−7−5=15; English=34−9−7−5=13.
5. Union=17+15+13+11+9+7+5=77; neither=100−77=23.

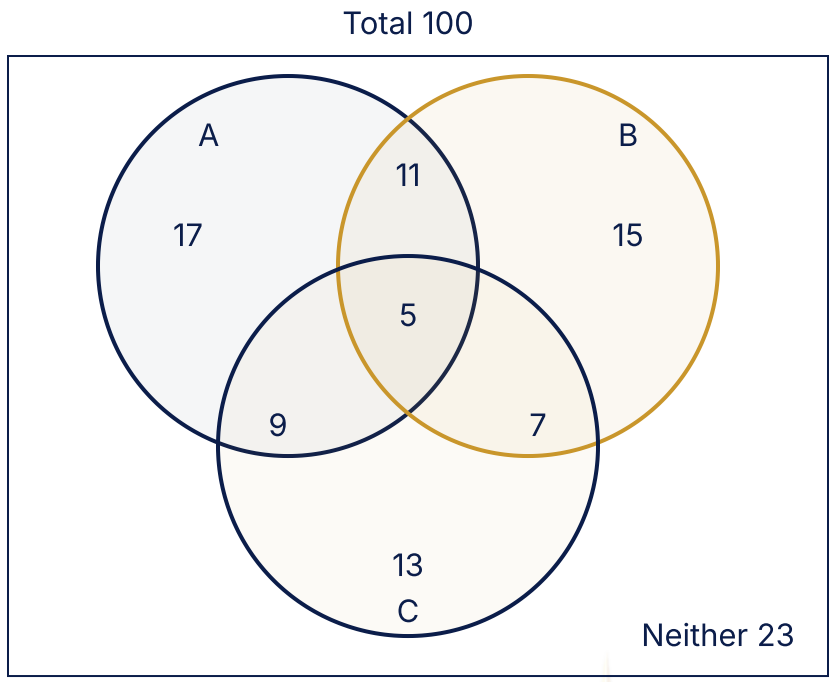
ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Pairs ਦਾ ਜੋੜ 42। ਤਿੰਨਾਂ ਵਾਲੇ 5 ਹਰ ਵਾਰ ਤਿੰਨ counts ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਠੀਕ ਦੋ=42−3×5=27।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Quant–Reasoning only=16−5=11।
2. Quant–English only=14−5=9; Reasoning–English only=12−5=7।
3. ਠੀਕ ਦੋ=11+9+7=27।
4. ਸਿਰਫ਼ Quant=42−11−9−5=17; Reasoning=38−11−7−5=15; English=34−9−7−5=13।
5. Union=17+15+13+11+9+7+5=77; ਬਾਹਰ 100−77=23।



Ex 175 region check: A=Quant, B=Reasoning, C=English. The numbers label counts; circle areas are schematic.
Ex 175 ਦੀ ਜਾਂਚ: A=Quant, B=Reasoning, C=English। ਅੰਕ ਬੰਦਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹਨ; circles ਦੇ ਆਕਾਰ ਮਾਤਰਾ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ।

Ex 176 **SSC CHSL pattern — Numbering every page of a book from 1 uses 357 digits, without leading zeroes. How many pages are numbered?**

SSC CHSL pattern — ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਹਰ page ਨੂੰ 1 ਤੋਂ ਨੰਬਰ ਦੇਣ ਲਈ 357 digits ਲੱਗੇ। ਅੱਗੇ ਬੇਲੋੜੇ zero ਨਹੀਂ ਹਨ। ਕਿੰਨੇ pages ਨੂੰ ਨੰਬਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ?

A) 145 **B)** 156 **C)** 165 **D)** 155

Answer: D — 155

Quick method (≈20–40 sec)

Pages 1–99 use 189 digits; remaining=357−189=168.

These make 168÷3=56 more pages. Final page=99+56=155.

Full method

1. One-digit pages use 9 digits. Two-digit pages use 90×2=180 digits.
2. Through page 99, total=9+180=189 digits.
3. Remaining=357−189=168 digits, fewer than the full three-digit block's 2700 digits.
4. Number of three-digit pages=168÷3=56. Add the earlier 99 pages: 99+56=155.
5. Check: 9+180+(155−100+1)×3=9+180+168=357.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

1–99 ਲਈ 189 digits; ਬਾਕੀ 357−189=168।

ਇਹ 168÷3=56 ਹੋਰ pages ਹਨ। ਆਖ਼ਰੀ page=99+56=155।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਇੱਕ-digit pages ਦੇ 9 ਅਤੇ ਦੋ-digit pages ਦੇ 90×2=180 digits।
2. Page 99 ਤੱਕ 9+180=189 digits।
3. ਬਾਕੀ 357−189=168; ਇਹ ਪੂਰੇ ਤਿੰਨ-digit block ਦੇ 2700 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹਨ।
4. ਤਿੰਨ-digit pages=168÷3=56; ਪਿਛਲੇ 99 ਨਾਲ 155 pages।
5. ਜਾਂਚ: 9+180+(155−100+1)×3=357।

7. Common mistakes ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

1. **Adding full group sizes without correcting overlap:** common people appear repeatedly.
2. **Confusing union with exactly one:** union includes the overlap; exactly one excludes it.
3. **Subtracting only one triple from a three-pair total:** exactly two requires removing three triple counts.
4. **Treating inclusive pairs as pair-only:** fill the centre first.
5. **Counting visits as people:** 40 people with 3 visits make 120 visits.
6. **Omitting an endpoint:** pages 100–135 number 36, not 35.
7. **Returning digits when pages were asked:** after dividing the remaining digits, add the earlier pages, not earlier digits.

1. **Overlap ਠੀਕ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ groups ਜੋੜਨਾ:** ਸਾਂਝੇ ਬੰਦੇ ਮੁੜ ਗਿਣੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।
2. **Union ਅਤੇ exactly one ਮਿਲਾਉਣਾ:** union ਵਿੱਚ overlap ਹੈ; exactly one ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ।
3. **Pair total ਵਿੱਚੋਂ triple ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਵਾਰ ਕੱਢਣਾ:** exactly two ਲਈ ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਕੱਢੋ।
4. **Inclusive pair ਨੂੰ pair-only ਮੰਨਣਾ:** centre ਪਹਿਲਾਂ ਭਰੋ।
5. **Visits ਨੂੰ ਬੰਦੇ ਮੰਨਣਾ:** 40 ਬੰਦਿਆਂ ਦੇ 3-3 visits ਨਾਲ 120 visits।
6. **ਇੱਕ ਸਿਰਾ ਛੱਡਣਾ:** 100–135 ਦੇ 36 pages ਹਨ, 35 ਨਹੀਂ।
7. **Pages ਦੀ ਥਾਂ digits ਦੱਸਣਾ:** ਬਾਕੀ digits ਵੰਡ ਕੇ ਪਿਛਲੇ pages ਜੋੜੋ, ਪਿਛਲੇ digits ਨਹੀਂ।

8. Exam tip Exam ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

These are related arithmetic and reasoning patterns; their placement and frequency vary across SSC, Railways and state tests. Aim for 20–35 seconds for two groups or page blocks and 35–55 seconds for three groups. A union cannot exceed U or a+b, and cannot be below the larger individual group. Exactly two cannot exceed the inclusive pair sum. For visits, the exact result must be a whole number under these assumptions. For page digits, check the boundary before dividing: the first 99 pages already consume 189 digits.

ਇਹ ਸੰਬੰਧਤ arithmetic ਅਤੇ reasoning patterns ਹਨ; SSC, Railways ਅਤੇ state tests ਵਿੱਚ section ਅਤੇ ਗਿਣਤੀ ਬਦਲਦੇ ਹਨ। ਦੋ groups/pages ਲਈ 20–35 ਅਤੇ ਤਿੰਨ groups ਲਈ 35–55 ਸਕਿੰਟ ਦਾ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। Union, U ਜਾਂ a+b ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਵੱਡੇ individual group ਤੋਂ ਘੱਟ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। Exactly two, inclusive pair sum ਤੋਂ ਵੱਧ ਨਹੀਂ। ਦਿੱਤੇ visit model ਵਿੱਚ ਜਵਾਬ whole number ਹੋਵੇਗਾ। Pages ਵਿੱਚ ਵੰਡਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ boundary ਵੇਖੋ: ਪਹਿਲੇ 99 pages ਦੇ 189 digits ਹਨ।

Mixed exam-level examples

ਮਿਲੇ-ਜੁਲੇ Exam ਪੱਧਰ ਦੇ ਸਵਾਲ

These original questions combine chapter skills. Read the whole expression first, choose the simplifying step, and aim to finish within one minute. The suggested quick-method timings are practice targets, not a guarantee for every learner.

ਇਹ ਆਪਣੇ ਬਣਾਏ ਸਵਾਲ ਅਧਿਆਇ ਦੇ ਤਰੀਕੇ ਮਿਲਾ ਕੇ ਪੁੱਛਦੇ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਪੂਰਾ ਹਿਸਾਬ ਵੇਖੋ, ਸੌਖਾ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਕਦਮ ਚੁਣੋ ਅਤੇ ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦਾ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। ਦਿੱਤਾ ਸਮਾਂ ਅਭਿਆਸ ਦਾ ਟੀਚਾ ਹੈ; ਹਰ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਲਈ ਪੱਕਾ ਸਮਾਂ ਨਹੀਂ।

Ex 177 **Hard — Simplify: $[(997^2-3^2)/1000]\times25 - 12.5\%$ of 1600.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $[(997^2-3^2)/1000]\times25$ − 1600 ਦਾ 12.5%।

A) 24650 **B)** 24850 **C)** 24450 **D)** 24750

Answer: A — 24650

Quick method (≈20–40 sec)

Difference of squares: (997−3)(997+3)=994×1000; cancel 1000.

994×25=994×100÷4=24850. Subtract 1600÷8=200: answer 24650.

Full method

1. $997^2-3^2=(997-3)(997+3)=994\times1000=994000$.
2. Divide by 1000: 994000/1000=994.
3. Multiply by 25: 994×(100/4)=99400/4=24850.
4. 12.5%=12.5/100=1/8; (1/8)×1600=200.
5. 24850−200=24650.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

Squares ਦਾ ਫ਼ਰਕ=(997−3)(997+3)=994×1000; 1000 ਕੱਟੋ।

994×25=24850। 1600 ਦਾ 1/8=200 ਘਟਾ ਕੇ 24650।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $997^2-3^2=(997-3)(997+3)=994\times1000=994000$।
2. 1000 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 994।
3. 994×25=99400÷4=24850।
4. 12.5%=1/8; 1600÷8=200।
5. 24850−200=24650।

Ex 178 **Hard — Simplify: $[0.375\div(3/4) + 1/(2+1/(1+1/2))]\times44$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $[0.375\div(3/4) + 1/(2+1/(1+1/2))]\times44$।

A) 33 **B)** 35 **C)** 38.5 **D)** 44

Answer: C — 38.5

Quick method (≈20–40 sec)

0.375=3/8; dividing by 3/4 gives 1/2.

Work from inside the continued fraction: 1+1/2=3/2 → reciprocal 2/3 → 2+2/3=8/3 → reciprocal 3/8.

Total=(1/2+3/8)×44=(7/8)×44=38.5.

Full method

1. 0.375=375/1000=3/8. Thus (3/8)÷(3/4)=(3/8)×(4/3)=1/2.
2. Innermost sum=1+1/2=3/2; its reciprocal=2/3.
3. Next denominator=2+2/3=6/3+2/3=8/3; its reciprocal=3/8.
4. Bracket=1/2+3/8=4/8+3/8=7/8.
5. (7/8)×44=308/8=77/2=38.5.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

0.375=3/8; 3/4 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 1/2।

ਅੰਦਰੋਂ ਚਲੋ: 3/2 ਦਾ ਉਲਟ 2/3; 2+2/3=8/3 ਦਾ ਉਲਟ 3/8।

(1/2+3/8)×44=(7/8)×44=38.5।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. 0.375=375/1000=3/8; (3/8)×(4/3)=1/2।
2. ਅੰਦਰ 1+1/2=3/2; ਉਲਟ 2/3।
3. ਅਗਲਾ denominator=2+2/3=8/3; ਉਲਟ 3/8।
4. Bracket=4/8+3/8=7/8।
5. (7/8)×44=308/8=38.5।

Ex 179 **Hard — Find the real value of x: $\sqrt{(x+81)}+(2^3\times3^2)/12=17$.**

ਔਖਾ — x ਦਾ real ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ: $\sqrt{(x+81)}+(2^3\times3^2)/12=17$।

A) 121 **B)** 40 **C)** 202 **D)** 36

Answer: B — 40

Quick method (≈20–40 sec)

Powers give (8×9)/12=6. Hence $\sqrt{(x+81)}=11$.

Square: x+81=121, so x=40.

Full method

1. $2^3=2\times2\times2=8$ and $3^2=3\times3=9$.
2. (8×9)/12=72/12=6. Subtract 6 from both sides: $\sqrt{(x+81)}=11$.
3. The square root is nonnegative and 11 is nonnegative; squaring gives x+81=121.
4. Subtract 81: x=40.
5. Check: $\sqrt{(40+81)}+6=\sqrt{121}+6=11+6=17$.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

(8×9)÷12=6; ਇਸ ਲਈ $\sqrt{(x+81)}=11$।

Square ਕਰਕੇ x+81=121; x=40।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. $2^3=8$ ਅਤੇ $3^2=9$।
2. 72÷12=6; ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਓਂ 6 ਕੱਢ ਕੇ root=11।
3. 11 nonnegative ਹੈ; square ਕਰਕੇ x+81=121।
4. x=121−81=40।
5. ਜਾਂਚ: $\sqrt{121}+6=11+6=17$।

Ex 180 **Banking approximation pattern — Find the nearest integer to (39.8% of 749.6 + √1680.8)÷4.98.**

Banking approximation pattern — (749.6 ਦਾ 39.8% + √1680.8)÷4.98 ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ integer ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 62 **B)** 65 **C)** 72 **D)** 68

Answer: D — 68

Quick method (≈20–40 sec)

Use 40% of 750=300, √1681=41 and 4.98≈5.

(300+41)÷5=68.2, pointing to 68; the options are well separated.

Full method

1. Exact percentage part=(39.8/100)×749.6=0.398×749.6=298.3408.
2. 40.99^2=1680.1801 and 41^2=1681, so 40.99<√1680.8<41.
3. Thus the numerator lies between 339.3308 and 339.3408.
4. 4.98×67.5=336.15 and 4.98×68.5=341.13. The exact numerator lies between these two products.
5. Division by positive 4.98 puts the value between 67.5 and 68.5; its nearest integer is 68.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

40% of 750=300, root ਲਗਭਗ 41 ਅਤੇ divisor ਲਗਭਗ 5 ਲਵੋ।

341÷5=68.2; ਦੂਰ-ਦੂਰ options ਵਿੱਚ 68 ਚੁਣੋ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Exact percentage=0.398×749.6=298.3408।
2. 40.99^2=1680.1801 ਅਤੇ 41^2=1681; ਇਸ ਲਈ root 40.99 ਅਤੇ 41 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ।
3. Numerator 339.3308 ਅਤੇ 339.3408 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ।
4. 4.98×67.5=336.15; 4.98×68.5=341.13। Numerator ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
5. ਇਸ ਲਈ quotient 67.5 ਅਤੇ 68.5 ਵਿਚਕਾਰ; ਨੇੜੇ integer 68।

Ex 181 **Hard — Simplify: [1/(2×3)+1/(3×4)+1/(4×5)+1/(5×6)+1/(6×7)+1/(7×8)+1/(8×9)]×90 + √72/√2.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: [1/(2×3)+1/(3×4)+1/(4×5)+1/(5×6)+1/(6×7)+1/(7×8)+1/(8×9)]×90 + √72/√2।

A) 41 **B)** 35 **C)** 39 **D)** 47

Answer: A — 41

Quick method (≈20–40 sec)

Use 1/[n(n+1)]=1/n−1/(n+1). The bracket collapses to 1/2−1/9=7/18.

(7/18)×90=35; √72/√2=√36=6. Total=41.

Full method

1. The seven terms become (1/2−1/3)+(1/3−1/4)+(1/4−1/5)+(1/5−1/6)+(1/6−1/7)+(1/7−1/8)+(1/8−1/9).
2. Every internal negative fraction cancels an equal positive fraction. The remaining sum=1/2−1/9=(9−2)/18=7/18.
3. Multiply: (7/18)×90=7×5=35.
4. Both radicands are positive: √72/√2=√(72/2)=√36=6.
5. 35+6=41.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਹਰ term ਨੂੰ 1/n−1/(n+1) ਬਣਾਓ; bracket=1/2−1/9=7/18।

90 ਨਾਲ ਗੁਣਾ=35; √72/√2=6; ਕੁੱਲ 41।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Terms ਹਨ (1/2−1/3)+(1/3−1/4)+(1/4−1/5)+(1/5−1/6)+(1/6−1/7)+(1/7−1/8)+(1/8−1/9)।
2. ਵਿਚਕਾਰਲੀਆਂ ਬਰਾਬਰ fractions ਕੱਟੀਆਂ; ਬਾਕੀ 1/2−1/9=7/18।
3. (7/18)×90=35।
4. √72/√2=√36=6।

5. 35+6=41।

Ex 182 **Hard — A worker spends 3/8 of monthly income on rent and then 2/5 of the remaining income on food. The balance is ₹4500. Find the monthly income in rupees.**

ਔਖਾ — ਕਾਮਾ ਮਹੀਨੇ ਦੀ ਆਮਦਨ ਦਾ 3/8 ਕਿਰਾਏ ਉੱਤੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਬਚੀ ਆਮਦਨ ਦਾ 2/5 ਖਾਣੇ ਉੱਤੇ ਲਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਅਖ਼ੀਰ ₹4500 ਬਚਦੇ ਹਨ। ਮਹੀਨੇ ਦੀ ਆਮਦਨ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 9000 **B)** 10000 **C)** 15000 **D)** 12000

Answer: D — 12000

Quick method (≈20–40 sec)

After rent, 5/8 remains. After food, 3/5 of that remains.

Final fraction=(5/8)×(3/5)=3/8. Income=4500×8÷3=12000 rupees.

Full method

1. Let monthly income be ₹I. Rent=3I/8, so balance after rent=I−3I/8=5I/8.
2. Food is 2/5 of this balance: (2/5)×(5I/8)=I/4.
3. Final balance=(5I/8)−(I/4)=5I/8−2I/8=3I/8.
4. 3I/8=4500; I=4500×8/3=12000.
5. Check: rent ₹4500; remainder ₹7500; food (2/5)×7500=₹3000; balance ₹4500.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਕਿਰਾਏ ਮਗਰੋਂ 5/8; ਖਾਣੇ ਮਗਰੋਂ ਉਸਦਾ 3/5 ਬਚਦਾ ਹੈ।

ਕੁੱਲ ਬਚਿਆ ਹਿੱਸਾ 3/8; ਆਮਦਨ=4500×8÷3=₹12000।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਆਮਦਨ ₹I; ਕਿਰਾਇਆ 3I/8; ਬਾਕੀ 5I/8।
2. ਖਾਣਾ=(2/5)×(5I/8)=I/4।
3. ਅੰਤ ਵਿੱਚ 5I/8−I/4=3I/8।
4. 3I/8=4500; I=12000।
5. ਜਾਂਚ: ਕਿਰਾਇਆ ₹4500, ਬਾਕੀ ₹7500; ਖਾਣਾ ₹3000; ਅੰਤ ₹4500।

Ex 183 **SSC CGL pattern — If a+b=15 and ab=44, find $(a^3+b^3)/(a+b)+(a-b)^2$.**

SSC CGL pattern — ਜੇ a+b=15 ਅਤੇ ab=44 ਹੋਣ ਤਾਂ $(a^3+b^3)/(a+b)+(a-b)^2$ ਲੱਭੋ।

A) 93 **B)** 49 **C)** 142 **D)** 181

Answer: C — 142

Quick method (≈20–40 sec)

Use $(a^3+b^3)/(a+b)=(a+b)^2-3ab=225-132=93$.

Also $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=225-176=49$. Total=142.

Full method

1. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$. Since a+b=15≠0, division gives a^2-ab+b^2.
2. $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=225-88=137$. Thus $a^2-ab+b^2=137-44=93$.
3. $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=137-88=49$.

4. Required total=93+49=142.
5. Check with a=11, b=4: sum 15 and product 44; (1331+64)/15+49=93+49=142.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਪਹਿਲਾ ਹਿੱਸਾ=$(a+b)^2-3ab=225-132=93$।

ਦੂਜਾ=$(a+b)^2-4ab=225-176=49$; ਕੁੱਲ 142।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. Cubes ਦਾ ਜੋੜ=$(a+b)(a^2-ab+b^2)$; 15 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ a^2-ab+b^2।
2. $a^2+b^2=225-88=137$; ਪਹਿਲਾ ਹਿੱਸਾ 137−44=93।
3. $(a-b)^2=137-88=49$।
4. ਜੋੜ 93+49=142।
5. ਜਾਂਚ a=11, b=4 ਨਾਲ: (1331+64)/15+49=142।

Ex 184 **PSSSB Clerk pattern — Among 100 candidates, 64 join Quant, 52 join English and 28 join both. Each candidate joining exactly one subject pays ₹125 for a booklet. What is the total booklet collection in rupees?**

PSSSB Clerk pattern — 100 ਉਮੀਦਵਾਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ Quant 64, English 52 ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ 28 ਲੈਂਦੇ ਹਨ। ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ subject ਵਾਲਾ ਹਰ ਉਮੀਦਵਾਰ booklet ਲਈ ₹125 ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਕੁੱਲ booklet ਰਕਮ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

A) 11000 **B)** 7500 **C)** 14500 **D)** 3500

Answer: B — 7500

Quick method (≈20–40 sec)

Exactly one=64+52−56=60 candidates.

125=1000/8; collection=60×1000÷8=7500 rupees.

Full method

1. Only Quant=64−28=36; only English=52−28=24.
2. Exactly one=36+24=60. The 28 in both pay nothing under this stated collection rule.
3. Total=60×125=60×(100+25)=6000+1500=₹7500.
4. Check the population: union=36+24+28=88; neither=100−88=12. All regions total 100.

ਤੇਜ਼ ਤਰੀਕਾ (ਲਗਭਗ 20–40 ਸਕਿੰਟ)

ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ=64+52−2×28=60।

₹125=₹1000/8; ਰਕਮ=60×1000÷8=₹7500।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ

1. ਸਿਰਫ਼ Quant=36 ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ English=24।
2. Booklet ਵਾਲੇ 36+24=60; ਦਿੱਤੇ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ both ਵਾਲਿਆਂ ਦੀ ਰਕਮ ਨਹੀਂ ਜੋੜਨੀ।
3. 60×125=6000+1500=₹7500।
4. Union=36+24+28=88; ਬਾਹਰ 12; ਸਾਰੇ ਮਿਲ ਕੇ 100।

Practice Set: 50 MCQs

ਅਭਿਆਸ ਸੈੱਟ: 50 ਸਵਾਲ

Questions 1–15 are easy, 16–35 medium and 36–50 hard. Try the easy questions in 20–30 seconds and the others within one minute each. Use exact arithmetic unless “nearest integer” is stated. In recurring decimals, parentheses immediately after decimal digits mark the repeating block. Pattern labels describe original practice, not reproduced previous-year questions.

ਸਵਾਲ 1–15 ਸੌਖੇ, 16–35 ਦਰਮਿਆਨੇ ਅਤੇ 36–50 ਔਖੇ ਹਨ। ਸੌਖੇ 20–30 ਸਕਿੰਟ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਹਰ ਇੱਕ ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦੇ ਅੰਦਰ ਕਰਨ ਦਾ ਟੀਚਾ ਰੱਖੋ। “Nearest integer” ਨਾ ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ exact ਹਿਸਾਬ ਕਰੋ। Recurring decimal ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਤੁਰੰਤ ਬਾਅਦ brackets ਵਾਲੇ ਅੰਕ repeat ਹਨ। Pattern ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਆਪਣੇ ਬਣਾਏ ਅਭਿਆਸ ਹਨ, ਅਸਲ ਪਿਛਲੇ ਪੇਪਰ ਤੋਂ ਨਕਲ ਨਹੀਂ।

1. **Easy — Simplify: $72÷8×3−5$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $72÷8×3−5$।

A) 22 **B)** 4 **C)** 8 **D)** 27

2. **Easy — Simplify: $-18-(-7)+|-5|$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $-18-(-7)+|-5|$।

A) −30 **B)** −16 **C)** −6 **D)** 6

3. **Easy — Simplify: $5/12+7/18$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $5/12+7/18$।

A) 0.4 **B)** 29/36 **C)** 19/36 **D)** 31/36

4. **Easy — Simplify: $(2+1/3)÷(7/6)$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(2+1/3)÷(7/6)$।

A) 0.5 **B)** 7/3 **C)** 49/18 **D)** 2

5. **Easy — Simplify: $0.84÷0.07+1.25$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $0.84÷0.07+1.25$।

A) 2.09 **B)** 13.25 **C)** 12.25 **D)** 14.5

6. **Easy — Write $0.(36)$ as a fraction in lowest terms.**

ਸੌਖਾ — $0.(36)$ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ fraction ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

A) 4/11 **B)** 0.36 **C)** 0.4 **D)** 3/11

7. **Easy — Find 37.5% of 240.**

ਸੌਖਾ — 240 ਦਾ 37.5% ਲੱਭੋ।

A) 75 **B)** 80 **C)** 95 **D)** 90

8. **Easy — Find 48×25.**

ਸੌਖਾ — 48×25 ਲੱਭੋ।

A) 960 **B)** 1150 **C)** 1200 **D)** 1250

9. **Easy — Find 67×99.**

ਸੌਖਾ — 67×99 ਲੱਭੋ।

A) 6633 **B)** 6700 **C)** 6533 **D)** 6699

10. **Easy — Find 85^2.**

ਸੌਖਾ — 85^2 ਲੱਭੋ।

A) 6425 **B)** 7025 **C)** 7525 **D)** 7225

11. **Easy — Simplify: $(2^5\times2^3)/2^4$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(2^5\times2^3)/2^4$।

A) 8 **B)** 32 **C)** 16 **D)** 64

12. **Easy — Simplify: $\sqrt{196}+\sqrt[3]{125}$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $\sqrt{196}+\sqrt[3]{125}$।

A) 17 **B)** 19 **C)** 21 **D)** 24

13. **Easy — Simplify: $\sqrt{75}-\sqrt{12}$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $\sqrt{75}-\sqrt{12}$।

A) $\sqrt{63}$ **B)** $7\sqrt{3}$ **C)** $3\sqrt{3}$ **D)** $2\sqrt{7}$

14. **Easy — Simplify: 103^2-97^2.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 103^2-97^2।

A) 1200 **B)** 36 **C)** 600 **D)** 2000

15. **Easy — Simplify: $(9^3+3^3)/(9+3)$.**

ਸੌਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(9^3+3^3)/(9+3)$।

A) 81 **B)** 108 **C)** 54 **D)** 63

16. **Medium — Simplify: $[1/(3\times4)+1/(4\times5)+1/(5\times6)+1/(6\times7)]\times84$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $[1/(3\times4)+1/(4\times5)+1/(5\times6)+1/(6\times7)]\times84$।

A) 12 **B)** 16 **C)** 20 **D)** 24

17. **Medium — Find x: $(x-18)/6+7=15$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਲੱਭੋ: $(x-18)/6+7=15$।

A) 30 **B)** 48 **C)** 60 **D)** 66

18. **Medium — Find the real value of x: √(3x+4)=8.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — x ਦਾ real ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ: √(3x+4)=8।

A) 12 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 24

19. **Medium — Find the nearest integer to 24.9% of 640.8+√624.7.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 640.8 ਦਾ 24.9%+√624.7 ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ integer ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 185 **B)** 180 **C)** 190 **D)** 195

20. **Medium — Find the units digit of 47^3+38^2.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 47^3+38^2 ਦਾ units digit ਲੱਭੋ।

A) 1 **B)** 7 **C)** 3 **D)** 9

21. **Medium — Define a★b=2a−b². Find 6★(3★2).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — a★b=2a−b² ਦਿੱਤਾ ਹੈ। 6★(3★2) ਲੱਭੋ।

A) 8 **B)** 4 **C)** 12 **D)** 16

22. **Medium — A student spends 2/7 of some money and has ₹350 left. Find the original amount in rupees.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਰਕਮ ਦਾ 2/7 ਖਰਚ ਕੇ ₹350 ਬਚਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਸ਼ੁਰੂ ਦੀ ਰਕਮ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 450 **B)** 500 **C)** 490 **D)** 525

23. **Medium — Five notebooks and one pen cost ₹180. Each notebook costs ₹28. Find the pen price in rupees.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਪੰਜ notebooks ਅਤੇ ਇੱਕ pen ਦੇ ₹180 ਹਨ। ਹਰ notebook ₹28 ਦੀ ਹੈ। Pen ਦੀ ਕੀਮਤ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 28 **B)** 32 **C)** 36 **D)** 40

24. **Medium — Express 2 h 45 min+95 min in minutes.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 2 h 45 min+95 min ਨੂੰ minutes ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

A) 240 **B)** 260 **C)** 250 **D)** 280

25. **Medium — Of 70 people, 38 read paper A, 31 read paper B and 14 read both. How many read at least one?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 70 ਬੰਦਿਆਂ ਵਿੱਚ paper A 38, B 31 ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ 14 ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਨ। ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਕਿੰਨੇ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਨ?

A) 55 **B)** 69 **C)** 41 **D)** 15

26. **Medium — Simplify: 1/(1+1/(2+1/3)).**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 1/(1+1/(2+1/3))।

A) 0.3 **B)** 10/7 **C)** 0.7 **D)** 0.625

27. **Medium — Simplify: 0.625×1.6÷0.25.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: 0.625×1.6÷0.25।

A) 1 **B)** 2.5 **C)** 8 **D)** 4

28. **Medium — Find (16+2/3)% of 360+12.5% of 320.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 360 ਦਾ (16+2/3)% ਅਤੇ 320 ਦਾ 12.5% ਜੋੜੋ।

A) 100 **B)** 80 **C)** 90 **D)** 120

29. **Medium — Find 104×96.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 104×96 ਲੱਭੋ।

A) 10016 **B)** 9984 **C)** 9964 **D)** 10000

30. **Medium — Simplify: $3^4-\sqrt{625}\times\sqrt[3]{8}$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $3^4-\sqrt{625}\times\sqrt[3]{8}$।

A) 56 **B)** 112 **C)** 6 **D)** 31

31. **Medium — Simplify: $1/(\sqrt{5}-2)-1/(\sqrt{5}+2)$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $1/(\sqrt{5}-2)-1/(\sqrt{5}+2)$।

A) 2 **B)** $2\sqrt{5}$ **C)** 4 **D)** 8

32. **Medium — If a+b=11 and ab=24, find a^2+b^2.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — a+b=11 ਅਤੇ ab=24 ਹੋਣ ਤਾਂ a^2+b^2 ਲੱਭੋ।

A) 97 **B)** 73 **C)** 121 **D)** 49

33. **Medium — If a−b=4 and ab=21, find a^3-b^3.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — a−b=4 ਅਤੇ ab=21 ਹੋਣ ਤਾਂ a^3-b^3 ਲੱਭੋ।

A) 316 **B)** 64 **C)** 148 **D)** 232

34. **Medium — Simplify: $||-13|-20|+|6-14|$.**

ਦਰਮਿਆਨਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $||-13|-20|+|6-14|$।

A) −15 **B)** 1 **C)** 15 **D)** 41

35. **Medium — How many digits number all pages from 1 to 112 without leading zeroes?**

ਦਰਮਿਆਨਾ — 1 ਤੋਂ 112 ਤੱਕ ਹਰ page ਦਾ ਨੰਬਰ ਛਾਪਣ ਲਈ ਕਿੰਨੇ digits ਹਨ? ਅੱਗੇ ਬੇਲੋੜੇ zero ਨਹੀਂ।

A) 225 **B)** 336 **C)** 212 **D)** 228

36. **Hard — Simplify: $[(5/6-1/4)\div(7/8)]\div[1+1/(2+1/2)]$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $[(5/6-1/4)\div(7/8)]\div[1+1/(2+1/2)]$।

A) 10/21 **B)** 14/15 **C)** 0.7 **D)** 2/3

37. **Hard — Simplify: $[0.1(6)+0.0(3)]\times75$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $[0.1(6)+0.0(3)]\times75$।

A) 12 **B)** 15 **C)** 12.5 **D)** 18

38. **Hard — For positive x, $x+1/x=5$. Find $x^2+1/x^2+x^3+1/x^3$.**

ਔਖਾ — Positive x ਲਈ $x+1/x=5$ ਹੈ। $x^2+1/x^2+x^3+1/x^3$ ਲੱਭੋ।

A) 135 **B)** 125 **C)** 138 **D)** 133

39. **Hard — Simplify: $(1003\times997-999^2)/2$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(1003\times997-999^2)/2$।

A) 999 **B)** 1990 **C)** 995 **D)** 1005

40. **Hard — Find the real value of x: $\sqrt{(x+\sqrt{(x+5)})}=5$.**

ਔਖਾ — x ਦਾ real ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ: $\sqrt{(x+\sqrt{(x+5)})}=5$।

A) 25 **B)** 20 **C)** 31 **D)** 15

41. **Hard — Find the nearest integer to (49.8% of 801.2)÷(√99.7+0.02).**

ਔਖਾ — (801.2 ਦਾ 49.8%)÷(√99.7+0.02) ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ integer ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।

A) 40 **B)** 36 **C)** 44 **D)** 50

42. **Hard — Define $a\diamond b=(a+b)/(a-b)$, for $a\neq b$. Find $(9\diamond3)\diamond(5\diamond1)$.**

ਔਖਾ — $a\neq b$ ਲਈ $a\diamond b=(a+b)/(a-b)$ ਹੈ। $(9\diamond3)\diamond(5\diamond1)$ ਲੱਭੋ।

A) 2 **B)** 3 **C)** 7 **D)** 5

43. **Hard — A person spends 1/4 of income, then 1/3 of the remainder. The final balance is ₹6000. Find the original income in rupees.**

ਔਖਾ — ਬੰਦਾ ਆਮਦਨ ਦਾ 1/4, ਫਿਰ ਬਚੇ ਦਾ 1/3 ਖਰਚਦਾ ਹੈ। ਅੰਤ ₹6000 ਬਚਦੇ ਹਨ। ਸ਼ੁਰੂ ਦੀ ਆਮਦਨ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 9000 **B)** 10000 **C)** 18000 **D)** 12000

44. **Hard — Three pens and two notebooks cost ₹130. A pen costs ₹10 less than a notebook. Find the price of two pens and three notebooks in rupees.**

ਔਖਾ — ਤਿੰਨ pens ਅਤੇ ਦੋ notebooks ਦੇ ₹130 ਹਨ। Pen, notebook ਤੋਂ ₹10 ਸਸਤਾ ਹੈ। ਦੋ pens ਅਤੇ ਤਿੰਨ notebooks ਦੀ ਕੀਮਤ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।

A) 130 **B)** 140 **C)** 150 **D)** 160

45. **Hard — Express 4 kg 250 g − 3/5 of 2 kg 500 g in grams.**

ਔਖਾ — 4 kg 250 g ਵਿੱਚੋਂ 2 kg 500 g ਦਾ 3/5 ਘਟਾ ਕੇ grams ਵਿੱਚ ਦੱਸੋ।

A) 1750 **B)** 2250 **C)** 3250 **D)** 2750

46. **Hard — In a group of 120, A has 64 members, B 58 and C 50. Inclusive pair counts are AB=30, AC=26, BC=24; all three=12. How many belong to exactly one group?**

ਔਖਾ — 120 ਦੇ group ਵਿੱਚ A ਦੇ 64, B ਦੇ 58 ਅਤੇ C ਦੇ 50 ਹਨ। Triple ਸਮੇਤ pair counts AB=30, AC=26, BC=24 ਅਤੇ ਤਿੰਨਾਂ ਦੇ 12 ਹਨ। ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ group ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਹਨ?

A) 48 **B)** 60 **C)** 80 **D)** 92

47. **Hard — Each of 48 workers visits 3 distinct sites. Each site is visited by exactly 9 workers. How many sites are visited?**

ਔਖਾ — 48 workers ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ 3 ਵੱਖ sites ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹਰ site ਉੱਤੇ ਠੀਕ 9 workers ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀਆਂ sites ਹਨ?

A) 12 **B)** 18 **C)** 16 **D)** 24

48. **Hard — Numbering every page from 1 without leading zeroes uses 492 digits. How many pages are numbered?**

ਔਖਾ — 1 ਤੋਂ ਹਰ page ਦਾ ਨੰਬਰ, ਅੱਗੇ ਬੇਲੋੜੇ zero ਬਿਨਾਂ, ਛਾਪਣ ਲਈ 492 digits ਲੱਗੇ। ਕਿੰਨੇ pages ਹਨ?

A) 199 **B)** 200 **C)** 201 **D)** 164

49. **Hard — Simplify: $(\sqrt{18}+\sqrt{8})^2-(\sqrt{18}-\sqrt{8})^2$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(\sqrt{18}+\sqrt{8})^2-(\sqrt{18}-\sqrt{8})^2$।

A) 48 **B)** 26 **C)** 52 **D)** 96

50. **Hard — Simplify: $(1-1/3)(1-1/4)(1-1/5)(1-1/6)(1-1/7)(1-1/8)\times(1+1/2+1/4)^{-1}$.**

ਔਖਾ — ਹੱਲ ਕਰੋ: $(1-1/3)(1-1/4)(1-1/5)(1-1/6)(1-1/7)(1-1/8)\times(1+1/2+1/4)^{-1}$।

A) 0.25 **B)** 0.4375 **C)** 4/7 **D)** 1/7

Answer Key
ਉੱਤਰ ਕੁੰਜੀ

1 A	2 C	3 B	4 D	5 B	6 A	7 D	8 C	9 A	10 D
11 C	12 B	13 C	14 A	15 D	16 B	17 D	18 C	19 A	20 B
21 A	22 C	23 D	24 B	25 A	26 C	27 D	28 A	29 B	30 D
31 C	32 B	33 A	34 C	35 D	36 A	37 B	38 D	39 C	40 B
41 A	42 C	43 D	44 B	45 D	46 A	47 C	48 B	49 A	50 D

Shortcut explanations ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ ਨਾਲ ਛੋਟੇ ਹੱਲ

1. A ÷ and × go left to right: 9×3−5=22.
÷ ਅਤੇ × ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ: 9×3−5=22।

2. C Subtracting −7 adds 7; modulus gives 5: −18+7+5=−6.
−7 ਘਟਾਉਣਾ +7 ਹੈ; modulus 5: −18+7+5=−6।

3. B LCM 36 gives (15+14)/36=29/36.
LCM 36 ਨਾਲ (15+14)/36=29/36।

4. D Convert to 7/3 and multiply by 6/7; cancellation leaves 2.
7/3 ਬਣਾਓ; 6/7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 2।

5. B Scale both decimals by 100: 84÷7+1.25=13.25.
ਦੋਵੇਂ decimals ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ: 84÷7+1.25=13.25।

6. A A two-digit repeating block gives 36/99=4/11.
ਦੋ repeat digits ਲਈ 36/99=4/11।

7. D 37.5%=3/8; 240÷8×3=90.
37.5%=3/8; 240÷8×3=90।

8. C Multiply by 100 and divide by 4: 4800÷4=1200.
100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ, 4 ਨਾਲ ਵੰਡ: 4800÷4=1200।

9. A Use 99=100−1: 6700−67=6633.
99=100−1: 6700−67=6633।

10. D For a number ending in 5, 8×9=72; append 25 to get 7225.
ਅੰਤ 5 ਹੈ: 8×9=72; ਪਿੱਛੇ 25 ਲਾ ਕੇ 7225।

11. C Same base: add exponents in multiplication and subtract in division, giving 2^4=16.
ਇੱਕੋ base: ਘਾਤਾਂ 5+3−4=4; 2^4=16।

12. B Recognise 196=14^2 and 125=5^3; add 14+5=19.
196=14^2 ਅਤੇ 125=5^3; 14+5=19।

13. C Extract square factors: $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.
Square factors ਕੱਢੋ: $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$।

14. A Difference of squares: $6\times200=1200$.
Squares ਦਾ ਫ਼ਰਕ: $6\times200=1200$।

15. D Cancel a+b using the cube identity: $81-27+9=63$.
Cubes ਦੀ identity ਨਾਲ a+b ਕੱਟੋ: $81-27+9=63$।

16. B Telescoping leaves $(1/3-1/7)\times84=(4/21)\times84=16$.
ਵਿਚਕਾਰਲੇ terms ਕੱਟ ਕੇ $(1/3-1/7)\times84=16$।

17. D Reverse operations: subtract 7, multiply by 6, add 18 →66.
ਉਲਟ ਚਲੋ: 7 ਘਟਾਓ, 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ, 18 ਜੋੜੋ →66।

18. C Square first: $3x+4=64$, so $x=60/3=20$.
ਪਹਿਲਾਂ square: $3x+4=64$; $x=60/3=20$।

19. A Estimate 25% of 640+25=185; exact value is about 184.553, which also rounds to 185.
ਅੰਦਾਜ਼ਾ 640 ਦਾ 25%+25=185; exact ਲਗਭਗ 184.553 ਵੀ 185 round ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

20. B Last digits: 7^3 ends in 3 and 8^2 in 4; 3+4 ends in 7.
7^3 ਦਾ ਅੰਤ 3 ਅਤੇ 8^2 ਦਾ 4; ਜੋੜ ਦਾ ਅੰਤ 7।

21. A Inside first: $3\bigstar2=6-4=2$; then $6\bigstar2=12-4=8$.
ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਦਰ: $3\bigstar2=2$; ਫਿਰ $6\bigstar2=12-4=8$।

22. C The remaining 5/7 is ₹350; one part is ₹70 and seven parts ₹490.
ਬਚਿਆ 5/7=₹350; ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ ₹70, ਸੱਤ ₹490।

23. D Remove notebook cost: $180-5\times28=40$ rupees.
Notebooks ਦਾ ਖਰਚਾ ਕੱਢੋ: $180-140=₹40$।

24. B Convert hours to minutes: $120+45+95=260$ min.
Hours ਨੂੰ minutes ਕਰੋ: $120+45+95=260$ min।

25. A Union=38+31−14=55; subtract the duplicated overlap once.
Union=38+31−14=55; overlap ਇੱਕ ਵਾਰ ਕੱਢੋ।

26. C Inside out: 7/3 → reciprocal 3/7 →10/7 → reciprocal 7/10.
ਅੰਦਰੋਂ: 7/3 ਦਾ ਉਲਟ 3/7; ਜੋੜ 10/7 ਦਾ ਉਲਟ 7/10।

27. D 0.625=5/8 and 1.6=8/5, so their product is 1; divide by 1/4 to get 4.
5/8 ਅਤੇ 8/5 ਦਾ ਗੁਣਾ 1; 1/4 ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 4।

28. A 16 2/3%=1/6 and 12.5%=1/8; 60+40=100.
16 2/3%=1/6 ਅਤੇ 12.5%=1/8; 60+40=100।

29. B Symmetric about 100: $(100+4)(100-4)=10000-16=9984$.
100 ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 4: $10000-16=9984$।

30. D Powers/roots first, multiplication next: $81-25\times2=31$.
ਪਹਿਲਾਂ powers/roots, ਫਿਰ ਗੁਣਾ: $81-25\times2=31$।

31. C Conjugate denominator product=5−4=1; numerator difference=4.
Conjugate denominators ਦਾ ਗੁਣਾ 1 ਅਤੇ numerator ਦਾ ਫ਼ਰਕ 4।

32. B Use sum squared minus twice the product: 121−48=73.
ਜੋੜ ਦਾ square ਘਟਾਓ product ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ: 121−48=73।

33. A Use d^3+3abd with d=a−b: 64+3×21×4=316.
d=a−b ਲੈ ਕੇ d^3+3abd=64+252=316।

34. C Work inside out: |13−20|+|−8|=7+8=15.
ਅੰਦਰੋਂ ਚਲੋ: |13−20|+|−8|=7+8=15।

35. D Through 99 use 189 digits; 13 more pages use 39; total 228.
99 ਤੱਕ 189; ਅਗਲੇ 13 pages ਦੇ 39; ਕੁੱਲ 228 digits।

36. A First bracket=2/3, second=7/5; (2/3)×(5/7)=10/21.
ਪਹਿਲਾ bracket 2/3, ਦੂਜਾ 7/5; ਵੰਡ=10/21।

37. B Convert repeats: 1/6+1/30=1/5; multiply by 75 to get 15.
Repeat fractions: 1/6+1/30=1/5; 75 ਨਾਲ ਗੁਣਾ=15।

38. D Square sum=25−2=23; cube sum=125−15=110; total=133.
Square sum=23; cube sum=110; ਕੁੱਲ 133।

39. C Use 1000^2-9 and $(1000-1)^2$; difference=1990, then halve to 995.
ਪਹਿਲਾ 1000^2-9, ਦੂਜਾ $1000^2-2000+1$; ਫ਼ਰਕ 1990 ਦਾ ਅੱਧਾ 995।

40. B Squaring gives √(x+5)=25−x≥0. Squaring again gives (x−20)(x−31)=0; x=31 fails x≤25, leaving 20.
Square ਕਰਕੇ √(x+5)=25−x≥0; ਮੁੜ square ਨਾਲ roots 20,31। x≤25 ਕਰਕੇ 31 ਰੱਦ, ਜਵਾਬ 20।

41. A Use 50% of 800÷10≈40; exact value≈39.88 confirms 40.
800 ਦਾ 50%÷10≈40; exact ਲਗਭਗ 39.88 ਵੀ 40 round ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

42. C Inner results are 2 and 3/2; outer value=(7/2)/(1/2)=7.
ਅੰਦਰਲੇ ਜਵਾਬ 2 ਅਤੇ 3/2; ਬਾਹਰ (7/2)/(1/2)=7।

43. D Retained fraction=(3/4)×(2/3)=1/2; double ₹6000 to ₹12000.
ਬਚਿਆ ਹਿੱਸਾ=(3/4)×(2/3)=1/2; ₹6000 ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ₹12000।

44. B Replace one pen in the ₹130 bundle with one notebook: add the ₹10 difference to get ₹140.
₹130 ਵਾਲੇ bundle ਵਿੱਚ ਇੱਕ pen ਦੀ ਥਾਂ notebook ਰੱਖੋ; ₹10 ਵਧਾ ਕੇ ₹140।

45. D Convert first: 4250−(3/5)×2500=4250−1500=2750 g.
ਪਹਿਲਾਂ grams: 4250−1500=2750 g।

46. A Exactly one=S−2P+3t=172−160+36=48.
Exactly one=S−2P+3t=172−160+36=48।

47. C Count visits both ways: 48×3=9V, giving V=16.
Visits ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਓਂ: 48×3=9V; V=16।

48. B Remove 189 digits for pages 1–99; 303/3=101 more pages, so 99+101=200.
ਪਹਿਲੇ 99 ਦੇ 189 digits ਕੱਢੋ; 303/3=101 ਹੋਰ pages; ਕੁੱਲ 200।

49. A Use $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$: $4\sqrt{144}=48$.
Identity 4ab ਲਾਓ: $4\sqrt{(18\times8)}=4\times12=48$।

50. D Product telescopes to 2/8=1/4; the negative power gives reciprocal 4/7; answer 1/7.
Product ਕੱਟ ਕੇ 1/4; negative power ਨਾਲ 7/4 ਦਾ ਉਲਟ 4/7; ਜਵਾਬ 1/7।

QUICK REVISION · ਝਟਪਟ ਦੁਹਰਾਈ

Rule / formula · ਨਿਯਮ / ਫਾਰਮੂਲਾ	Use · ਵਰਤੋਂ
V → brackets → powers/roots → ÷, × left to right → +, − left to right; of=×. $\|x\|\geq 0$; $-(a-b)=-a+b$. $a/b\pm c/d=(ad\pm bc)/(bd)$; $(a/b)\div(c/d)=ad/(bc)$. $m+r/s=(ms+r)/s$.	ਇੱਕੋ ਦਰਜੇ ਦੇ ਕੰਮ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ; grouping ਮੰਨੋ। Modulus nonnegative; ਬਾਹਰ − ਨਾਲ signs ਉਲਟੋ। ਜੋੜ ਲਈ LCM; ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ factors ਕੱਟੋ। ਸਿਰਫ਼ divisor ਉਲਟੋ; continued fraction ਅੰਦਰੋਂ।
Recurring=(N−M)/(r nines, then s zeroes). N=digits through first repeat; M=digits before repeat. p% of Q=pQ/100; 1/2=50%, 1/3=33 1/3%, 1/4=25%, 1/5=20%, 1/6=16 2/3%, 1/8=12.5%, 3/8=37.5%.	r repeat ਅਤੇ s ਪਹਿਲਾਂ ਦੇ decimal digits ਹਨ। Decimal ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ factor ਨਾਲ ਬਦਲੋ। “ਕਿਸ ਦਾ %?” ਪੜ੍ਹੋ। ਇਹ fractions ਅਤੇ percentages ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
×5=×10÷2; ×9=×10−number; ×11=×10+number; ×25=×100÷4; ×99=×100−number. $(B+a)(B+b)=B^2+B(a+b)+ab$; $(B+a)(B-a)=B^2-a^2$; $(10n+5)^2=100n(n+1)+25$.	ਖੱਬੇ ਵਾਲੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਗੁਣਾ; ਵੰਡ ਲਈ ਉਲਟ ਕੰਮ। Base ਤੋਂ signed ਫ਼ਰਕ ਲਵੋ। ਅੰਤ 5 ਲਈ n(n+1) ਪਿੱਛੇ 25।
$a^m a^n=a^{m+n}$; $a^m/a^n=a^{m-n}$; $(a^m)^n=a^{mn}$; $a^0=1$; $a^{-n}=1/a^n$ $(a\neq 0)$; $\sqrt{(a^2)}=\|a\|$. $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{(ab)}$; $\sqrt{a}/\sqrt{b}=\sqrt{(a/b)}$ $(a\geq 0, b>0)$; $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$.	ਇੱਕੋ base ਲਈ ਘਾਤਾਂ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ; power ਦੀ power ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ। Square factors ਬਾਹਰ; ਇੱਕੋ surds ਜੋੜੋ; denominator ਲਈ conjugate।
$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$; $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$. $s=a+b$, $p=ab$: $a^2+b^2=s^2-2p$; $(a-b)^2=s^2-4p$. $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$; $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$. $t=x+1/x$: $x^2+x^{-2}=t^2-2$; $x^3+x^{-3}=t^3-3t$.	2ab ਨਾ ਛੱਡੋ। ਜੋੜ s ਅਤੇ product p ਤੋਂ ਸਿੱਧਾ ਮੁੱਲ ਕੱਢੋ। Signs ਠੀਕ ਰੱਖੋ। Reciprocal ਵਾਲੇ formulas ਲਈ $x\neq 0$।
$1/[n(n+1)]=1/n-1/(n+1)$. Sum m to N=1/m−1/(N+1); product (n−1)/n= (m−1)/N. $ax+b=c \rightarrow x=(c-b)/a$ $(a\neq 0)$. Undo operations; isolate roots; check. Defined operators: inside out.	Positive integers $m\leq N$ ਲਈ ਵਿਚਕਾਰਲੇ terms/factors ਕੱਟਦੇ ਹਨ। ਉਲਟ ਕੰਮ; root square ਮਗਰੋਂ ਜਾਂਚ। Symbols ਦਾ ਦਿੱਤਾ rule; options ਲਈ size/sign/units/last digit।
Round only when allowed. Close options, near-equal subtraction or small divisors need extra accuracy. Spend f, then g of remainder: retained=(1−f)(1−g); original=balance/retained.	Exact ਸਵਾਲ round ਨਾ ਕਰੋ; nearest ਲਈ ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ integers ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ .5 ਨਾਲ ਜਾਂਚੋ। ਦੂਜੀ fraction ਬਚੇ ਦੀ ਹੈ। ਬਚੇ fractions ਗੁਣਾ; balance ਨੂੰ ਉਸ ਹਿੱਸੇ ਨਾਲ ਵੰਡੋ।
₹1=100 paise; kg=1000 g; L=1000 mL; km=1000 m; m=100 cm; h=60 min; min=60 s; foot=12 in. Sizes a,b; overlap i; total U: union=a+b−i; exactly one=a+b−2i; neither=U−union; only A=a−i.	ਜੋੜ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕੋ unit। ਛੋਟੀ ਲਈ ਗੁਣਾ, ਵੱਡੀ ਲਈ ਵੰਡ; clock ਵਿੱਚ 60। Union ਵਿੱਚ overlap ਇੱਕ, exactly one ਵਿੱਚ ਦੋ ਵਾਰ ਘਟਾਓ।
S=size sum; P=inclusive-pair sum; t=triple: union=S−P+t; exactly two=P−3t; at least two=P−2t; exactly one=S−2P+3t. N people×r visits=V places×q visitors. Digits: 1–9→9; 10–99→180; 100–999→2700; last L in k-digit block: $k[L-10^{k-1}+1]$, plus earlier blocks.	Pairs ਵਿੱਚ triple ਸ਼ਾਮਲ। Centre → pair-only → single-only → ਬਾਹਰ। Visits ਦੋ ਪਾਸਿਓਂ ਗਿਣੋ। Pages ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ ਗਿਣੋ; ਉਲਟ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਪਿਛਲੇ digits ਕੱਢੋ, ਵੰਡੋ, ਪਿਛਲੇ pages ਜੋੜੋ।