PUNJAB POLICE • PSSSB • PUNJAB PCS • GOVERNMENT EXAMS

HOUSE OF ASPIRANTS

QUANTITATIVE APTITUDE

CHAPTER 2

H.C.F. and L.C.M. of Numbers

Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for.

WEBSITE	EDITION	LANGUAGE
houseofaspirants.in	October 2026	Punjabi & English

House of Aspirants

Punjab's bilingual exam-preparation platform

houseofaspirants.in

Welcome, Aspirant

Thank you for choosing **House of Aspirants**. These notes are written for every serious government-exam aspirant: **exam-oriented, easy to understand and free**.

> *"Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for."*

HOW TO GET THE MOST FROM THESE NOTES

1 Read
Go through the chapter once and mark the points that are new to you.

2 Practise
Attempt this chapter's MCQ quiz on houseofaspirants.in.

3 Revise
Check previous year questions on the topic and revise your marked points.

Visit Our Website

- Bilingual notes: Punjabi & English
- Daily quiz & chapter-wise MCQs
- Monthly current affairs
- 10+ years of previous year papers
- Progress tracking

Scan to visit

www.houseofaspirants.in

Join Our Telegram Channel

- Latest notes, first
- Daily updates
- Exam notifications
- Weekly PDFs
- Live guidance sessions

Scan to join

t.me/HouseOfAspirant

Keep Learning. Keep Growing. Keep Achieving.

Team House of Aspirants

© 2026 House of Aspirants. These notes are for educational purposes only. Reproduction, redistribution or commercial use without permission is prohibited.

CHAPTER 2

H.C.F. and L.C.M. of Numbers

ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ.

IN THIS CHAPTER · ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ

- Factors, multiples, HCF and LCM from zero
- Fast factorisation and division methods
- Finding two numbers from HCF, LCM and ratio
- Fractions, decimals and remainder questions
- Bells, groups, boxes and tiles
- Exam shortcuts and option elimination

Basics You Must Know

ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਬੁਨਿਆਦੀ ਗੱਲਾਂ ਪੱਕੀਆਂ ਕਰੋ

A **factor** divides a number exactly. For example, 6 is a factor of 24 because 24 ÷ 6 = 4, with no remainder. A **multiple** is made by multiplying: 24, 48 and 72 are multiples of 24. HCF asks for the biggest common factor; LCM asks for the smallest common multiple.

ਜੋ ਸੰਖਿਆ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵੰਡ ਦੇਵੇ, ਉਹ ਉਸ ਦੀ **factor** ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ 6, 24 ਦੀ factor ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 24 ÷ 6 = 4 ਤੇ ਬਾਕੀ 0 ਹੈ। ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਬਣੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉਸ ਦੀਆਂ **multiples** ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। HCF ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਾਂਝੀ factor ਹੈ, ਤੇ LCM ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸਾਂਝੀ multiple ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Imagine 24 and 36 kg wheat being packed into equal, largest possible bags with nothing left. Each bag can hold 12 kg: this 12 is HCF. If two buses arrive every 24 and 36 minutes, they next arrive together after 72 minutes: this 72 is LCM.

24 kg ਤੇ 36 kg ਕਣਕ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਥੈਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਬਚਤ ਭਰਨਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਹਰ ਥੈਲਾ 12 kg ਦਾ ਬਣੇਗਾ। ਇਹ HCF ਹੈ। ਦੋ ਬੱਸਾਂ 24 ਤੇ 36 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ 72 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਇਕੱਠੀਆਂ ਆਉਣਗੀਆਂ। ਇਹ LCM ਹੈ।

Formula / rule	Meaning	Example
HCF	Greatest number dividing every given number exactly	HCF(12, 18) = 6
LCM	Smallest positive number divisible by every given number	LCM(12, 18) = 36
For two numbers: HCF × LCM = product	If numbers are a and b, then HCF(a,b) × LCM(a,b) = a × b	6 × 36 = 12 × 18 = 216
HCF of prime powers	Take only common primes with their smallest power	$24=2^3\times3$; $36=2^2\times3^2$; $HCF=2^2\times3=12$
LCM of prime powers	Take every prime occurring, with its largest power	$LCM=2^3\times3^2=72$
Co-prime numbers	Two numbers whose HCF is 1	8 and 15 are co-prime; 8×15=120

Small memory table ਛੋਟੀ ਯਾਦ ਵਾਲੀ ਟੇਬਲ

Number	Prime factor form	Useful mental anchor
12	$2^2 \times 3$	Dozen
24	$2^3 \times 3$	One day has 24 hours
36	$2^2 \times 3^2$	6×6
48	$2^4 \times 3$	Double 24
60	$2^2 \times 3 \times 5$	Minutes in one hour
72	$2^3 \times 3^2$	Double 36
90	$2 \times 3^2 \times 5$	9×10
120	$2^3 \times 3 \times 5$	2×60

MEMORY TRICK · ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦੀ ਟ੍ਰਿਕ

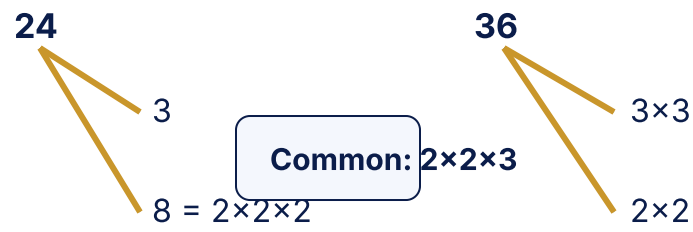
For divisibility: even number → divisible by 2; digit sum divisible by 3 → divisible by 3; last digit 0 or 5 → divisible by 5; last two digits divisible by 4 → divisible by 4. These four checks often reveal HCF or reject options before factorising.

ਵੰਡ ਦੀ ਜਾਂਚ: even ਸੰਖਿਆ 2 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ; ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 3 ਨਾਲ ਵੰਡੀਏ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆ 3 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ; ਆਖਰੀ ਅੰਕ 0 ਜਾਂ 5 ਹੋਵੇ ਤਾਂ 5 ਨਾਲ; ਆਖਰੀ ਦੋ ਅੰਕ 4 ਨਾਲ ਵੰਡੀਏ ਤਾਂ 4 ਨਾਲ। ਇਹ ਚਾਰ checks ਕਈ options ਤੁਰੰਤ ਕੱਢ ਦਿੰਦੇ ਹਨ।

Two more uses of HCF and LCM HCF ਤੇ LCM ਦੀਆਂ ਦੋ ਹੋਰ ਵਰਤੋਂਆਂ

Task	Steps and reason	Example
Reduce a fraction	Divide numerator and denominator by their HCF. This removes every common factor, so the fraction reaches lowest terms.	54/72: HCF(54,72)=18; (54÷18)/(72÷18)=3/4.
Compare fractions	First reduce each fraction; then use LCM of denominators as a shared denominator. Larger numerator on this common scale means larger fraction.	7/12 versus 5/8: LCM(12,8)=24; 7/12=14/24 and 5/8=15/24, so 5/8 is larger.
Count positive factors	For $n=p^a q^b$, choose the exponent of p in a+1 ways (0 to a) and q in b+1 ways. Total=(a+1)(b+1).	$72=2^3 \times 3^2$ has (3+1)(2+1)=12 positive factors.

Fraction ਘਟਾਉਣਾ: ਉੱਪਰ ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ HCF ਨਾਲ ਵੰਡੋ; 54/72 ਵਿੱਚ HCF 18, ਇਸ ਲਈ 3/4। **Fractions ਦੀ ਤੁਲਨਾ:** ਹੇਠਾਂ ਵਾਲਿਆਂ ਦਾ LCM ਲੈ ਕੇ common denominator ਬਣਾਓ; 7/12=14/24 ਤੇ 5/8=15/24, ਇਸ ਲਈ 5/8 ਵੱਡਾ। **Factors ਗਿਣਣਾ:** $72=2^3 \times 3^2$ ਵਿੱਚ 2 ਦੀ power 0 ਤੋਂ 3 ਤੇ 3 ਦੀ power 0 ਤੋਂ 2 ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ; 4×3=12 factors।



24 = $2^3 \times 3$ and 36 = $2^2 \times 3^2$; common smallest powers give HCF = 12.

TYPE 1 HCF and LCM of Whole Numbers

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF ਅਤੇ LCM

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

Use this type when the question gives two or more whole numbers and asks for “greatest common divisor”, “largest equal size”, “HCF”, “least common multiple”, “smallest number divisible by all”, or “LCM”.

ਜਦੋਂ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਅਤੇ “greatest common divisor”, “largest equal size”, “HCF”, “smallest number divisible by all” ਜਾਂ “LCM” ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ, ਇਹੀ type ਹੈ।

CONCEPT FROM ZERO · ਬਿਲਕੁਲ ਬੁਨਿਆਦ ਤੋਂ

For HCF, write prime factors and keep only what every number shares. Use the **smallest** count of each shared prime. For LCM, collect every prime that appears in any number. Use the **largest** count. Smallest power makes a common divider; largest power makes a common multiple.

HCF ਲਈ prime factors ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ ਉਹੀ primes ਲਓ ਜੋ ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ **ਛੋਟੀ power** ਲਓ। LCM ਲਈ ਹਰ ਆਉਣ ਵਾਲਾ prime ਲਓ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ **ਵੱਡੀ power** ਲਓ। ਛੋਟੀ power common divider ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਵੱਡੀ power common multiple ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

Standard method: prime factorisation ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ: prime factorisation

1. Break each number into prime factors: only 2, 3, 5, 7, 11...
2. For HCF, circle common primes with the least repetitions and multiply them.
3. For LCM, write every prime with the greatest repetitions and multiply.

(1) ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 2, 3, 5, 7, 11 ਵਰਗੀਆਂ prime factors ਵਿੱਚ ਤੋੜੋ। (2) HCF ਲਈ ਸਾਂਝੀਆਂ primes ਦੀ ਘੱਟ ਵਾਰ ਵਾਲੀ ਗਿਣਤੀ ਲਓ। (3) LCM ਲਈ ਹਰ prime ਦੀ ਵੱਧ ਵਾਰ ਵਾਲੀ ਗਿਣਤੀ ਲਓ।

Standard method: common division ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ: common division

1. Write numbers in one row. Divide all divisible numbers by a small prime such as 2, 3, 5 or 7.
2. For HCF, multiply only divisors that divide **every** number in that row.
3. For LCM, continue until all become 1; multiply every divisor used.

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ। ਛੋਟੇ prime ਨਾਲ ਜਿੰਨੀਆਂ ਵੰਡੀਆਂ ਜਾਣ ਉਹ ਵੰਡੋ। HCF ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਉਹ divisors ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਜੋ ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਵੰਡਣ। LCM ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ 1 ਹੋਣ ਤੱਕ ਵੰਡਦੇ ਜਾਓ ਅਤੇ ਸਾਰੇ divisors ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

Fast division for two large numbers ਦੇ ਵੱਡੇ numbers ਲਈ ਤੇਜ਼ division

EUCLIDEAN METHOD · ਭਾਗ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

Divide the larger number by the smaller. Replace the pair by “smaller number, remainder” and repeat. The last non-zero remainder is the HCF. Why? Every number dividing both original numbers also divides their difference, and therefore the remainder; the common factors do not change.

For 396 and 252: 396=1×252+144; 252=1×144+108; 144=1×108+36; 108=3×36+0. Hence HCF=36.

ਵੱਡੇ number ਨੂੰ ਛੋਟੇ ਨਾਲ ਵੰਡੋ। ਫਿਰ “ਛੋਟਾ number, ਬਾਕੀ” ਲੈ ਕੇ ਦੁਹਰਾਓ। ਆਖਰੀ non-zero ਬਾਕੀ HCF ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂ? ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਵੀ ਵੰਡਦੀ ਹੈ। 396=252+144, 252=144+108, 144=108+36, 108=3×36; ਇਸ ਲਈ HCF 36।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

HCF: first test the smaller number’s factors from large to small. **LCM:** take the larger number and check its multiples only when there are two easy numbers; otherwise use prime powers. It works because HCF cannot exceed the smallest number and LCM cannot be below the largest number. Do not list multiples for three large or awkward numbers.

HCF: ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀਆਂ ਵੱਡੀਆਂ factors ਪਹਿਲਾਂ ਚੈੱਕ ਕਰੋ। **LCM:** ਦੋ ਸੌਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ multiples ਵੇਖੋ; ਨਹੀਂ ਤਾਂ prime powers ਵਰਤੋ। HCF ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਅਤੇ LCM ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। ਤਿੰਨ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ multiples ਨਾ ਲਿਖੋ।

Ex 1 **Find HCF of 24 and 36.**

24 ਅਤੇ 36 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 6 B) 12 C) 18 D) 72

Answer: B — 12

Quick method (≈20 sec): Factors of 24 ending from large side: 24, 12, 8, 6... Check 12 in 36: 36 ÷ 12 = 3. So HCF = 12.

Full method: 24 = 2×2×2×3 = 2^3×3. 36 = 2×2×3×3 = 2^2×3^2. Common smallest powers: 2^2×3 = 4×3 = 12.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 24 ਦੀ ਵੱਡੀ factor 12 ਨੂੰ 36 ਵਿੱਚ ਵੇਖੋ: 36 ÷ 12 = 3। ਇਸ ਲਈ HCF = 12। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 24 = 2^3×3 ਅਤੇ 36 = 2^2×3^2। ਸਾਂਝੀਆਂ ਛੋਟੀਆਂ powers 2^2×3 ਹਨ। 4×3 = 12।

Ex 2 **Find LCM of 12 and 18.**

12 ਅਤੇ 18 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 6 B) 24 C) 36 D) 72

Answer: C — 36

Quick method (≈20 sec): Multiples of 18 are 18, 36, 54... The first divisible by 12 is 36. Hence LCM = 36.

Full method: 12 = 2^2×3. 18 = 2×3^2. Largest powers are 2^2 and 3^2. LCM = 2^2×3^2 = 4×9 = 36.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 18 ਦੇ multiples: 18, 36, 54... 36, 12 ਨਾਲ ਵੀ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ LCM = 36। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 12 = 2^2×3 ਅਤੇ 18 = 2×3^2। ਵੱਡੀਆਂ powers 2^2, 3^2 ਹਨ। 4×9 = 36।

Ex 3 **Find HCF of 84, 126 and 210.**

84, 126 ਅਤੇ 210 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 14 **B)** 21 **C)** 42 **D)** 84

Answer: C — 42

Quick method (≈30 sec): 84×? gives 126 as 84 and 126 share 42. Check 210 ÷ 42 = 5. Therefore HCF = 42.

Full method: 84 = 2^2×3×7; 126 = 2×3^2×7; 210 = 2×3×5×7. Common primes are 2, 3 and 7. HCF = 2×3×7 = 42.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 84 ਅਤੇ 126 ਦੀ common ਵੱਡੀ factor 42 ਹੈ। 210 ÷ 42 = 5 ਵੀ ਪੂਰਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ HCF 42। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 84 = 2^2×3×7, 126 = 2×3^2×7, 210 = 2×3×5×7। ਸਾਂਝੇ 2, 3, 7 ਹਨ; 2×3×7 = 42।

Ex 4 **Find LCM of 24, 36 and 90.**

24, 36 ਅਤੇ 90 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 180 **B)** 240 **C)** 360 **D)** 720

Answer: C — 360

Quick method (≈35 sec): Highest powers visible: 24 needs 2^3; 36 needs 3^2; 90 needs 5. Multiply 8×9×5 = 360.

Full method: 24 = 2^3×3; 36 = 2^2×3^2; 90 = 2×3^2×5. Largest powers: 2^3, 3^2, 5. LCM = 8×9×5 = 360.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 24 ਤੋਂ 2^3, 36 ਤੋਂ 3^2, ਅਤੇ 90 ਤੋਂ 5 ਲੋ। 8×9×5 = 360। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ ਦੀ prime form ਲਿਖ ਕੇ ਹਰ prime ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ power ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ: 2^3×3^2×5 = 360।

Ex 5 **Find HCF of 252 and 396.**

252 ਅਤੇ 396 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 18 **B)** 36 **C)** 54 **D)** 72

Answer: B — 36

Quick method (≈30 sec): Both digit sums are divisible by 9. Test 36: 252 ÷ 36 = 7 and 396 ÷ 36 = 11. Hence HCF is at least 36; 36 is the common factor from their factor forms.

Full method: 252 = 2^2×3^2×7. 396 = 2^2×3^2×11. Common part = 2^2×3^2 = 4×9 = 36.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 36 ਨਾਲ 252 ÷ 36 = 7 ਅਤੇ 396 ÷ 36 = 11 ਆਉਂਦਾ ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 252 = 2^2×3^2×7, 396 = 2^2×3^2×11। ਸਾਂਝਾ ਹਿੱਸਾ 4×9 = 36 ਹੈ।

Ex 6 **Find LCM of 45, 60 and 84.**

45, 60 ਅਤੇ 84 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 840 **B)** 1,080 **C)** 1,260 **D)** 2,520

Answer: C — 1,260

Quick method (≈40 sec): 45=3^2×5, 60 contributes 2^2, and 84 contributes 7. So LCM = 4×9×5×7 = 1,260.

Full method: 45 = 3^2×5; 60 = 2^2×3×5; 84 = 2^2×3×7. Largest powers: 2^2, 3^2, 5, 7. Thus 4×9×5×7 = 1,260.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 45 ਤੋਂ $3^2 \times 5$, 60 ਤੋਂ 2^2, 84 ਤੋਂ 7 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। $4 \times 9 \times 5 \times 7 = 1260$। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਦੀ prime form ਲਿਖੋ ਤੇ ਵੱਡੀਆਂ powers ਗੁਣਾ ਕਰੋ: $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260$।

Ex 7 **Find HCF of 693, 924 and 1155.**

693, 924 ਅਤੇ 1155 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 77 **B)** 154 **C)** 231 **D)** 462

Answer: C — 231

Quick method (≈30 sec): Notice $693 = 3 \times 231$, $924 = 4 \times 231$, and $1155 = 5 \times 231$. The remaining multipliers 3, 4, 5 have HCF 1, so HCF = 231.

Full method: $693 = 3^2 \times 7 \times 11$; $924 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 11$; $1155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$. Common factors are $3 \times 7 \times 11 = 231$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: $693 = 3 \times 231$, $924 = 4 \times 231$, $1155 = 5 \times 231$। 3, 4, 5 ਦਾ HCF 1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 231। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਂਝੇ 3, 7, 11 ਹਨ। $3 \times 7 \times 11 = 231$।

Ex 8 **SSC CGL 2023 pattern: Find LCM of 72, 120 and 150.**

SSC CGL 2023 ਪੈਟਰਨ: 72, 120 ਅਤੇ 150 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 900 **B)** 1,200 **C)** 1,500 **D)** 1,800

Answer: D — 1,800

Quick method (≈40 sec): 72 supplies $2^3 \times 3^2$; 150 supplies 5^2. 120 has no higher power. LCM = $8 \times 9 \times 25 = 1{,}800$.

Full method: $72 = 2^3 \times 3^2$; $120 = 2^3 \times 3 \times 5$; $150 = 2 \times 3 \times 5^2$. Taking largest powers gives $2^3 \times 3^2 \times 5^2 = 8 \times 9 \times 25 = 1{,}800$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 72 ਤੋਂ $2^3 \times 3^2$ ਅਤੇ 150 ਤੋਂ 5^2 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। $8 \times 9 \times 25 = 1800$। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ ਦੀ factorisation ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ powers ਲਓ: $2^3 \times 3^2 \times 5^2 = 1800$।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- For HCF, taking the largest powers. That gives LCM, not HCF.
- For LCM, dropping a prime that occurs in only one number, such as 5 in 90.
- Calling the product of all numbers the LCM without removing common factors.

HCF ਵਿੱਚ ਵੱਡੀਆਂ powers ਲੈ ਲੈਣਾ ਗਲਤ ਹੈ; ਉਹ LCM ਲਈ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। LCM ਵਿੱਚ ਇਕੋ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲਾ prime ਵੀ ਛੱਡਣਾ ਨਹੀਂ। ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਿੱਧਾ ਗੁਣਾ LCM ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਜਦੋਂ common factors ਹੋਣ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

One direct HCF/LCM question is common in SSC, Railways and state exams. Spend 30–45 seconds. In options, reject any HCF bigger than the smallest number and any LCM smaller than the largest number. Then test divisibility.

SSC, Railways ਅਤੇ state exams ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਿੱਧਾ HCF/LCM ਸਵਾਲ ਅਕਸਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। 30–45 ਸਕਿੰਟ ਦਿਓ। ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਵੱਡਾ HCF ਅਤੇ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਛੋਟਾ LCM ਤੁਰੰਤ ਕੱਢ ਦਿਓ।

TYPE 2 Finding Two Numbers from HCF, LCM and Ratio

HCF, LCM ਅਤੇ Ratio ਤੋਂ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੱਭਣੀਆਂ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

These questions give HCF and LCM, or HCF with a ratio, and ask for one number, both numbers, their sum or their difference. Look for the words “two numbers”, “their HCF”, “their LCM”, “ratio”, “one number is...”, “sum” or “difference”.

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ HCF ਤੇ LCM, ਜਾਂ HCF ਨਾਲ ratio ਦਿੱਤਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ, ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਜੋੜ ਜਾਂ ਫ਼ਰਕ ਪੁੱਛਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। “two numbers”, “HCF”, “LCM”, “ratio”, “sum”, “difference” ਸ਼ਬਦ ਪਛਾਣ ਹਨ।

KEY FORMULA · ਮੁੱਖ ਫਾਰਮੂਲਾ

For exactly two positive whole numbers a and b: **HCF(a,b) × LCM(a,b) = a × b.** It comes from prime factors: HCF keeps the smaller powers and LCM keeps the larger powers; together they contain exactly the powers in a×b.

ਸਿਰਫ਼ ਦੋ positive whole numbers a ਅਤੇ b ਲਈ: **HCF(a,b) × LCM(a,b) = a × b.** Prime factors ਵਿੱਚ HCF ਛੋਟੀਆਂ powers ਅਤੇ LCM ਵੱਡੀਆਂ powers ਰੱਖਦਾ ਹੈ; ਦੋਵੇਂ ਮਿਲ ਕੇ a×b ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ powers ਦੇ ਦਿੰਦੇ ਹਨ।

Given	Make first	Then do
HCF = h, ratio = p:q in lowest form	Numbers = hp and hq	LCM = hpq because p and q are co-prime
HCF and LCM, one number x	Product = HCF×LCM	Other number = product ÷ x
HCF and LCM, sum/difference condition	Let numbers = ha, hb	Use ab = LCM/HCF and given sum/difference

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Write h = HCF and L = LCM.
2. If one number x is given, find the other as (h×L) ÷ x.
3. If ratio p:q is given, first reduce it. Numbers are hp and hq only when p and q are co-prime.
4. Verify: HCF of final numbers must be h and their LCM must be L.

(1) HCF ਨੂੰ h ਅਤੇ LCM ਨੂੰ L ਲਿਖੋ। (2) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ x ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੂਜੀ (h×L) ÷ x ਹੈ। (3) ratio p:q ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਆਓ। (4) ਅੰਤ ਵਿੱਚ HCF ਅਤੇ LCM ਦੁਬਾਰਾ ਚੈੱਕ ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Calculate **L ÷ h** first. This is the product of the co-prime ratio parts. Its co-prime factor pairs tell you the possible ratios. Example: L/h = 60; useful co-prime pairs include 3 and 20, 4 and 15, 5 and 12. This works only for two numbers.

ਪਹਿਲਾਂ **L ÷ h** ਕਰੋ। ਇਹ co-prime ratio ਵਾਲੇ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦਾ product ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ L/h = 60 ਹੋਵੇ ਤਾਂ 3:20, 4:15, 5:12 ਵਰਗੇ co-prime pairs ਬਣਦੇ ਹਨ। ਇਹ trick ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹੈ।

Ex 1 **The HCF and LCM of two numbers are 6 and 180. If one number is 30, find the other number.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 6 ਅਤੇ LCM 180 ਹੈ। ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 30 ਹੈ। ਦੂਜੀ ਲੱਭੋ।

A) 24 B) 30 C) 36 D) 42

Answer: C — 36

Quick method (≈20 sec): Other = (6×180) ÷ 30 = 6×6 = 36.

Full method: Product of the two numbers = HCF×LCM = 6×180 = 1,080. Let the other number be y. Then 30×y = 1,080. So y = 1,080 ÷ 30 = 36.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ = (6×180) ÷ 30 = 36। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਦੋਨਾਂ ਦਾ product = 6×180 = 1080। 30×y = 1080, ਇਸ ਲਈ y = 1080 ÷ 30 = 36।

Ex 2 **Two numbers are in the ratio 3:5 and their HCF is 4. Find their LCM.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ratio 3:5 ਹੈ ਅਤੇ HCF 4 ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 20 **B)** 40 **C)** 60 **D)** 80

Answer: C — 60

Quick method (≈20 sec): Ratio parts 3 and 5 are co-prime. LCM = HCF×3×5 = 4×15 = 60.

Full method: Numbers = 4×3 = 12 and 4×5 = 20. Prime forms: $12=2^2\times3$; $20=2^2\times5$. LCM = $2^2\times3\times5$ = 60.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 3 ਅਤੇ 5 co-prime ਹਨ। LCM = 4×3×5 = 60। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਸੰਖਿਆਵਾਂ 12 ਅਤੇ 20 ਹਨ। $12=2^2\times3$, $20=2^2\times5$; ਇਸ ਲਈ LCM 60 ਹੈ।

Ex 3 **The HCF and LCM of two numbers are 5 and 300. If their ratio is 4:15, find their sum.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 5 ਅਤੇ LCM 300 ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ratio 4:15 ਹੈ। ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 75 **B)** 95 **C)** 100 **D)** 125

Answer: B — 95

Quick method (≈25 sec): Numbers = 5×4 and 5×15 = 20 and 75. Sum = 95. Check: 5×4×15 = 300, so LCM agrees.

Full method: Ratio 4:15 is already in lowest form because HCF(4,15)=1. With HCF 5, numbers are 5×4=20 and 5×15=75. Their sum is 20+75=95. Their LCM is 5×4×15=300.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਸੰਖਿਆਵਾਂ 5×4 = 20 ਅਤੇ 5×15 = 75। ਜੋੜ 95। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 4 ਅਤੇ 15 ਦਾ HCF 1 ਹੈ, ਇਸ ਕਰਕੇ ratio ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ। HCF 5 ਨਾਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 20 ਤੇ 75; ਜੋੜ 20+75 = 95।

Ex 4 **Two numbers are in the ratio 3:20. Their HCF is 8. Find their difference.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ratio 3:20 ਹੈ ਅਤੇ HCF 8 ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਲੱਭੋ।

A) 128 **B)** 136 **C)** 144 **D)** 152

Answer: B — 136

Quick method (≈20 sec): Difference = HCF×(difference of ratio parts) = 8×(20−3) = 8×17 = 136.

Full method: Numbers = 8×3=24 and 8×20=160. Difference = 160−24 = 136. Their HCF is 8 because HCF(3,20)=1.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਫ਼ਰਕ = 8×(20−3) = 8×17 = 136। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਸੰਖਿਆਵਾਂ 24 ਅਤੇ 160 ਹਨ। 160−24 = 136। 3 ਅਤੇ 20 co-prime ਹਨ, ਇਸ ਲਈ HCF ਸੱਚਮੁੱਚ 8 ਹੈ।

Ex 5 **The HCF and LCM of two numbers are 12 and 720. If their ratio is 5:12, find the larger number.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 12 ਅਤੇ LCM 720 ਹੈ। ratio 5:12 ਹੈ। ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 60 **B)** 120 **C)** 144 **D)** 180

Answer: C — 144

Quick method (≈20 sec): Larger number = 12×12 = 144. Check LCM: 12×5×12 = 720.

Full method: HCF is 12 and ratio 5:12 is co-prime. Numbers are 12×5=60 and 12×12=144. Hence larger number = 144. Also, LCM = 12×5×12=720, matching the given value.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ = 12×12 = 144। Check: 12×5×12 = 720। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਸੰਖਿਆਵਾਂ 60 ਅਤੇ 144 ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਵੱਡੀ 144 ਹੈ ਅਤੇ LCM ਦਿੱਤੇ 720 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

Ex 6 **The HCF of two numbers is 6 and their LCM is 312. Find their sum if the numbers are unequal and in the ratio 4:13.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 6 ਅਤੇ LCM 312 ਹੈ। ਜੇ ratio 4:13 ਹੈ, ਤਾਂ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 90 **B)** 96 **C)** 102 **D)** 108

Answer: C — 102

Quick method (≈25 sec): Sum = 6×(4+13) = 6×17 = 102. LCM check: 6×4×13 = 312.

Full method: Ratio 4:13 has HCF 1. So numbers are 6×4=24 and 6×13=78. Sum = 24+78 = 102. Their LCM = 6×4×13=312.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਜੋੜ = 6×(4+13) = 102। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਸੰਖਿਆਵਾਂ 24 ਅਤੇ 78 ਹਨ। 24+78 = 102। LCM = 6×4×13 = 312, ਇਸ ਲਈ check ਵੀ ਠੀਕ ਹੈ।

Ex 7 **The HCF and LCM of two numbers are 7 and 840. If one number is 105, find the other number.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 7 ਅਤੇ LCM 840 ਹੈ। ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 105 ਹੈ। ਦੂਜੀ ਲੱਭੋ।

A) 49 **B)** 56 **C)** 63 **D)** 70

Answer: B — 56

Quick method (≈20 sec): Other = (7×840) ÷ 105. Since 840 ÷ 105 = 8, other = 7×8 = 56.

Full method: Product = HCF×LCM = 7×840 = 5,880. Let other number be y. 105y=5,880. Therefore y=5,880÷105=56. Verification: HCF(105,56)=7 and 105×56÷7=840.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: (7×840) ÷ 105 = 7×8 = 56। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** product 5880 ਹੈ। 105y=5880, ਇਸ ਲਈ y=56। Check ਕਰਨ ਤੇ HCF 7 ਅਤੇ LCM 840 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 8 **Punjab Police exam pattern: The HCF and LCM of two numbers are 15 and 900. If their ratio is 3:20, find their difference.**

Punjab Police ਪੈਟਰਨ: ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 15 ਅਤੇ LCM 900 ਹੈ। ratio 3:20 ਹੈ। ਫ਼ਰਕ ਲੱਭੋ।

A) 225 **B)** 240 **C)** 255 **D)** 270

Answer: C — 255

Quick method (≈25 sec): Difference = 15×(20−3) = 15×17 = 255. LCM check: 15×3×20 = 900.

Full method: Numbers = 15×3=45 and 15×20=300. Difference = 300−45 = 255. Because 3 and 20 are co-prime, the HCF remains 15; their LCM is 15×3×20=900.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਫ਼ਰਕ = 15×(20−3) = 255। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਸੰਖਿਆਵਾਂ 45 ਅਤੇ 300 ਹਨ। 300−45 = 255। 3 ਅਤੇ 20 co-prime ਹਨ, ਇਸ ਲਈ HCF 15 ਅਤੇ LCM 900 ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Using HCF×LCM=product for three numbers. This identity is guaranteed only for two numbers.
- Using ratio 6:10 directly with HCF h. First reduce it to 3:5; otherwise h is not the real HCF.
- Forgetting to divide by the known number after multiplying HCF and LCM.

HCF×LCM ਵਾਲਾ formula ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਨਹੀਂ ਲਗਾਉਣਾ। Ratio 6:10 ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ 3:5 ਬਣਾਓ; ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਦਿੱਤਾ HCF ਗਲਤ ਬਣੇਗਾ। HCF ਅਤੇ LCM ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ known number ਨਾਲ divide ਕਰਨਾ ਨਾ ਭੁੱਲੋ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This is a frequent one-question pattern in SSC, Banking and Punjab state papers. Spend 30–40 seconds. If one option is not a factor of HCF×LCM when multiplied by the given number, eliminate it immediately. Also, every valid number must be divisible by the given HCF.

SSC, Banking ਅਤੇ Punjab state papers ਵਿੱਚ ਇਹ ਅਕਸਰ ਇੱਕ ਸਵਾਲ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। 30–40 ਸਕਿੰਟ ਦਿਓ। ਜੇ option ਨੂੰ known number ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ HCF×LCM ਨਾ ਬਣੇ, ਉਹ ਤੁਰੰਤ ਕੱਢ ਦਿਓ। ਹਰ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਦਿੱਤੇ HCF ਨਾਲ ਵੰਡਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

TYPE 3 HCF and LCM of Fractions and Decimals

ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦਾ HCF ਅਤੇ LCM

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

Sometimes the numbers are fractions such as 3/4, 5/6 or decimals such as 1.25, 0.36. The question may ask for the greatest length that measures each ribbon exactly, or the first common quantity that is a multiple of all given fractional quantities. The words HCF/LCM remain the same; only the handling changes.

ਕਈ ਵਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 3/4, 5/6 ਵਰਗੀਆਂ fractions ਜਾਂ 1.25, 0.36 ਵਰਗੇ decimals ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸਵਾਲ ਇੱਕੋ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ—HCF ਜਾਂ LCM—ਪਰ ਹਿਸਾਬ ਕਰਨ ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

KEY FORMULA · ਮੁੱਖ ਫਾਰਮੂਲਾ

First reduce every fraction to its lowest form. For fractions a/b and c/d: **HCF = HCF of numerators ÷ LCM of denominators**; **LCM = LCM of numerators ÷ HCF of denominators.** For decimals, multiply every number by 10, 100 or 1000 until all become whole numbers; find HCF/LCM there, then divide the answer by that same multiplier.

ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ fraction ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਰੋ। HCF = numerators ਦਾ HCF ÷ denominators ਦਾ LCM। LCM = numerators ਦਾ LCM ÷ denominators ਦਾ HCF। Decimals ਵਿੱਚ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ whole numbers ਬਣਾਓ; ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਉਸੇ ਗੁਣਾਕਾਰ ਨਾਲ ਜਵਾਬ ਨੂੰ divide ਕਰ ਦਿਓ।

Case	Rule	Why it works
HCF of fractions	HCF(numerators) / LCM(denominators)	A common measuring fraction must divide each numerator but accommodate every denominator.
LCM of fractions	LCM(numerators) / HCF(denominators)	A common multiple must contain all numerator factors while using the greatest common denominator factor.
Decimals	Multiply by 10^n, solve as integers, divide by 10^n	Multiplying all quantities by the same non-zero value preserves their common-factor relationship.

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. For fractions, cancel common factors inside each fraction first. Example: 15/21 becomes 5/7.
2. Write all numerators in one group and all denominators in another.
3. Apply the correct cross-rule: HCF over LCM for HCF; LCM over HCF for LCM.
4. For decimals, shift all decimal points by the same maximum number of places, solve, then shift back.

(1) Fraction ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ simplest form ਵਿੱਚ ਲਿਆਓ। (2) numerators ਅਤੇ denominators ਵੱਖ ਲਿਖੋ। (3) HCF ਲਈ ਉੱਤੇ HCF, ਹੇਠਾਂ LCM; LCM ਲਈ ਉੱਤੇ LCM, ਹੇਠਾਂ HCF। (4) Decimal ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ decimal points ਇੱਕੋ ਜਿੰਨੇ places ਖਿਸਕਾਓ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਵਾਪਸ ਲਿਆਓ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For decimals, do not write trailing zeroes repeatedly. Mentally choose the largest number of decimal places: for 1.2 and 0.18, use 100, so they become 120 and 18. For fractions, reduce first—this can make the denominator HCF much easier. This shortcut does not work if you scale different decimals by different powers of ten.

Decimals ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ decimal places ਵੇਖੋ। 1.2 ਅਤੇ 0.18 ਵਿੱਚ 2 places ਹਨ, ਇਸ ਲਈ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 120 ਅਤੇ 18 ਬਣਾਓ। Fractions ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ reduce ਕਰੋ। ਵੱਖ-ਵੱਖ decimals ਨੂੰ ਵੱਖ powers ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਗਲਤ ਹੈ।

Ex 1 **Find the HCF of 3/4 and 9/16.**

3/4 ਅਤੇ 9/16 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 3/16 B) 3/8 C) 9/16 D) 1/4

Answer: A — 3/16

Quick method (≈20 sec): HCF of numerators 3 and 9 is 3. LCM of denominators 4 and 16 is 16. So HCF = 3/16.

Full method: Both fractions are already reduced. HCF(3,9)=3. Since 16 is divisible by 4, LCM(4,16)=16. Therefore HCF = 3/16.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਉੱਪਰ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 3 ਅਤੇ 9 ਦਾ HCF 3 ਹੈ; ਹੇਠਾਂ 4 ਅਤੇ 16 ਦਾ LCM 16 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 3/16। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਦੋਵੇਂ fractions ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ simplest form ਵਿੱਚ ਹਨ। HCF(3,9)=3 ਅਤੇ LCM(4,16)=16, ਇਸ ਲਈ HCF = 3/16।

Ex 2 **Find the LCM of 2/3 and 5/6.**

2/3 ਅਤੇ 5/6 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 5/3 B) 10/3 C) 10/6 D) 5/6

Answer: B — 10/3

Quick method (≈20 sec): LCM of numerators 2 and 5 is 10; HCF of denominators 3 and 6 is 3. LCM = 10/3.

Full method: The fractions are in lowest form. LCM(2,5)=10 because 2 and 5 are co-prime. HCF(3,6)=3. Hence LCM = 10/3.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: numerators 2 ਅਤੇ 5 ਦਾ LCM 10, denominators 3 ਅਤੇ 6 ਦਾ HCF 3। ਜਵਾਬ 10/3। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 2 ਅਤੇ 5 co-prime ਹਨ, ਇਸ ਲਈ LCM 10। 3 ਅਤੇ 6 ਦਾ HCF 3 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ LCM = 10/3।

Ex 3 **Find the HCF of 8/15 and 12/25.**

8/15 ਅਤੇ 12/25 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 2/25 **B)** 4/75 **C)** 4/25 **D)** 8/75

Answer: B — 4/75

Quick method (≈25 sec): HCF(8,12)=4. LCM(15,25)=75. Answer = 4/75.

Full method: 8/15 and 12/25 are reduced. $8=2^3$, $12=2^2\times3$, so HCF=2^2=4. $15=3\times5$ and $25=5^2$, so LCM=3×5^2=75. Thus HCF = 4/75.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: HCF(8,12)=4 ਅਤੇ LCM(15,25)=75। ਜਵਾਬ 4/75। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 8 ਅਤੇ 12 ਵਿੱਚ common 2^2=4 ਹੈ। $15=3\times5$, $25=5^2$; LCM 75। ਇਸ ਲਈ 4/75।

Ex 4 **Find the LCM of 9/14 and 15/21.**

9/14 ਅਤੇ 15/21 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 15/7 **B)** 45/14 **C)** 45/7 **D)** 135/7

Answer: C — 45/7

Quick method (≈30 sec): Reduce 15/21 to 5/7 first. Now LCM numerators of 9 and 5 =45; HCF denominators of 14 and 7 =7. Answer =45/7.

Full method: 15/21 = (15÷3)/(21÷3)=5/7. For 9/14 and 5/7, LCM(9,5)=45. HCF(14,7)=7. Therefore LCM =45/7.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 15/21 ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ 5/7 ਬਣਾਓ। ਫਿਰ 9 ਅਤੇ 5 ਦਾ LCM 45, 14 ਅਤੇ 7 ਦਾ HCF 7। ਜਵਾਬ 45/7। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 15 ਅਤੇ 21 ਨੂੰ 3 ਨਾਲ divide ਕਰਕੇ 5/7 ਮਿਲਿਆ। ਨਵੇਂ fractions ਤੇ formula ਲਗਾਉਣ ਨਾਲ 45/7 ਆਇਆ।

Ex 5 **Find the HCF of 1.2 and 0.18.**

1.2 ਅਤੇ 0.18 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 0.03 **B)** 0.06 **C)** 0.12 **D)** 0.6

Answer: B — 0.06

Quick method (≈25 sec): Two decimal places maximum, so use 100: 1.2→120 and 0.18→18. HCF(120,18)=6. Shift back two places: 0.06.

Full method: 1.2×100=120 and 0.18×100=18. Now $120=2^3\times3\times5$ and $18=2\times3^2$; HCF=2×3=6. Since both original numbers were multiplied by 100, HCF =6÷100=0.06.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 2 decimal places ਹਨ, ਇਸ ਲਈ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ: 120 ਅਤੇ 18। HCF 6 ਆਇਆ; 100 ਨਾਲ divide ਕਰਕੇ 0.06। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 120 ਅਤੇ 18 ਦਾ HCF 2×3 = 6 ਹੈ। ਅਸੀਂ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਇਸ ਲਈ 6÷100 = 0.06।

Ex 6 **Find the LCM of 0.24, 0.36 and 0.54.**

0.24, 0.36 ਅਤੇ 0.54 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 1.08 **B)** 1.80 **C)** 2.16 **D)** 21.6

Answer: C — 2.16

Quick method (≈35 sec): Multiply by 100: 24, 36, 54. Their LCM is $2^3 \times 3^3 = 216$. Divide by 100: 2.16.

Full method: $24 = 2^3 \times 3$; $36 = 2^2 \times 3^2$; $54 = 2 \times 3^3$. LCM is $2^3 \times 3^3 = 8 \times 27 = 216$. Since each decimal was multiplied by 100, original LCM $= 216 \div 100 = 2.16$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 24, 36, 54 ਬਣੇ। LCM 216 ਹੈ; 100 ਨਾਲ divide ਕਰਨ ਤੇ 2.16। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $54 = 2 \times 3^3$। ਵੱਡੀਆਂ powers ਦਾ product 216; ਜਵਾਬ 2.16।

Ex 7 **Find the HCF of 2.5, 3.75 and 6.25.**

2.5, 3.75 ਅਤੇ 6.25 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 0.25 **B)** 0.50 **C)** 1.25 **D)** 2.50

Answer: C — 1.25

Quick method (≈30 sec): Use 100: 250, 375, 625. Each is divisible by 125, and 125 is their HCF. Shift back: 1.25.

Full method: $250 = 2 \times 5^3$; $375 = 3 \times 5^3$; $625 = 5^4$. Common smallest prime power is $5^3 = 125$. Divide by 100 to undo scaling: $125 \div 100 = 1.25$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ 250, 375, 625 ਬਣੇ। ਤਿੰਨਾਂ ਦਾ HCF 125 ਹੈ। $125 \div 100 = 1.25$। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $250 = 2 \times 5^3$, $375 = 3 \times 5^3$, $625 = 5^4$। ਸਾਂਝੀ ਛੋਟੀ power $5^3 = 125$ ਹੈ।

Ex 8 **Railway NTPC pattern: Find the LCM of 7/12, 5/18 and 11/24.**

Railway NTPC ਪੈਟਰਨ: 7/12, 5/18 ਅਤੇ 11/24 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 385/12 **B)** 385/9 **C)** 385/6 **D)** 770/3

Answer: C — 385/6

Quick method (≈40 sec): Numerators 7, 5, 11 are distinct primes: LCM=385. HCF of 12,18,24 is 6. Therefore 385/6.

Full method: LCM(7,5,11) $= 7 \times 5 \times 11 = 385$. For denominators, HCF(12,18)=6 and HCF(6,24)=6. LCM of fractions $= 385/6$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 7, 5, 11 ਵੱਖ-ਵੱਖ prime ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਉੱਪਰ LCM 385। 12,18,24 ਦਾ HCF 6। ਜਵਾਬ 385/6। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਪਹਿਲਾਂ numerators ਦਾ LCM $7 \times 5 \times 11 = 385$। ਫਿਰ denominators ਦਾ HCF ਪਹਿਲਾਂ 12 ਅਤੇ 18 ਲਈ 6, ਫਿਰ 24 ਨਾਲ ਵੀ 6। ਇਸ ਲਈ 385/6।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Reversing the fraction rules: HCF uses HCF of numerators over LCM of denominators; LCM is the reverse.
- Skipping reduction, as with 15/21. It may give a non-standard and misleading answer.
- Moving the decimal point back by a different number of places from the one used to scale.

Fractions ਵਿੱਚ HCF ਤੇ LCM ਦੇ rules ਉਲਟ ਨਾ ਕਰੋ। 15/21 ਵਰਗੀ fraction ਨੂੰ reduce ਕਰਨਾ ਨਾ ਛੱਡੋ। Decimals ਵਿੱਚ ਜਿੰਨੀਆਂ places ਅੱਗੇ ਲੈ ਗਏ ਸੀ, ਉਨੀਆਂ ਹੀ ਵਾਪਸ ਲਿਆਉਣੀਆਂ ਹਨ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Fractions appear less often but are scoring because the formula is fixed. Spend 25–40 seconds. In options, reject an HCF of fractions that is bigger than either given fraction, or an LCM that is smaller than a given fraction.

Fractions ਵਾਲਾ ਸਵਾਲ ਘੱਟ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਪੱਕੇ marks ਵਾਲਾ ਹੈ। 25–40 ਸਕਿੰਟ ਦਿਓ। HCF ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੀ fraction ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ; LCM ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੀ fraction ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।

TYPE 4 Greatest Number that Divides Leaving Different Remainders

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਾਕੀਆਂ ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

A shopkeeper has 95, 136 and 203 items. If a box size leaves 4, 6 and 8 items respectively, what is the largest box size? This is a “greatest divisor with different remainders” question. Look for “greatest number”, “largest number”, “divides”, “leaves remainder 4, 6...” where the remainders are not all the same.

ਮੰਨੋ 95, 136 ਅਤੇ 203 ਚੀਜ਼ਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ size ਦੇ ਡੱਬਿਆਂ ਵਿੱਚ ਭਰਨਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 4, 6, 8 ਬਚਦੀਆਂ ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਡੱਬਾ size ਕਿੰਨਾ? ਇਹ different remainders ਵਾਲਾ HCF ਸਵਾਲ ਹੈ। “greatest/largest number”, “divides”, ਅਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ remainder ਪਛਾਣ ਹਨ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

If N leaves remainder r when divided by d, then **N − r is exactly divisible by d.** So when different numbers leave different remainders, subtract each stated remainder first. The greatest possible divisor is the HCF of all adjusted numbers. The divisor must be greater than every stated remainder.

ਜੇ N ਨੂੰ d ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ r ਬਚੇ, ਤਾਂ **N − r ਪੂਰਾ d ਨਾਲ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।** ਇਸ ਲਈ ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਉਸ ਦਾ ਦਿੱਤਾ remainder ਘਟਾਓ। ਨਵੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF ਹੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ divisor ਹੈ। ਉਹ divisor ਹਰ remainder ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Write each pair as: number − its remainder.
2. Find HCF of all adjusted values.
3. Check that HCF is larger than every remainder.
4. Verify once by dividing the original number by the answer.

(1) ਹਰ line ਵਿੱਚ number − remainder ਲਿਖੋ। (2) adjusted values ਦਾ HCF ਕੱਢੋ। (3) HCF ਹਰ remainder ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਵੇਖੋ। (4) ਇੱਕ ਵਾਰ original number ਨੂੰ ਜਵਾਬ ਨਾਲ divide ਕਰਕੇ ਬਾਕੀ check ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Do not search for divisors of the original large numbers. Immediately remove the remainders. Often the adjusted values become friendly multiples, such as 192, 264 and 336; their HCF is much faster. This method does not apply unchanged when all remainders are the same—that is Type 5.

ਵੱਡੀਆਂ original ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ factors ਨਾ ਲੱਭੋ। ਪਹਿਲਾਂ remainders ਘਟਾਓ। 192, 264, 336 ਵਰਗੇ easy multiples ਬਣ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਸਾਰੇ remainders ਇੱਕੋ ਹੋਣ, ਤਾਂ Type 5 ਵਾਲਾ difference ਤਰੀਕਾ ਵਰਤਣਾ ਹੈ।

Ex 1 **Find the greatest number that divides 87 and 125, leaving remainders 3 and 5 respectively.**

87 ਅਤੇ 125 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 3 ਅਤੇ 5 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 6 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 20

Answer: C — 12

Quick method (≈20 sec): Remove remainders: 87−3=84 and 125−5=120. HCF(84,120)=12.

Full method: Required divisor d divides 84 and 120 exactly. $84=2^2\times3\times7$; $120=2^3\times3\times5$. HCF=$2^2\times3=12$. Check: 87÷12 leaves 3; 125÷12 leaves 5.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 87−3=84 ਅਤੇ 125−5=120। 84 ਅਤੇ 120 ਦਾ HCF 12। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** d ਨੂੰ 84 ਅਤੇ 120 ਦੋਵੇਂ ਪੂਰੇ ਵੰਡਣੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ HCF 12 ਹੈ। Check: 87 ਵਿੱਚ 3 ਅਤੇ 125 ਵਿੱਚ 5 ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 2 **Find the greatest number that divides 64 and 97, leaving remainders 4 and 7 respectively.**

64 ਅਤੇ 97 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 4 ਅਤੇ 7 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 15 **B)** 20 **C)** 25 **D)** 30

Answer: D — 30

Quick method (≈20 sec): 64−4=60 and 97−7=90. HCF of 60 and 90 is 30.

Full method: $60=2^2\times3\times5$ and $90=2\times3^2\times5$. Common smallest powers give 2×3×5=30. It is greater than remainders 4 and 7. 64=2×30+4; 97=3×30+7.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 64−4=60 ਅਤੇ 97−7=90। HCF 30। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $60=2^2\times3\times5$, $90=2\times3^2\times5$। common 2×3×5=30। 30, 4 ਅਤੇ 7 ਦੋਵੇਂ remainders ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ।

Ex 3 **Find the greatest number that divides 239 and 371, leaving remainders 5 and 11 respectively.**

239 ਅਤੇ 371 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 5 ਅਤੇ 11 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 12 **B)** 18 **C)** 24 **D)** 36

Answer: B — 18

Quick method (≈25 sec): Adjust: 239−5=234; 371−11=360. HCF is 18 because 234=13×18 and 360=20×18.

Full method: Required d divides 234 and 360. $234=2\times3^2\times13$. $360=2^3\times3^2\times5$. HCF=$2\times3^2=18$. Check: 239=13×18+5; 371=20×18+11.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 239−5=234 ਅਤੇ 371−11=360। 234=13×18 ਅਤੇ 360=20×18, ਇਸ ਲਈ 18। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 234 ਅਤੇ 360 ਦੀ factorisation ਵਿੱਚ common $2\times3^2=18$ ਹੈ। ਬਾਕੀਆਂ ਵੀ 5 ਅਤੇ 11 check ਹੋ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

Ex 4 **Find the greatest number that divides 515 and 713, leaving remainders 11 and 13 respectively.**

515 ਅਤੇ 713 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 11 ਅਤੇ 13 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 14 **B)** 21 **C)** 28 **D)** 35

Answer: C — 28

Quick method (≈25 sec): 515−11=504 and 713−13=700. Both are divisible by 28: 18×28 and 25×28.

Full method: $504=2^3\times3^2\times7$. $700=2^2\times5^2\times7$. $HCF=2^2\times7=28$. It exceeds both remainders. Thus $515=18\times28+11$ and $713=25\times28+13$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 515−11=504, 713−13=700। ਦੋਵੇਂ 28 ਨਾਲ ਵੰਡਦੇ ਹਨ: 18×28 ਅਤੇ 25×28। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 504 ਅਤੇ 700 ਦਾ HCF $2^2\times7=28$ ਹੈ। ਬਾਕੀਆਂ 11 ਅਤੇ 13 ਸਹੀ ਹਨ।

Ex 5 **Find the greatest number that divides 95, 136 and 203, leaving remainders 4, 6 and 8 respectively.**

95, 136 ਅਤੇ 203 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 4, 6 ਅਤੇ 8 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 7 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 17

Answer: C — 13

Quick method (≈30 sec): Subtract: 95−4=91, 136−6=130, 203−8=195. Each is a multiple of 13: 7, 10, 15 times.

Full method: $91=7\times13$; $130=2\times5\times13$; $195=3\times5\times13$. The common greatest factor is 13. Check: $95=7\times13+4$, $136=10\times13+6$, $203=15\times13+8$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 91, 130, 195 ਬਣੇ। ਇਹ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 7×13, 10×13, 15×13 ਹਨ। ਜਵਾਬ 13। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ adjusted numbers ਵਿੱਚ 13 common ਹੈ। Original numbers ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ ਬਾਕੀਆਂ 4, 6, 8 ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

Ex 6 **Find the greatest number that divides 439, 646 and 859, leaving remainders 19, 16 and 19 respectively.**

439, 646 ਅਤੇ 859 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 19, 16 ਅਤੇ 19 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 70 **B)** 105 **C)** 140 **D)** 210

Answer: D — 210

Quick method (≈35 sec): Adjusted numbers: 420, 630, 840. Their HCF is 210 because they are 2, 3, 4 times 210.

Full method: $420=2^2\times3\times5\times7$; $630=2\times3^2\times5\times7$; $840=2^3\times3\times5\times7$. Common smallest powers: $2\times3\times5\times7=210$. It is greater than 19 and 16. Verification gives the stated remainders.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: remainders ਘਟਾਉਣ ਤੇ 420, 630, 840 ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ 210 ਦੇ 2, 3, 4 multiples ਹਨ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ common factors 2×3×5×7 ਹਨ, ਜਿਸ ਦਾ product 210 ਹੈ।

Ex 7 **Find the greatest number that divides 197, 271 and 347, leaving remainders 5, 7 and 11 respectively.**

197, 271 ਅਤੇ 347 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 5, 7 ਅਤੇ 11 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 12 **B)** 18 **C)** 24 **D)** 36

Answer: C — 24

Quick method (≈30 sec): 197−5=192, 271−7=264, 347−11=336. All are divisible by 24: 8, 11, 14 times.

Full method: $192=2^6\times3$; $264=2^3\times3\times11$; $336=2^4\times3\times7$. $HCF=2^3\times3=24$. It exceeds the largest remainder 11.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: adjusted values 192, 264, 336 ਹਨ। ਇਹ 24 ਦੇ 8, 11, 14 multiples ਹਨ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** common prime powers 2^3 ਅਤੇ 3 ਹਨ। 8×3=24; ਇਹ 11 ਤੋਂ ਵੀ ਵੱਡਾ ਹੈ।

Ex 8 **SSC CHSL pattern: Find the greatest number that divides 991 and 1448, leaving remainders 11 and 13 respectively.**

SSC CHSL ਪੈਟਰਨ: 991 ਅਤੇ 1448 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 11 ਅਤੇ 13 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 25 **B)** 30 **C)** 35 **D)** 49

Answer: C — 35

Quick method (≈30 sec): 991−11=980 and 1448−13=1435. Both are multiples of 35: 28×35 and 41×35.

Full method: $980=2^2\times5\times7^2$; 1435=5×7×41. HCF=5×7=35. Check: 991=28×35+11 and 1448=41×35+13.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 991−11=980, 1448−13=1435। ਦੋਵੇਂ 35 ਨਾਲ ਵੰਡਦੇ ਹਨ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 980 ਅਤੇ 1435 ਵਿੱਚ common 5×7=35 ਹੈ। ਵਾਪਸ divide ਕਰਨ ਤੇ ਬਾਕੀਆਂ 11 ਅਤੇ 13 ਹੀ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Taking HCF of original numbers instead of subtracting the respective remainders first.
- Subtracting the same remainder from every number even though the question gives different remainders.
- Accepting an answer smaller than a stated remainder; a remainder must always be less than the divisor.

Original numbers ਦਾ HCF ਲੈਣਾ ਗਲਤ ਹੈ; ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ ਇੱਕ ਦਾ ਆਪਣਾ remainder ਘਟਾਓ। ਸਾਰੇ numbers ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ remainder ਨਾ ਘਟਾਓ। ਜਵਾਬ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦਿੱਤੇ remainder ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This HCF model is frequent in SSC and Punjab recruitment tests. Spend 30–45 seconds. In options, any value not bigger than the largest remainder is impossible. Then test whether it divides each adjusted number.

SSC ਅਤੇ Punjab ਭਰਤੀ exams ਵਿੱਚ ਇਹ HCF model ਬਹੁਤ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। 30–45 ਸਕਿੰਟ ਦਿਓ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ remainder ਤੋਂ ਛੋਟਾ option ਤੁਰੰਤ ਗਲਤ ਹੈ। ਫਿਰ adjusted numbers ਨਾਲ divisibility check ਕਰੋ।

TYPE 5 Greatest Number that Leaves the Same Remainder

ਇੱਕੋ ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

This model asks for the greatest number that divides several numbers and leaves the **same** remainder each time. For example, if equal-size crates leave the same items from three stocks, the crate size must divide the difference between every pair of stocks.

ਇਸ type ਵਿੱਚ ਕਈ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ **ਇੱਕੋ** remainder ਬਚਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਤਿੰਨ stocks ਨੂੰ ਇੱਕੋ size ਦੇ crates ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ ਹਰ stock ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਬਚਤ ਰਹਿ ਜਾਵੇ। ਤਾਂ crate size ਹਰ ਦੋ stocks ਦੇ ਫ਼ਰਕ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇਗਾ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

If A leaves remainder r and B leaves remainder r on division by d, then A = dp+r and B = dq+r. Subtracting gives A−B=d(p−q), so d divides A−B exactly. Therefore the greatest d is the HCF of the differences. The actual common remainder is not needed to find d.

ਜੇ A ਅਤੇ B ਨੂੰ d ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਦੋਵੇਂ ਵਿੱਚ r ਬਚੇ, ਤਾਂ A=dp+r ਅਤੇ B=dq+r। ਫ਼ਰਕ A−B=d(p−q) ਬਣਦਾ ਹੈ, ਜੋ d ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ differences ਦਾ HCF ਹੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ d ਹੈ। Remainder ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Arrange the numbers from small to large.
2. Subtract consecutive numbers. Two differences are enough for three numbers.
3. Find the HCF of those differences.
4. Divide one original number by the HCF to check that the same remainder appears in all.

(1) ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਲਿਖੋ। (2) ਨਾਲ-ਨਾਲ ਵਾਲੀਆਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਕੱਢੋ। (3) ਉਹਨਾਂ differences ਦਾ HCF ਲਓ। (4) ਇੱਕ ਵਾਰ ਜਵਾਬ ਨਾਲ original numbers divide ਕਰਕੇ same remainder check ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Never start by guessing the common remainder. Just subtract the numbers. If the gaps are equal, that gap itself is the answer. This is different from Type 4: there, remainders are different and you subtract each number's stated remainder.

Common remainder ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਨਾ ਲਗਾਓ; ਸਿਰਫ਼ numbers ਦੇ differences ਕੱਢੋ। ਜੇ gaps ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ, ਉਹ gap ਹੀ ਜਵਾਬ ਹੈ। Type 4 ਵਿੱਚ ਹਰ number ਵਿੱਚੋਂ ਉਸ ਦਾ remainder ਘਟਦਾ ਹੈ; ਇੱਥੇ numbers ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਘਟਦੇ ਹਨ।

Ex 1 **Find the greatest number that divides 58, 82 and 106, leaving the same remainder in each case.**

58, 82 ਅਤੇ 106 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 12 B) 18 C) 24 D) 48

Answer: C — 24

Quick method (≈20 sec): Differences: 82−58=24 and 106−82=24. Equal gap means greatest divisor =24.

Full method: Required divisor d divides both differences 24 and 48 exactly. HCF(24,48)=24. Check: 58=2×24+10, 82=3×24+10, 106=4×24+10.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 82−58=24 ਅਤੇ 106−82=24। ਇੱਕੋ gap ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 24। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** differences 24 ਅਤੇ 48 ਦਾ HCF 24 ਹੈ। Check: ਤਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ remainder 10 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 2 **Find the greatest number that divides 145, 205 and 265, leaving the same remainder in each case.**

145, 205 ਅਤੇ 265 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 30 B) 45 C) 50 D) 60

Answer: D — 60

Quick method (≈20 sec): Both consecutive gaps are 60. Therefore answer =60.

Full method: 205−145=60 and 265−205=60. HCF(60,60)=60. Verification: 145=2×60+25, 205=3×60+25 and 265=4×60+25.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਦੋਵੇਂ gaps 60 ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਜਵਾਬ 60। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 60 ਅਤੇ 60 ਦਾ HCF 60 ਹੈ। 145, 205, 265 ਨੂੰ 60 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 25 ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 3 **Find the greatest number that divides 187, 247 and 307, leaving the same remainder in each case.**

187, 247 ਅਤੇ 307 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 30 **B)** 45 **C)** 60 **D)** 120

Answer: C — 60

Quick method (≈20 sec): 247−187=60 and 307−247=60. Answer =60.

Full method: A valid divisor must divide both 60 and 120. HCF(60,120)=60. Dividing gives 187=3×60+7, 247=4×60+7, 307=5×60+7.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 247−187=60 ਅਤੇ 307−247=60, ਇਸ ਲਈ 60। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** differences 60 ਅਤੇ 120 ਹਨ; HCF 60। ਤਿੰਨਾਂ original numbers ਵਿੱਚ remainder 7 ਹੈ।

Ex 4 **Find the greatest number that divides 412, 502 and 592, leaving the same remainder in each case.**

412, 502 ਅਤੇ 592 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 30 **B)** 45 **C)** 60 **D)** 90

Answer: D — 90

Quick method (≈20 sec): Both gaps are 90, so no HCF calculation is needed: answer 90.

Full method: 502−412=90 and 592−502=90. HCF(90,90)=90. Check: 412=4×90+52; 502=5×90+52; 592=6×90+52.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਦੋਵੇਂ differences 90 ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸਿੱਧਾ ਜਵਾਬ 90। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 90 ਅਤੇ 90 ਦਾ HCF 90। ਤਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ 52 remainder ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 5 **Find the greatest number that divides 319, 427 and 535, leaving the same remainder in each case.**

319, 427 ਅਤੇ 535 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 27 **B)** 36 **C)** 54 **D)** 108

Answer: D — 108

Quick method (≈20 sec): 427−319=108 and 535−427=108. So answer =108.

Full method: HCF of the differences 108 and 216 is 108. Check by division: 319=2×108+103, 427=3×108+103, 535=4×108+103. Same remainder 103 confirms it.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 427−319=108 ਅਤੇ 535−427=108। ਜਵਾਬ 108। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** differences 108 ਅਤੇ 216 ਦਾ HCF 108 ਹੈ। ਹਰ number ਵਿੱਚ 103 remainder ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 6 **Find the greatest number that divides 754, 922 and 1090, leaving the same remainder in each case.**

754, 922 ਅਤੇ 1090 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 84 **B)** 126 **C)** 168 **D)** 336

Answer: C — 168

Quick method (≈25 sec): Gaps are 168 and 168, hence greatest divisor 168.

Full method: 922−754=168 and 1090−922=168. HCF(168,336)=168. Verify: 754=4×168+82, 922=5×168+82, 1090=6×168+82.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਦੋਵੇਂ gaps 168 ਹਨ। ਜਵਾਬ 168। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 168 ਅਤੇ 336 ਦਾ HCF 168 ਹੈ। ਤਿੰਨਾਂ ਨੂੰ 168 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ 82 ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 7 **Find the greatest number that divides 1001, 1271 and 1541, leaving the same remainder in each case.**

1001, 1271 ਅਤੇ 1541 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 90 **B)** 135 **C)** 180 **D)** 270

Answer: D — 270

Quick method (≈25 sec): Consecutive gaps are 270 and 270. Answer=270.

Full method: HCF of differences 270 and 540 is 270. Now 1001=3×270+191, 1271=4×270+191 and 1541=5×270+191. Thus same remainder is obtained.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 1271−1001=270 ਅਤੇ 1541−1271=270। ਜਵਾਬ 270। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 270 ਅਤੇ 540 ਦਾ HCF 270। ਤਿੰਨਾਂ numbers ਵਿੱਚ 191 remainder ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 8 **PSSSB Clerk pattern: Find the greatest number that divides 1057, 1387 and 1717, leaving the same remainder in each case.**

PSSSB Clerk ਪੈਟਰਨ: 1057, 1387 ਅਤੇ 1717 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 110 **B)** 165 **C)** 275 **D)** 330

Answer: D — 330

Quick method (≈25 sec): 1387−1057=330 and 1717−1387=330. Answer is 330.

Full method: A common-remainder divisor divides differences 330 and 660. HCF(330,660)=330. Check: 1057=3×330+67, 1387=4×330+67, 1717=5×330+67.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਦੋਵੇਂ consecutive differences 330 ਹਨ। ਜਵਾਬ 330। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 330 ਅਤੇ 660 ਦਾ HCF 330। ਤਿੰਨਾਂ divisions ਵਿੱਚ remainder 67 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Subtracting a guessed remainder from every number. The common remainder is unknown and unnecessary.
- Taking HCF of original numbers instead of their differences.
- Using LCM just because the word “same” appears; “greatest divisor” always points to HCF.

Common remainder ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਾ ਕੇ ਘਟਾਉਣਾ ਨਹੀਂ। Original numbers ਦਾ HCF ਨਹੀਂ, differences ਦਾ HCF ਲਓ। “same” ਸ਼ਬਦ ਦੇਖ ਕੇ LCM ਨਾ ਲਗਾਓ; “greatest divisor” HCF ਦੀ ਨਿਸ਼ਾਨੀ ਹੈ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Spend about 25–35 seconds. The correct option must divide every pairwise difference. If the numbers are equally spaced, the spacing is the answer—use this to eliminate options instantly.

25–35 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ ਕਰੋ। ਸਹੀ option ਹਰ pair ਦੇ difference ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਜੇ numbers equally spaced ਹਨ, spacing ਹੀ ਜਵਾਬ ਹੈ।

TYPE 6 Least Number Leaving a Given Remainder

ਹਰ ਵਾਰ ਦਿੱਤਾ ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

This type asks for the least number **greater than every given divisor** which leaves remainder r each time. For example, a stock count leaves 3 items after packing in groups of 5, 8 or 12. In the eight examples below, "least" always means least above all the divisors.

ਇਸ type ਵਿੱਚ ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪੁੱਛੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜੋ **ਹਰ ਦਿੱਤੇ divisor ਤੋਂ ਵੱਡੀ** ਹੋਵੇ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ r remainder ਛੱਡੇ। ਹੇਠਲੇ ਅੱਠ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ "ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ" ਦਾ ਮਤਲਬ ਸਾਰੇ divisors ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

If N leaves remainder r on division by every divisor, then N−r is divisible by every divisor. Thus N−r is a common multiple. The least solution greater than every divisor is **N = LCM(divisors) + r**. If a question asks only for the least positive solution and r>0, **N=r** also satisfies it. Here r must be smaller than every divisor.

ਜੇ N ਨੂੰ ਹਰ divisor ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ r ਬਚੇ, ਤਾਂ N−r ਸਭ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਸਾਰੇ divisors ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਹਿਲਾ ਹੱਲ **N = LCM + r** ਹੈ। ਜੇ ਸਵਾਲ ਸਿਰਫ਼ least positive ਪੁੱਛੇ, ਤਾਂ r ਵੀ ਹੱਲ ਹੈ (ਜੇ r>0 ਹੋਵੇ)। ਬਾਕੀ r ਹਰ divisor ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੋਣਾ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Find LCM of all stated divisors.
2. Add the common remainder once—not once for each divisor.
3. Divide the answer by each divisor to verify the stated remainder.

(1) ਸਾਰੇ divisors ਦਾ LCM ਲਓ। (2) common remainder ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਵਾਰ ਜੋੜੋ। (3) ਹਰ divisor ਨਾਲ divide ਕਰਕੇ ਬਾਕੀ check ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Make one mental sentence: "Remove the remainder, then it must be a common multiple." That sentence tells you LCM+r, not HCF. When r=0, do not add anything; the answer is simply the LCM.

ਇੱਕ line ਯਾਦ ਰੱਖੋ: "remainder ਹਟਾਓ, ਬਚੀ ਸੰਖਿਆ common multiple ਹੈ।" ਇਸ ਲਈ LCM+r ਲੱਗਦਾ ਹੈ, HCF ਨਹੀਂ। ਜੇ r=0 ਹੈ ਤਾਂ ਕੁਝ ਜੋੜਨਾ ਨਹੀਂ; ਸਿੱਧਾ LCM ਜਵਾਬ ਹੈ।

Ex 1 **Find the least number which leaves remainder 2 when divided by 4, 6 and 9.**

4, 6 ਅਤੇ 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 2 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 34 **B)** 36 **C)** 38 **D)** 42

Answer: C — 38

Quick method (≈20 sec): LCM(4,6,9)=36. Add remainder 2: 36+2=38.

Full method: $4=2^2$, $6=2\times3$, $9=3^2$; LCM=$2^2\times3^2$=36. N=36+2=38. Check: 38 leaves 2 on division by 4, 6 and 9.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 4,6,9 ਦਾ LCM 36; 2 ਜੋੜ ਕੇ 38। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** LCM=$2^2\times3^2$=36। N=36+2=38; ਤਿੰਨਾਂ divisions ਵਿੱਚ 2 ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 2 **Find the least number which leaves remainder 3 when divided by 5, 8 and 12.**

5, 8 ਅਤੇ 12 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 3 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 120 **B)** 123 **C)** 125 **D)** 243

Answer: B — 123

Quick method (≈20 sec): LCM(5,8,12)=120. Therefore required number=120+3=123.

Full method: $5=5$, $8=2^3$, $12=2^2\times3$. LCM$=2^3\times3\times5=120$. $N-3=120$, so $N=123$. $123=24\times5+3$, $15\times8+3$, $10\times12+3$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 120 ਹੈ; 3 ਜੋੜ ਕੇ 123। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 5,8,12 ਦਾ LCM 120। $N-3=120$, ਇਸ ਲਈ $N=123$। ਹਰ divisor ਨਾਲ divide ਕਰਨ ਤੇ 3 ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 3 **Find the least number which leaves remainder 4 when divided by 7, 9 and 12.**

7, 9 ਅਤੇ 12 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 4 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 248 **B)** 252 **C)** 256 **D)** 260

Answer: C — 256

Quick method (≈25 sec): LCM(7,9,12)=7×9×4=252. Add 4: 256.

Full method: $7=7$, $9=3^2$, $12=2^2\times3$. LCM$=2^2\times3^2\times7=252$. $N=252+4=256$. Thus $N-4$ is divisible by 7, 9 and 12.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 7,9,12 ਦਾ LCM 252। 4 ਜੋੜ ਕੇ 256। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** LCM = $2^2\times3^2\times7=252$। $N-4=252$, ਇਸ ਲਈ $N=256$।

Ex 4 **Find the least number which leaves remainder 5 when divided by 8, 15 and 20.**

8, 15 ਅਤੇ 20 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 5 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 115 **B)** 120 **C)** 125 **D)** 130

Answer: C — 125

Quick method (≈25 sec): LCM(8,15,20)=120. Required number=120+5=125.

Full method: $8=2^3$, $15=3\times5$, $20=2^2\times5$. LCM$=2^3\times3\times5=120$. $N-5=120$, hence $N=125$. The remainders are 5 in all three divisions.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM(8,15,20)=120। 5 ਜੋੜ ਕੇ 125। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** highest prime powers 2^3, 3, 5 ਹਨ, ਇਸ ਲਈ LCM 120। $N=120+5=125$।

Ex 5 **Find the least number which leaves remainder 7 when divided by 9, 14 and 18.**

9, 14 ਅਤੇ 18 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 7 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 119 **B)** 126 **C)** 133 **D)** 140

Answer: C — 133

Quick method (≈25 sec): LCM(9,14,18)=126. Add 7 to get 133.

Full method: $9=3^2$, $14=2\times7$, $18=2\times3^2$. LCM$=2\times3^2\times7=126$. $N=126+7=133$. Therefore N leaves 7 when divided by each given number.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 126; 7 ਜੋੜ ਕੇ 133। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 9,14,18 ਦੀਆਂ highest powers $2\times3^2\times7$ ਹਨ, product 126। ਇਸ ਲਈ N=133।

Ex 6 **Find the least number which leaves remainder 8 when divided by 11, 13 and 17.**

11, 13 ਅਤੇ 17 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 8 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 2,423 **B)** 2,431 **C)** 2,439 **D)** 2,447

Answer: C — 2,439

Quick method (≈30 sec): 11,13,17 are distinct primes, so LCM=11×13×17=2,431. Add 8: 2,439.

Full method: Since no two of 11, 13, 17 share a factor, LCM=11×13×17. First 11×13=143; 143×17=2,431. N−8=2,431, therefore N=2,439.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 11,13,17 ਵੱਖ-ਵੱਖ primes ਹਨ, ਇਸ ਲਈ LCM=2431। 8 ਜੋੜ ਕੇ 2439। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 11×13=143 ਅਤੇ 143×17=2431। N−8=2431, ਇਸ ਲਈ N=2439।

Ex 7 **Find the least number which leaves remainder 4 when divided by 6, 10 and 15.**

6, 10 ਅਤੇ 15 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 4 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 30 **B)** 34 **C)** 36 **D)** 64

Answer: B — 34

Quick method (≈20 sec): LCM(6,10,15)=30. Add 4: answer 34.

Full method: 6=2×3, 10=2×5, 15=3×5. LCM=2×3×5=30. Since N−4 must be a common multiple, N=30+4=34. Check: 34 leaves 4 on division by 6, 10 and 15.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 6,10,15 ਦਾ LCM 30। 4 ਜੋੜ ਕੇ 34। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** LCM=2×3×5=30। N−4=30, ਇਸ ਲਈ N=34। ਹਰ ਵਾਰ 4 remainder ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 8 **SSC MTS pattern: Find the least number which leaves remainder 10 when divided by 16, 24 and 36.**

SSC MTS ਪੈਟਰਨ: 16, 24 ਅਤੇ 36 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 10 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 134 **B)** 144 **C)** 150 **D)** 154

Answer: D — 154

Quick method (≈30 sec): LCM(16,24,36)=144. Add 10: 154.

Full method: $16=2^4$; $24=2^3\times3$; $36=2^2\times3^2$. LCM=$2^4\times3^2$=16×9=144. Required N=144+10=154. It leaves 10 on all three divisions.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 16,24,36 ਦਾ LCM 144 ਹੈ। 10 ਜੋੜ ਕੇ 154। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** highest powers 2^4 ਅਤੇ 3^2 ਹਨ। 16×9=144; N=144+10=154।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Using HCF because the question mentions a remainder. Here “least number” requires LCM.
- Adding the remainder to every divisor before taking LCM. Take LCM first, then add r once.
- Ignoring the rule r < divisor. If r is not smaller, the statement itself is impossible.

Remainder ਦੇਖ ਕੇ HCF ਨਾ ਲਗਾਓ; “least number” ਲਈ LCM ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਹਰ divisor ਵਿੱਚ r ਜੋੜ ਕੇ LCM ਨਹੀਂ ਲੈਣਾ; ਪਹਿਲਾਂ LCM, ਫਿਰ r ਇੱਕ ਵਾਰ। Remainder divisor ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Spend 25–40 seconds. Subtract the stated remainder from each answer option: the correct option must leave a number divisible by every listed divisor. This lets you test choices without rebuilding the full solution.

25–40 ਸਕਿੰਟ ਦਿਓ। ਹਰ option ਵਿੱਚੋਂ stated remainder ਘਟਾਓ; ਸਹੀ option ਤੋਂ ਬਚੀ ਸੰਖਿਆ ਹਰ divisor ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇਗੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ full calculation ਬਿਨਾਂ ਵੀ options test ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

TYPE 7 Least Amount to Add or Subtract for Exact Division

ਪੂਰਾ ਵੰਡਾਉਣ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ ਜਾਂ ਘਟਾਈਏ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

A shop has 278 pencils and wants to pack them equally in groups of 6, 9 or 12 with none left. How many pencils must be removed? Questions say “least number to add/subtract”, “next number divisible by all”, or “greatest multiple below”. The target is a common multiple of the listed divisors.

ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ 278 pencils ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ 6, 9 ਜਾਂ 12 ਦੇ groups ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਬਚਤ ਪੈਕ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੀਆਂ pencils ਹਟਾਉਣੀਆਂ ਪੈਣਗੀਆਂ? “least to add/subtract”, “next number divisible by all” ਜਾਂ “greatest multiple below” ਇਸ type ਦੀ ਪਛਾਣ ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Let **L** be the LCM of all divisors, **N** the given number, and **s** the remainder when N is divided by L. Then N = qL+s, where q is a whole-number quotient and 0 ≤ s < L. To reach the previous multiple, subtract **s**. To reach the next multiple, add **L−s** when s>0. For the nearest multiple compare s with L−s; if equal, both neighbours are equally near. If s=0, N is already divisible and the least adjustment is 0.

L ਸਾਰੇ divisors ਦਾ LCM, **N** ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਤੇ **s** ਬਾਕੀ ਹੈ। ਫਿਰ N=qL+s। ਪਿਛਲੇ multiple ਲਈ **s ਘਟਾਓ**; ਅਗਲੇ ਲਈ **L−s ਜੋੜੋ**। ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲੀ multiple ਲਈ s ਅਤੇ L−s ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ; ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਨੇੜੇ ਹਨ। s=0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੁਝ ਬਦਲਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Find LCM L of every stated divisor.
2. Divide N by L and record remainder s.
3. If asked to subtract, answer s; if asked to add, answer L−s (or 0 when s=0).
4. For the next multiple strictly above N, use (q+1)L even if s=0. For the greatest multiple strictly below N, use (q−1)L when s=0.

(1) Divisors ਦਾ LCM L ਕੱਢੋ। (2) N ਨੂੰ L ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ਬਾਕੀ s ਲਿਖੋ। (3) ਘਟਾਉਣਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ s; ਜੋੜਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ L−s (ਜੇ s=0 ਤਾਂ 0)। (4) “strictly above/below” ਹੋਵੇ ਤਾਂ N ਆਪ multiple ਹੋਣ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ ਅਗਲਾ/ਪਿਛਲਾ multiple ਲਓ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Find the nearest multiples of L around N. Their distances from N are the subtraction and addition answers. This works because a number divisible by all divisors is exactly a multiple of their LCM. It does not answer a question asking for only one of the divisors; read “all” carefully.

N ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ L ਦੇ ਨੇੜਲੇ multiples ਲੱਭੋ। ਪਿਛਲੇ ਤੱਕ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਘਟਾਉਣ ਵਾਲਾ ਜਵਾਬ ਹੈ; ਅਗਲੇ ਤੱਕ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਜੋੜਣ ਵਾਲਾ। ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਰੇ divisors ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ L ਦੀ multiple ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ “all” ਜ਼ਰੂਰ ਵੇਖੋ।

Ex 1 **What least number should be added to 50 so the result is divisible by both 6 and 8?**

50 ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 6 ਅਤੇ 8 ਦੋਵਾਂ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ?

A) 6 **B)** 10 **C)** 22 **D)** 24

Answer: C — 22

Quick method (≈20 sec): LCM(6,8)=24. Multiples around 50 are 48 and 72. Add 72−50=22.

Full method: $6=2\times3$ and $8=2^3$; $L=2^3\times3=24$. Division gives $50=2\times24+2$. To reach $3\times24=72$, add $24-2=22$. Both $72\div6=12$ and $72\div8=9$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 6 ਤੇ 8 ਦਾ LCM 24 ਹੈ। 50 ਤੋਂ ਅਗਲੀ multiple 72; 72−50=22। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $50=2\times24+2$, ਇਸ ਲਈ $24-2=22$ ਜੋੜੋ। 72 ਦੋਵਾਂ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

Ex 2 **What least number should be subtracted from 101 so the result is divisible by 4, 6 and 9?**

101 ਵਿੱਚੋਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਘਟਾਈਏ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 4, 6 ਅਤੇ 9 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ?

A) 7 **B)** 9 **C)** 13 **D)** 29

Answer: D — 29

Quick method (≈20 sec): LCM(4,6,9)=36. Previous multiple below 101 is 72; subtract 101−72=29.

Full method: $4=2^2$, $6=2\times3$, $9=3^2$; $L=2^2\times3^2=36$. Now $101=2\times36+29$. Remove remainder 29 to get 72. Check: $72\div4=18$, $72\div6=12$, $72\div9=8$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 36। 101 ਤੋਂ ਪਿਛਲੀ multiple 72; 101−72=29। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $101=2\times36+29$। 29 ਘਟਾਉਣ ਤੇ 72 ਬਣਦਾ ਹੈ, ਜੋ 4, 6 ਅਤੇ 9 ਨਾਲ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

Ex 3 **What least number should be added to 156 so the result is divisible by 6, 8 and 10?**

156 ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 6, 8 ਅਤੇ 10 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ?

A) 36 **B)** 64 **C)** 84 **D)** 120

Answer: C — 84

Quick method (≈25 sec): LCM(6,8,10)=120. Next multiple after 156 is 240; add 240−156=84.

Full method: $6=2\times3$, $8=2^3$, $10=2\times5$, so $L=2^3\times3\times5=120$. Since $156=120+36$, addition needed is $120-36=84$. New number 240 is divisible by 6, 8 and 10.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 120; ਅਗਲੀ multiple 240 ਹੈ। 240−156=84। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $156=120+36$। ਅਗਲੀ multiple ਤੱਕ $120-36=84$ ਜੋੜਨੇ ਪੈਣਗੇ।

Ex 4 **What least number should be subtracted from 278 so the result is divisible by 6, 9 and 12?**

278 ਵਿੱਚੋਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਘਟਾਈਏ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 6, 9 ਅਤੇ 12 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ?

A) 10 **B)** 18 **C)** 26 **D)** 34

Answer: C — 26

Quick method (≈25 sec): LCM(6,9,12)=36. Previous multiple is 7×36=252; 278−252=26.

Full method: $6=2\times3$, $9=3^2$, $12=2^2\times3$. Thus $L=2^2\times3^2=36$. Divide: $278=7\times36+26$. Subtract remainder 26; $252\div6=42$, $252\div9=28$ and $252\div12=21$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 36 ਅਤੇ 278 ਤੋਂ ਪਿਛਲਾ multiple 252। ਫ਼ਰਕ 26। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $278=7\times36+26$। 26 ਘਟਾ ਕੇ 252 ਬਣਦਾ ਹੈ; ਤਿੰਨਾਂ divisors ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

Ex 5 **Find the least number greater than 475 that is exactly divisible by 8, 12 and 15.**

475 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12 ਅਤੇ 15 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ।

A) 480 **B)** 500 **C)** 540 **D)** 600

Answer: A — 480

Quick method (≈25 sec): LCM(8,12,15)=120. 4×120=480 is just above 475.

Full method: $8=2^3$, $12=2^2\times3$, $15=3\times5$. $L=2^3\times3\times5=120$. Multiples near 475 are 3L=360 and 4L=480; the first greater than 475 is 480.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 120; 4×120=480, ਜੋ 475 ਤੋਂ ਥੋੜ੍ਹਾ ਵੱਡਾ ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** L=120। 3L=360 ਤੇ 4L=480; ਇਸ ਲਈ 480 ਪਹਿਲਾ ਸਹੀ multiple ਹੈ।

Ex 6 **Which number nearest to 589 is exactly divisible by 9, 12 and 20?**

589 ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 9, 12 ਤੇ 20 ਤਿੰਨਾਂ ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡਦੀ ਹੈ?

A) 360 **B)** 480 **C)** 540 **D)** 720

Answer: C — 540

Quick method (≈30 sec): LCM=180. Neighbouring multiples are 540 and 720. Distances from 589 are 49 and 131; 540 is nearer.

Full method: $9=3^2$, $12=2^2\times3$, $20=2^2\times5$, so $L=2^2\times3^2\times5=180$. Divide: $589=3\times180+49$. Previous multiple=540, gap=49; next multiple=720, gap=180−49=131. Since 49<131, choose 540.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 180। 589 ਦੇ ਨੇੜੇ multiples 540 ਤੇ 720 ਹਨ। ਫ਼ਰਕ 49 ਤੇ 131; 540 ਨੇੜੇ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $589=3\times180+49$। ਪਿਛਲੀ multiple ਤੱਕ 49 ਅਤੇ ਅਗਲੀ ਤੱਕ 180−49=131 ਜਾਣਾ ਹੈ। ਜਵਾਬ 540।

Ex 7 **What least number should be added to 1,250 so the result is divisible by 12, 15 and 28?**

1,250 ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 12, 15 ਅਤੇ 28 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ?

A) 5 **B)** 10 **C)** 20 **D)** 30

Answer: B — 10

Quick method (≈35 sec): LCM(12,15,28)=420. 3×420=1,260, so add 10.

Full method: $12=2^2\times3$; $15=3\times5$; $28=2^2\times7$. $L=2^2\times3\times5\times7=420$. $1,250=2\times420+410$. To reach $3\times420=1,260$, add $420-410=10$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 420 ਹੈ। $420\times3=1260$, ਇਸ ਲਈ 1250 ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜੋ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** $1250=2\times420+410$। ਅਗਲੀ multiple ਲਈ $420-410=10$ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

Ex 8 **SSC CGL pattern: Find the smallest four-digit number exactly divisible by 11, 12 and 15.**

SSC CGL ਪੈਟਰਨ: ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 11, 12 ਅਤੇ 15 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ।

A) 1,100 B) 1,200 C) 1,320 D) 1,650

Answer: C — 1,320

Quick method (≈30 sec): $LCM=11\times LCM(12,15)=11\times60=660$. First four-digit multiple is $2\times660=1,320$.

Full method: $11=11$, $12=2^2\times3$ and $15=3\times5$. $L=2^2\times3\times5\times11=660$. Since 660 has three digits and $2\times660=1,320$ has four, 1,320 is the smallest four-digit common multiple.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 12 ਤੇ 15 ਦਾ LCM 60; 11 ਨਾਲ 660। ਪਹਿਲੀ ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ multiple $2\times660=1320$। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ ਦਾ LCM 660 ਹੈ। 660 ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦਾ, 1320 ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਪਹਿਲਾ multiple ਹੈ।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- For “add”, reporting the remainder s instead of L−s; s is the amount to subtract.
- Dividing N by each divisor separately and combining three different remainders; first form one LCM.
- For “strictly greater”, returning N itself when N already is a multiple.

“add” ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ remainder s ਜਵਾਬ ਨਾ ਦਿਓ; ਉਹ ਘਟਾਉਣ ਲਈ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ LCM ਬਣਾਓ। “strictly greater” ਹੋਵੇ ਤਾਂ N ਆਪ ਵੰਡਦਾ ਹੋਣ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ ਅਗਲੀ multiple ਲਓ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This variation appears regularly in SSC and Railway number problems. Aim for 30–40 seconds. In the options, add or subtract the candidate from N; the result must be a multiple of L. For a four-digit target, estimate $1,000\div L$ and round upward.

SSC ਤੇ Railway ਦੇ number ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਅਕਸਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। 30–40 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। Option ਨੂੰ N ਵਿੱਚ ਜੋੜ/ਘਟਾ ਕੇ L ਦੀ multiple ਚੈੱਕ ਕਰੋ। ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਲਈ $1000\div L$ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਾ ਕੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲੀ multiple ਲਓ।

TYPE 8 Bells, Traffic Lights, Runners and Repeating Events

ਘੰਟੀਆਂ, ਟ੍ਰੈਫਿਕ ਲਾਈਟਾਂ, ਦੌੜਾਕ ਅਤੇ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

Two bells ring every 12 and 18 seconds. If both ring now, their next shared ring is at a time that is a multiple of both intervals. Questions say “together again”, “next coincide”, “both at the starting point”, or “how many times together”. Convert all intervals to the same unit first.

ਦੋ ਘੰਟੀਆਂ 12 ਤੇ 18 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ। ਹੁਣ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਅਗਲਾ ਇਕੱਠਾ ਸਮਾਂ ਦੋਵਾਂ intervals ਦੀ multiple ਹੋਵੇਗਾ। “together again”, “next coincide”, “starting point ਤੇ ਫਿਰ ਇਕੱਠੇ” ਇਸ ਦੀ ਪਛਾਣ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ units ਇੱਕੋ ਕਰੋ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For events that **start together** and repeat every a, b, c units, the next common event is after **LCM(a,b,c)** units. Each letter is one event's repeat interval. This follows because a common event must fall on every event's timetable. If asking how many common events in a duration T, count multiples of LCM within T; include time zero only if the question includes the starting instant.

ਜੇ events **ਇਕੱਠੇ ਸ਼ੁਰੂ** ਹੋਣ ਅਤੇ a, b, c ਸਮੇਂ ਬਾਅਦ ਦੁਹਰਾਉਣ, ਅਗਲਾ ਇਕੱਠਾ ਸਮਾਂ **LCM(a,b,c)** ਹੈ। a, b, c ਹਰ event ਦੇ intervals ਹਨ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਕੱਠਾ ਸਮਾਂ ਹਰ timetable ਤੇ ਆਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਗਿਣਤੀ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਸ਼ੁਰੂ ਵਾਲਾ ਪਲ ਸਿਰਫ਼ ਉਦੋਂ ਗਿਣੋ ਜਦੋਂ ਸਵਾਲ ਉਸਨੂੰ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰੇ।

STRIKES AND INTERVALS · ਵੱਜਣ ਦੀਆਂ ਵਾਰਾਂ ਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਸਮਾਂ

If a bell makes **n** strikes from first to last in **t** seconds, it has only **n−1** gaps. Its repeat interval is **t/(n−1)** seconds, not t/n. First turn the strike count into an interval, then apply LCM. This assumes the strikes are evenly spaced.

ਘੰਟੀ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਤੋਂ ਆਖਰੀ ਵਾਰ ਤੱਕ **t** ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ **n** ਵਾਰ ਵੱਜੇ ਤਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਿਰਫ਼ **n−1** gaps ਹਨ। ਇੱਕ gap ਦਾ ਸਮਾਂ **t/(n−1)** ਹੈ, t/n ਨਹੀਂ। ਪਹਿਲਾਂ gap ਕੱਢੋ, ਫਿਰ LCM ਲਗਾਓ। ਇਹ ਤਾਂ ਹੀ ਸਹੀ ਹੈ ਜੇ gaps ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।

RUNNERS: A USEFUL DISTINCTION · ਦੌੜਾਕਾਂ ਲਈ ਖ਼ਾਸ ਗੱਲ

Runners returning **together to the starting line** use LCM of lap times. If they run in **opposite directions** and the question asks when they first meet anywhere on the track, use relative lap rate: **time = $(t_1 \times t_2)/(t_1+t_2)$**, where t_1 and t_2 are their full-lap times. This comes from their combined fractions of a lap per second, $1/t_1+1/t_2$, reaching one whole lap.

ਦੌੜਾਕ **starting line ਤੇ ਇਕੱਠੇ ਵਾਪਸ** ਕਦੋਂ ਆਉਣਗੇ—lap times ਦਾ LCM ਲਓ। **ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਤੇ ਵੀ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ** ਕਦੋਂ ਮਿਲਣਗੇ—time = $(t_1 \times t_2)/(t_1+t_2)$। ਦੋਵਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀ ਸਕਿੰਟ lap ਵਾਲੀ ਚਾਲ ਮਿਲ ਕੇ ਇੱਕ ਪੂਰਾ lap ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Write every interval with its unit; convert minutes and seconds to one unit.
2. Confirm that all events coincide at the stated start time.
3. For the next common repeat, calculate LCM of the intervals.
4. Add that duration to the start clock time, or count its multiples within the observation period.
5. For first meeting of opposite-direction runners anywhere on a circular track, use the relative-rate formula instead.

(1) ਸਾਰੇ intervals ਇੱਕੋ unit ਵਿੱਚ ਲਿਆਓ। (2) ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ events ਇਕੱਠੇ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਵੇਖੋ। (3) ਅਗਲੀ common repeat ਲਈ LCM ਕੱਢੋ। (4) start time ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ ਜਾਂ ਉਸ ਸਮੇਂ ਅੰਦਰ multiples ਗਿਣੋ। (5) ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ runners ਕਿਤੇ ਵੀ ਮਿਲਣ ਤਾਂ relative-rate formula ਲਗਾਓ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For intervals such as 12, 18 and 36 seconds, the largest interval 36 is already divisible by the others: LCM=36 immediately. For two runner lap times t_1, t_2, first decide whether the question says "starting point" (LCM) or "meet anywhere opposite ways" (product/sum). LCM cannot be used for that first opposite-direction meeting.

12, 18, 36 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ 36 ਬਾਕੀਆਂ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ LCM ਸਿੱਧਾ 36। Runners ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਸ਼ਬਦ ਵੇਖੋ: "starting point" ਹੋਵੇ ਤਾਂ LCM; "ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਿਤੇ ਵੀ ਮਿਲਣ" ਹੋਵੇ ਤਾਂ product/sum। ਦੂਜੇ ਕੇਸ ਵਿੱਚ LCM ਨਹੀਂ ਚੱਲਦਾ।

Ex 1 **Two bells ring every 12 and 18 seconds. If they ring together now, after how many seconds will they next ring together?**

ਦੋ ਘੰਟੀਆਂ 12 ਅਤੇ 18 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ। ਹੁਣ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜੀਆਂ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਕਿੰਨੇ ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

A) 24 s **B)** 30 s **C)** 36 s **D)** 72 s

Answer: C — 36 s

Quick method (≈20 sec): Multiples of 18: 18, 36; 36 is divisible by 12. Next together at 36 s.

Full method: $12=2^2\times3$ and $18=2\times3^2$. LCM$=2^2\times3^2=36$ seconds. In 36 seconds, the first bell rings $36\div12=3$ times after start and the second $36\div18=2$ times.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 18 ਦੀ ਦੂਜੀ multiple 36 ਹੈ; ਇਹ 12 ਨਾਲ ਵੀ ਵੰਡਦੀ ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 12 ਅਤੇ 18 ਦਾ LCM 36 ਸਕਿੰਟ। ਪਹਿਲੀ 3 intervals ਅਤੇ ਦੂਜੀ 2 intervals ਪੂਰੇ ਕਰੇਗੀ।

Ex 2 **Two traffic lights change together now. They repeat every 30 and 45 seconds. When do they next change together?**

ਦੋ traffic lights ਹੁਣ ਇਕੱਠੀਆਂ ਬਦਲੀਆਂ। ਉਹ 30 ਅਤੇ 45 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਦੁਹਰਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਕਦੋਂ ਇਕੱਠੀਆਂ ਬਦਲਣਗੀਆਂ?

A) 60 s **B)** 75 s **C)** 90 s **D)** 120 s

Answer: C — 90 s

Quick method (≈20 sec): 45, 90: the first multiple of 45 also divisible by 30 is 90.

Full method: $30=2\times3\times5$; $45=3^2\times5$. LCM$=2\times3^2\times5=90$ seconds. $90\div30=3$ and $90\div45=2$, so both schedules meet there.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 45 ਦੇ multiples 45, 90; 90, 30 ਨਾਲ ਵੀ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** LCM = $2\times3^2\times5$ = 90 ਸਕਿੰਟ। ਦੋਵਾਂ ਦੇ intervals ਪੂਰੇ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

Ex 3 **Three machines start together and complete a cycle every 8, 12 and 15 minutes. After how many minutes do they complete a cycle together again?**

ਤਿੰਨ machines ਇਕੱਠੀਆਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ 8, 12, 15 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ cycle ਪੂਰਾ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਕਿੰਨੇ ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਇਕੱਠੀਆਂ cycle ਪੂਰਾ ਕਰਨਗੀਆਂ?

A) 60 min **B)** 90 min **C)** 120 min **D)** 180 min

Answer: C — 120 min

Quick method (≈30 sec): 8 contributes 2^3, 12 contributes 3, 15 contributes 5. LCM$=8\times3\times5=120$.

Full method: $8=2^3$; $12=2^2\times3$; $15=3\times5$. LCM$=2^3\times3\times5=120$ minutes. The machines make 15, 10 and 8 cycles respectively before the next shared completion.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: highest powers 2^3, 3, 5 ਹਨ; $8\times3\times5=120$ ਮਿੰਟ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 120 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ machines ਕ੍ਰਮਵਾਰ 15, 10 ਅਤੇ 8 cycles ਪੂਰੇ ਕਰ ਲੈਂਦੀਆਂ ਹਨ।

Ex 4 **Three bells ring together at 9:00 a.m. and repeat every 20, 30 and 45 minutes. At what time will they next ring together?**

ਤਿੰਨ ਘੰਟੀਆਂ ਸਵੇਰੇ 9:00 ਵਜੇ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ 20, 30, 45 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਦੁਹਰਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਕਿਹੜੇ ਸਮੇਂ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

A) 10:30 a.m. **B)** 11:00 a.m. **C)** 12:00 noon **D)** 12:30 p.m.

Answer: C — 12:00 noon

Quick method (≈30 sec): LCM(20,30,45)=180 minutes=3 hours. 9:00 a.m.+3 hours=12:00 noon.

Full method: $20=2^2\times5$; $30=2\times3\times5$; $45=3^2\times5$. LCM=$2^2\times3^2\times5=180$ minutes. Convert $180\div60=3$ hours, then add to 9:00 a.m. to get 12:00 noon.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 180 ਮਿੰਟ = 3 ਘੰਟੇ। ਸਵੇਰੇ 9 ਤੋਂ 3 ਘੰਟੇ ਬਾਅਦ ਦੁਪਹਿਰ 12 ਵਜੇ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 20,30,45 ਦੇ prime factors ਦੀਆਂ ਵੱਡੀਆਂ powers ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 180 ਮਿੰਟ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

Ex 5 **Two runners start together from the same line on a circular track and each lap takes 48 and 72 seconds. When will both next be at that starting line together?**

ਦੋ runners ਗੋਲ track ਦੀ ਇੱਕੋ starting line ਤੋਂ ਇਕੱਠੇ ਚੱਲਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ lap 48 ਅਤੇ 72 ਸਕਿੰਟ ਦਾ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਮੁੜ starting line ਤੇ ਕਦੋਂ ਇਕੱਠੇ ਹੋਣਗੇ?

A) 96 s **B)** 120 s **C)** 144 s **D)** 288 s

Answer: C — 144 s

Quick method (≈25 sec): $48\times3=144$ and $72\times2=144$. First shared return is 144 s.

Full method: $48=2^4\times3$, $72=2^3\times3^2$. LCM=$2^4\times3^2=16\times9=144$ seconds. By then they have completed $144\div48=3$ laps and $144\div72=2$ laps.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: $48\times3=144$ ਅਤੇ $72\times2=144$। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** LCM(48,72)=144 ਸਕਿੰਟ। ਪਹਿਲੇ ਦੇ 3 ਤੇ ਦੂਜੇ ਦੇ 2 ਪੂਰੇ laps ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

Ex 6 **One bell strikes 4 times from first to last in 9 seconds; another strikes 6 times in 10 seconds. Starting together, how many times do they strike together from 0 through 30 seconds, including both ends?**

ਇੱਕ ਘੰਟੀ ਪਹਿਲੀ ਤੋਂ ਆਖਰੀ ਵਾਰ ਤੱਕ 9 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ 4 ਵਾਰ ਵੱਜਦੀ ਹੈ; ਦੂਜੀ 10 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ 6 ਵਾਰ। ਸ਼ੁਰੂ ਇਕੱਠੇ ਕਰਨ ਤੇ 0 ਤੋਂ 30 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ, ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ ਮਿਲਾ ਕੇ, ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 10

Answer: B — 6 times

Quick method (≈35 sec): First interval=$9\div(4-1)=3$ s; second=$10\div(6-1)=2$ s. Together every LCM(3,2)=6 s; $30\div6+1=6$ times.

Full method: Four strikes create 3 gaps, so each gap is $9\div3=3$ s. Six strikes create 5 gaps, so each is $10\div5=2$ s. Their common strikes occur at 0, 6, 12, 18, 24 and 30 seconds. There are 6, including the start and endpoint.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਪਹਿਲੀ ਦੇ 4 ਵਾਰਾਂ ਵਿੱਚ 3 gaps: $9\div3=3$ s। ਦੂਜੀ ਦੇ 6 ਵਾਰਾਂ ਵਿੱਚ 5 gaps: $10\div5=2$ s। LCM 6 s; $30\div6+1=6$ ਵਾਰ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਇਕੱਠੇ ਸਮੇਂ 0,6,12,18,24,30 ਹਨ। ਕੁੱਲ 6।

Ex 7 **Two runners start together from one point on a circular track in opposite directions. They take 60 and 90 seconds for one lap. When do they first meet anywhere on the track after starting?**

ਦੋ runners ਗੋਲ track ਉੱਤੇ ਇੱਕੋ point ਤੋਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ lap ਲਈ 60 ਅਤੇ 90 ਸਕਿੰਟ ਲੱਗਦੇ ਹਨ। ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਹ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ track ਉੱਤੇ ਕਿਤੇ ਵੀ ਕਦੋਂ ਮਿਲਣਗੇ?

A) 30 s **B)** 36 s **C)** 60 s **D)** 180 s

Answer: B — 36 s

Quick method (≈30 sec): Opposite ways: meeting time=(60×90)/(60+90)=5,400/150=36 s.

Full method: In one second they cover 1/60 and 1/90 of a lap toward each other. Together that is 1/60+1/90=(3+2)/180=5/180=1/36 lap per second. They meet when the combined distance is one lap: 1÷(1/36)=36 seconds.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ time=(60×90)/(60+90)=36 ਸਕਿੰਟ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਇੱਕ ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਮਿਲ ਕੇ 1/60+1/90=1/36 lap ਕਵਰ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ lap ਜਿੰਨਾ ਫ਼ਾਸਲਾ 36 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਹੋਵੇਗਾ।

Ex 8 **Railway NTPC pattern: Three alarms sound together and repeat every 24, 36 and 54 seconds. After how long will all three next sound together?**

Railway NTPC ਪੈਟਰਨ: ਤਿੰਨ alarms ਇਕੱਠੇ ਵੱਜਦੇ ਹਨ ਅਤੇ 24, 36, 54 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਦੁਹਰਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਤਿੰਨੇ ਕਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਬਾਅਦ ਇਕੱਠੇ ਵੱਜਣਗੇ?

A) 2 min 36 s **B)** 3 min 12 s **C)** 3 min 36 s **D)** 4 min 12 s

Answer: C — 3 min 36 s

Quick method (≈35 sec): LCM needs 2^3 from 24 and 3^3 from 54: 8×27=216 s=3 min 36 s.

Full method: 24=2^3×3; 36=2^2×3^2; 54=2×3^3. LCM=2^3×3^3=216 seconds. Divide by 60: 216=3×60+36, so 3 minutes 36 seconds.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਵੱਡੀਆਂ powers 2^3 ਅਤੇ 3^3 ਹਨ। 8×27=216 ਸਕਿੰਟ = 3 ਮਿੰਟ 36 ਸਕਿੰਟ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ intervals ਦੀ factorisation ਤੋਂ LCM 216 ਸਕਿੰਟ ਆਇਆ। 216−180=36, ਇਸ ਲਈ 3 ਮਿੰਟ 36 ਸਕਿੰਟ।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Adding repeat intervals instead of taking their LCM.
- Mixing minutes with seconds; convert units before calculation and convert back afterward.
- Counting five intervals as five rings when the starting instant is included; count the initial ring as well.
- Using LCM for the first meeting of runners moving in opposite directions anywhere on the track; use their combined lap rates there.

Intervals ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ ਜੋੜਨਾ ਗਲਤ ਹੈ; LCM ਲਓ। ਮਿੰਟ ਤੇ ਸਕਿੰਟ ਇਕੱਠੇ ਨਾ ਮਿਲਾਓ। ਸ਼ੁਰੂ ਵਾਲੀ ring ਸ਼ਾਮਲ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਵੀ ਗਿਣੋ। ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ runners ਕਿਤੇ ਵੀ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਮਿਲਣ ਤਾਂ LCM ਨਹੀਂ, combined speed ਵਰਤੋ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Bells and signals are common one-step LCM questions in SSC and Railways; aim for 30–40 seconds. The next common time must be divisible by every interval, so test options quickly. For runners, underline “starting point” or “meet anywhere” before choosing the method.

SSC ਅਤੇ Railways ਵਿੱਚ bells ਤੇ signals ਅਕਸਰ ਇੱਕ-step LCM ਸਵਾਲ ਹਨ; 30–40 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਸਹੀ ਸਮਾਂ ਹਰ interval ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇਗਾ। Runners ਵਿੱਚ “starting point” ਜਾਂ “ਕਿਤੇ ਵੀ ਮਿਲਣ” ਸ਼ਬਦ ਪਹਿਲਾਂ ਵੇਖੋ।

TYPE 9 Equal Groups, Packets, Boxes and Rows

ਬਰਾਬਰ groups, packets, ਡੱਬੇ ਅਤੇ ਕਤਾਰਾਂ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

A fruit seller has 36 mangoes and 48 oranges. She wants the largest possible number of identical baskets, with the same number of each fruit in every basket and nothing left. That is an HCF question. If she instead asks for the smallest stock that can be packed in boxes of 6 or 8, that is an LCM question.

ਫਲਾਂ ਵਾਲੀ ਕੋਲ 36 ਅੰਬ ਅਤੇ 48 ਸੰਤਰੇ ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ baskets ਬਣਾਉਣੀਆਂ ਹਨ, ਹਰ basket ਵਿੱਚ ਹਰ ਫਲ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਕੁਝ ਬਚੇ ਨਾ—ਇਹ HCF ਹੈ। ਜੇ ਪੁੱਛੇ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਕਿੰਨੇ ਫਲ ਹੋਣ ਜੋ 6 ਜਾਂ 8 ਦੇ boxes ਵਿੱਚ ਪੂਰੇ ਭਰ ਜਾਣ, ਤਾਂ LCM ਹੈ।

How to recognise the two subtypes ਦੋ subtypes ਦੀ ਪਛਾਣ

Question wording	Choose	Reason
Maximum identical groups, packets or kits; largest equal piece or box capacity	HCF	The answer must divide each available quantity exactly.
Minimum total, least number of items or students; can be arranged in rows or boxes of several stated sizes	LCM	The answer must be a multiple of each possible row or box size.

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Suppose quantities are a, b and c. If **g** identical kits are made, each kit has a/g, b/g and c/g items. For these counts to be whole numbers, g must divide all three; the greatest possible g is **HCF(a,b,c)**. If a total **N** must fit rows of a, b or c with no one left, N must be a common multiple; the least such total is **LCM(a,b,c)**.

ਜੇ a, b, c ਚੀਜ਼ਾਂ ਤੋਂ **g** ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ kits ਬਣਦੀਆਂ ਹਨ, ਹਰ kit ਵਿੱਚ a/g, b/g, c/g ਚੀਜ਼ਾਂ ਜਾਣਗੀਆਂ। ਇਹ ਗਿਣਤੀਆਂ ਪੂਰੀਆਂ ਹੋਣ ਲਈ g ਤਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਵੰਡੇ; ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ g ਉਹਨਾਂ ਦਾ HCF ਹੈ। ਜੇ ਕੁੱਲ **N** ਬੱਚੇ a, b ਜਾਂ c ਦੀਆਂ rows ਵਿੱਚ ਪੂਰੇ ਆਉਣ, ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ N ਉਹਨਾਂ ਦਾ LCM ਹੈ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Underline what is being maximised or minimised: number of groups, items per group, or total items.
2. Ask whether the unknown **divides** every given quantity (HCF) or is **divisible by** each stated group size (LCM).
3. Calculate HCF or LCM by prime factors or common division.
4. If the question asks for contents per group, divide every stock by the number of groups. If it asks for total groups, add group counts only after finding their capacity.

(1) ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਕੀ “ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ” ਜਾਂ “ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ” ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। (2) Unknown ਹਰ quantity ਨੂੰ ਵੰਡੇ ਤਾਂ HCF; unknown ਹਰ group size ਨਾਲ ਵੰਡੇ ਤਾਂ LCM। (3) HCF/LCM ਕੱਢੋ। (4) ਹਰ group ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਆਵੇ, ਇਸ ਲਈ stocks ਨੂੰ groups ਨਾਲ divide ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Read the unknown aloud: “How many identical kits can I make?” → a common **divisor**, so HCF. “How many items do I need so any box size works?” → a common **multiple**, so LCM. This wording test works only after identifying the unknown; “maximum” alone does not always mean HCF.

Unknown ਨੂੰ ਬੋਲ ਕੇ ਵੇਖੋ: "ਕਿੰਨੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ kits?" → common **divisor**, HCF। "ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀਆਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹੋਣ ਕਿ ਹਰ box size ਚੱਲ ਜਾਵੇ?" → common **multiple**, LCM। ਸਿਰਫ਼ "maximum" ਸ਼ਬਦ ਦੇਖ ਕੇ HCF ਨਾ ਲਗਾਓ; ਕੀ ਲੱਭਣਾ ਹੈ, ਪਹਿਲਾਂ ਸਮਝੋ।

Ex 1 **A seller has 36 mangoes and 48 oranges. What is the greatest number of identical baskets she can prepare using all fruit?**

ਵਿਕਰੇਤਾ ਕੋਲ 36 ਅੰਬ ਤੇ 48 ਸੰਤਰੇ ਹਨ। ਸਾਰੇ ਫਲ ਵਰਤ ਕੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਕਿੰਨੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ baskets ਬਣ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

A) 6 **B)** 12 **C)** 18 **D)** 24

Answer: B — 12 baskets

Quick method (≈20 sec): Greatest number dividing both 36 and 48 is 12. Each basket then gets 3 mangoes and 4 oranges.

Full method: $36=2^2\times3^2$; $48=2^4\times3$. HCF$=2^2\times3=12$. For 12 baskets, mangoes per basket$=36\div12=3$ and oranges per basket$=48\div12=4$, with none left.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 36 ਤੇ 48 ਦਾ HCF 12। ਹਰ basket ਵਿੱਚ 3 ਅੰਬ ਤੇ 4 ਸੰਤਰੇ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** common prime factors $2^2\times3=12$ ਹਨ। $36\div12=3$ ਅਤੇ $48\div12=4$, ਇਸ ਲਈ 12 baskets ਬਣਦੀਆਂ ਹਨ।

Ex 2 **A class can be arranged in rows of 6, 8 or 15 students without anyone left over. What is the least possible number of students, greater than 15?**

ਇੱਕ class ਨੂੰ 6, 8 ਜਾਂ 15 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ rows ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਬਚਾਏ ਬਿਠਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। 15 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਗਿਣਤੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

A) 60 **B)** 90 **C)** 120 **D)** 240

Answer: C — 120 students

Quick method (≈25 sec): LCM$(6,8,15)=2^3\times3\times5=120$.

Full method: $6=2\times3$, $8=2^3$, $15=3\times5$. LCM$=2^3\times3\times5=120$. It makes $120\div6=20$ rows, $120\div8=15$ rows or $120\div15=8$ rows.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 6, 8, 15 ਦਾ LCM 120 ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 120 ਬੱਚੇ 6-6 ਦੇ 20, 8-8 ਦੇ 15 ਜਾਂ 15-15 ਦੇ 8 rows ਵਿੱਚ ਪੂਰੇ ਆ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

Ex 3 **A shop has 90 pens, 150 pencils and 210 erasers. What is the greatest number of identical stationery kits it can make using everything?**

ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ 90 pens, 150 pencils ਤੇ 210 erasers ਹਨ। ਸਭ ਚੀਜ਼ਾਂ ਵਰਤ ਕੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਕਿੰਨੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ kits ਬਣਣਗੀਆਂ?

A) 15 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 60

Answer: C — 30 kits

Quick method (≈25 sec): 90, 150, 210 are 3, 5, 7 times 30. Since 3, 5, 7 share no factor, HCF=30.

Full method: $90=2\times3^2\times5$, $150=2\times3\times5^2$, $210=2\times3\times5\times7$. Common part$=2\times3\times5=30$. Each kit gets $90\div30=3$ pens, $150\div30=5$ pencils and $210\div30=7$ erasers.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 90,150,210 ਕ੍ਰਮਵਾਰ 30 ਦੇ 3,5,7 ਗੁਣਾ ਹਨ; HCF 30। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** common factors $2\times3\times5=30$ ਹਨ। ਹਰ kit ਵਿੱਚ 3 pens, 5 pencils ਤੇ 7 erasers ਜਾਣਗੇ।

Ex 4 **Find the smallest number of sweets, greater than 18, that can be packed with none left in boxes holding 8, 12 or 18 sweets.**

18 ਤੋਂ ਵੱਧ ਮਿਠਾਈਆਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਗਿਣਤੀ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12 ਜਾਂ 18 ਵਾਲੇ boxes ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਬਚਤ ਪੈਕ ਹੋ ਜਾਵੇ।

A) 36 **B)** 48 **C)** 72 **D)** 144

Answer: C — 72 sweets

Quick method (≈25 sec): LCM(8,12,18)=$2^3\times3^2$=72.

Full method: 8=2^3, 12=$2^2\times3$, 18=2×3^2. LCM=8×9=72. It makes 9 boxes of 8, 6 boxes of 12, or 4 boxes of 18.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 8,12,18 ਦਾ LCM 72 ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 72 ਮਿਠਾਈਆਂ 8 ਵਾਲੇ 9, 12 ਵਾਲੇ 6 ਜਾਂ 18 ਵਾਲੇ 4 boxes ਵਿੱਚ ਪੂਰੀਆਂ ਆ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

Ex 5 **There are 168 kg of rice and 252 kg of wheat. They must go into separate equal-capacity bags without leftovers. What is the minimum total number of bags?**

168 kg ਚੌਲ ਤੇ 252 kg ਕਣਕ ਨੂੰ ਵੱਖਰੇ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ capacity ਵਾਲੇ bags ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਬਚਤ ਭਰਨਾ ਹੈ। ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ bags ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6

Answer: C — 5 bags

Quick method (≈25 sec): Greatest equal capacity=HCF(168,252)=84 kg. Bag count=168÷84+252÷84=2+3=5.

Full method: 168=$2^3\times3\times7$ and 252=$2^2\times3^2\times7$. HCF=$2^2\times3\times7$=84 kg. A smaller bag capacity would require at least as many bags, so choose 84 kg. Rice needs 2 bags; wheat needs 3. Total=5.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਵੱਡੀ ਸਾਂਝੀ capacity HCF=84 kg। ਚੌਲ 2 bags, ਕਣਕ 3; ਕੁੱਲ 5। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 168 ਤੇ 252 ਦਾ HCF 84 ਹੈ। 168÷84=2, 252÷84=3। ਘੱਟੋ-ਘੱਟ 5 bags ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

Ex 6 **A parade group can stand in rows of 12, 18 or 20 without anyone left. What is its smallest possible size, greater than 20?**

Parade ਵਾਲਾ group 12, 18 ਜਾਂ 20 ਦੀਆਂ rows ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਖੜ੍ਹ ਸਕਦਾ ਹੈ। 20 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

A) 90 **B)** 120 **C)** 180 **D)** 360

Answer: C — 180 people

Quick method (≈30 sec): 12=4×3, 18=2×9, 20=4×5; LCM=4×9×5=180.

Full method: 12=$2^2\times3$, 18=2×3^2, 20=$2^2\times5$. LCM=$2^2\times3^2\times5$=180. It gives 15, 10 or 9 complete rows respectively.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਵੱਡੀਆਂ powers 2^2, 3^2, 5 ਹਨ; 4×9×5=180। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 180 ਲੋਕ 12 ਦੇ 15, 18 ਦੇ 10 ਜਾਂ 20 ਦੇ 9 rows ਵਿੱਚ ਪੂਰੇ ਖੜ੍ਹ ਸਕਦੇ ਹਨ।

Ex 7 **A store has 96 shirts, 144 trousers and 168 caps. It makes the largest possible number of identical kits using all stock. How many caps go into each kit?**

ਸਟੋਰ ਵਿੱਚ 96 shirts, 144 trousers ਤੇ 168 caps ਹਨ। ਸਾਰੇ stock ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ kits ਬਣਾਈਆਂ। ਹਰ kit ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀਆਂ caps ਹੋਣਗੀਆਂ?

A) 4 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8

Answer: C — 7 caps

Quick method (≈35 sec): HCF(96,144,168)=24 kits. Caps per kit=168÷24=7.

Full method: 96=2^5×3; 144=2^4×3^2; 168=2^3×3×7. HCF=2^3×3=24 kits. Divide caps by kits: 168÷24=7 caps per kit. Shirts and trousers per kit are 4 and 6.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਤਿੰਨਾਂ ਦਾ HCF 24 kits। 168÷24=7 caps। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** common prime factors 2^3×3=24 ਹਨ। ਹਰ kit ਵਿੱਚ 96÷24=4 shirts, 144÷24=6 trousers ਤੇ 7 caps।

Ex 8 **PSSSB Clerk pattern: 144 red, 216 blue and 360 green badges are to be packed into the greatest possible number of identical packets, using every badge. How many packets are made?**

PSSSB Clerk ਪੈਟਰਨ: 144 ਲਾਲ, 216 ਨੀਲੇ ਅਤੇ 360 ਹਰੇ badges ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਵਰਤ ਕੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ packets ਵਿੱਚ ਪਾਉਣਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੇ packets ਬਣਣਗੇ?

A) 36 **B)** 48 **C)** 72 **D)** 108

Answer: C — 72 packets

Quick method (≈35 sec): 144=2×72, 216=3×72 and 360=5×72. Since 2,3,5 have HCF 1, answer=72.

Full method: 144=2^4×3^2; 216=2^3×3^3; 360=2^3×3^2×5. Common smallest powers give HCF=2^3×3^2=8×9=72. Each packet has 2 red, 3 blue and 5 green badges.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 144, 216, 360 ਕ੍ਰਮਵਾਰ 72 ਦੇ 2, 3, 5 ਗੁਣਾ ਹਨ; ਜਵਾਬ 72। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** HCF=2^3×3^2=72। ਹਰ packet ਵਿੱਚ 2 ਲਾਲ, 3 ਨੀਲੇ ਤੇ 5 ਹਰੇ badges ਹਨ।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Choosing LCM for “maximum identical kits”. The number of kits divides every stock quantity, so use HCF.
- Choosing HCF for “least total that fits rows of 12, 18 or 20”. The total must be divisible by every row size, so use LCM.
- Giving HCF as the contents of a kit. HCF gives the number of kits when stocks are item counts; divide each stock by HCF for kit contents.

“ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ kits” ਵਿੱਚ LCM ਨਹੀਂ, HCF। “ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਵੱਖ rows ਵਿੱਚ ਪੂਰੀ ਆਵੇ” ਲਈ LCM। HCF ਜੇ kits ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ ਤਾਂ ਹਰ kit ਦੀ ਚੀਜ਼ ਲੱਭਣ ਲਈ stock ਨੂੰ HCF ਨਾਲ divide ਕਰੋ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Grouping and packing are regular word problems in SSC, Banking and state exams. Allow about 35–45 seconds. An HCF answer must divide every stock; an LCM answer must itself be divisible by every stated box or row size. Use this to discard options.

SSC, Banking ਅਤੇ state exams ਵਿੱਚ ਇਹ word problems ਅਕਸਰ ਹਨ। 35–45 ਸਕਿੰਟ ਦਿਓ। HCF ਜਵਾਬ ਹਰ stock ਨੂੰ ਵੰਡੇਗਾ; LCM ਜਵਾਬ ਹਰ box ਜਾਂ row size ਨਾਲ ਵੰਡੇਗਾ। Options ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੱਢੋ।

TYPE 10 Largest Square Tile and Minimum Number of Tiles

ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਚੌਰਸ tile ਅਤੇ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ tiles

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

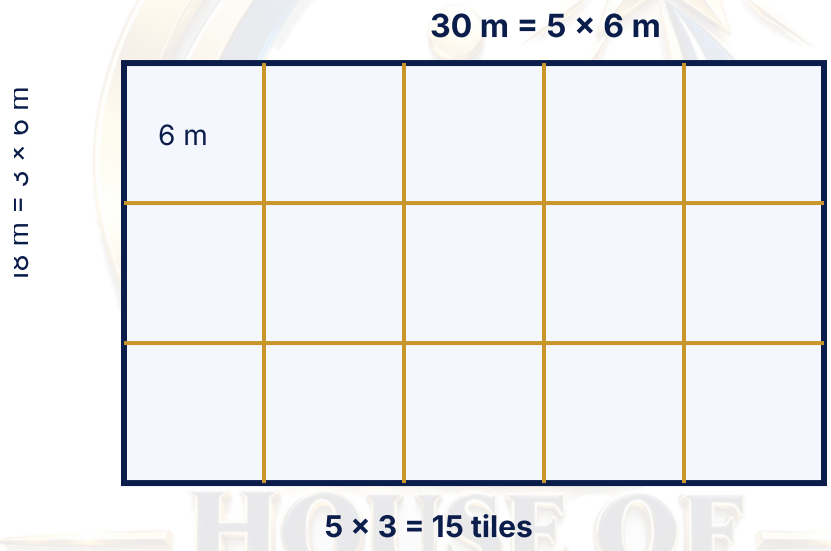
A rectangular room must be covered with equal square tiles without cutting a tile. The tile side must fit exactly along both the length and breadth. The largest possible side is their HCF. Larger tiles cover more area, so this choice gives the minimum number of tiles.

ਆਇਤਾਕਾਰ ਕਮਰੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਚੌਰਸ tiles ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੇ ਲਗਾਉਣੀਆਂ ਹਨ। Tile ਦਾ ਪਾਸਾ ਲੰਬਾਈ ਤੇ ਚੌੜਾਈ ਦੋਵੇਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਆਵੇ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਾਸਾ ਦੋਵਾਂ ਦਾ HCF ਹੈ। ਵੱਡੀ tile ਵੱਧ ਥਾਂ ਢੱਕਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ tiles ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਘੱਟ ਬਣਦੀ ਹੈ।

KEY FORMULA · ਮੁੱਖ ਫਾਰਮੂਲਾ

Let room length be **l**, breadth **b**, and square tile side **s**, all in the same unit. For the largest uncut tile, **s=HCF(l,b)**. Tiles along the length = l/s; tiles along the breadth = b/s. Thus **minimum number = (l/s)×(b/s) = (l×b)/s^2**. The formula comes from counting the grid of tile rows and columns.

ਕਮਰੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ **l**, ਚੌੜਾਈ **b** ਅਤੇ tile ਦਾ ਪਾਸਾ **s** ਮੰਨੋ। ਸਾਰੀਆਂ units ਇੱਕੋ ਕਰੋ। ਵੱਡੀ tile ਲਈ **s=HCF(l,b)**। ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ l/s tiles ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਵਿੱਚ b/s tiles। ਕੁੱਲ **(l/s)×(b/s)**। Rows × columns ਨਾਲ ਇਹ formula ਬਣਦਾ ਹੈ।



Exact grid for a 30 m × 18 m floor: each uncut square tile has side 6 m; 5 columns × 3 rows = 15 tiles.

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Convert both dimensions to the same unit, usually cm when decimals occur.
2. Find HCF of the two dimensions; this is the greatest tile side.
3. Divide length and breadth separately by the tile side.
4. Multiply those two counts. Convert the tile side back to metres only if the answer requires metres.

(1) ਦੋਵੇਂ ਮਾਪ ਇੱਕੋ unit ਵਿੱਚ ਕਰੋ; decimals ਹੋਣ ਤਾਂ cm ਸੌਖੇ ਹਨ। (2) ਦੋਵਾਂ ਦਾ HCF tile ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਾਸਾ ਹੈ। (3) ਲੰਬਾਈ ਤੇ ਚੌੜਾਈ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਾਸੇ ਨਾਲ divide ਕਰੋ। (4) ਦੋ counts ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Once the side s is found, use **(l÷s)×(b÷s)**; this is faster and safer than computing two large areas. For 30 m × 18 m, s=6 m and count=5×3=15. It works only for identical, uncut square tiles placed in a regular grid. If cutting is allowed or tiles are rectangular, the model changes.

ਪਾਸਾ s ਮਿਲਣ ਮਗਰੋਂ **(l÷s)×(b÷s)** ਕਰੋ। ਵੱਡੇ areas ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ। 30 m × 18 m ਵਿੱਚ s=6 m ਅਤੇ count=5×3=15। ਇਹ ਤਰੀਕਾ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੇ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ square tiles ਲਈ ਹੈ।

Ex 1 **A 30 m × 18 m room is covered with the largest possible equal square tiles without cutting. How many tiles are needed?**

30 m × 18 m ਦੇ ਕਮਰੇ ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ square tiles ਲਗਣੀਆਂ ਹਨ। ਕਿੰਨੀਆਂ tiles ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ?

A) 12 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 30

Answer: B — 15 tiles

Quick method (≈20 sec): HCF(30,18)=6 m side. Count=(30÷6)×(18÷6)=5×3=15.

Full method: 30=2×3×5 and 18=2×3^2, so HCF=2×3=6 m. There are 30÷6=5 columns and 18÷6=3 rows. Total=5×3=15. Area check: room 540 m^2; tile 36 m^2; 540÷36=15.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: HCF 6 m; tiles 5×3=15। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ 30÷6=5 ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਵਿੱਚ 18÷6=3 tiles ਹਨ। 5×3=15। Area ਨਾਲ ਵੀ 540÷36=15 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 2 **A floor is 24 m long and 40 m wide. What is the side of the largest square tile that fits exactly without cutting?**

ਫਰਸ਼ 24 m ਲੰਬਾ ਤੇ 40 m ਚੌੜਾ ਹੈ। ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੇ ਫਿੱਟ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ square tile ਦਾ ਪਾਸਾ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

A) 4 m **B)** 6 m **C)** 8 m **D)** 12 m

Answer: C — 8 m

Quick method (≈20 sec): 24=3×8 and 40=5×8; 3 and 5 are co-prime. Largest side=8 m.

Full method: 24=2^3×3, 40=2^3×5. HCF=2^3=8 m. It fits 24÷8=3 times in length and 40÷8=5 times in width. Area check: 24×40÷8^2=960÷64=15 tiles.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 24 ਤੇ 40 ਦਾ HCF 8 m। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 24=2^3×3 ਅਤੇ 40=2^3×5। common 2^3=8 m ਹੈ। 3×5=15 tiles ਵੀ ਬਣਦੀਆਂ ਹਨ।

Ex 3 **A room measures 450 cm × 300 cm. It is covered with the largest possible equal square tiles. How many tiles are required?**

ਕਮਰਾ 450 cm × 300 cm ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ square tiles ਨਾਲ ਢੱਕਣਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੀਆਂ tiles ਲੱਗਣਗੀਆਂ?

A) 4 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 12

Answer: B — 6 tiles

Quick method (≈25 sec): HCF(450,300)=150 cm. Grid=3×2=6 tiles.

Full method: 450=3×150, 300=2×150, and HCF(3,2)=1, so the largest tile side is 150 cm. Length count=450÷150=3; breadth count=300÷150=2. Total=3×2=6.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: HCF 150 cm; 450÷150=3 ਤੇ 300÷150=2; ਕੁੱਲ 6। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਮਾਪ 3×150 ਅਤੇ 2×150 ਹਨ। 3 ਤੇ 2 co-prime ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਵੱਡਾ ਪਾਸਾ 150 cm ਅਤੇ tiles 3×2=6।

Ex 4 **A hall is 12 m × 18 m. Using the largest uncut square tiles, find the minimum number of tiles.**

Hall 12 m × 18 m ਦਾ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀਆਂ square tiles ਲਗਾ ਕੇ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨੀਆਂ tiles ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ?

A) 4 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 12

Answer: B — 6 tiles

Quick method (≈20 sec): HCF(12,18)=6 m. Count=(12÷6)×(18÷6)=2×3=6.

Full method: $12=2^2\times3$, $18=2\times3^2$; HCF=$2\times3=6$ m. Rows and columns are 12÷6=2 and 18÷6=3. Multiply: 2×3=6 tiles. Area check: 216÷36=6.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: tile ਦਾ ਪਾਸਾ HCF=6 m; 2×3=6 tiles। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 12÷6=2 ਅਤੇ 18÷6=3। ਕੁੱਲ 6। Area check: 216 m^2÷36 m^2=6।

Ex 5 **A courtyard is 7.2 m × 4.8 m. What is the side of its largest possible uncut square tile?**

ਵਿਹੜਾ 7.2 m × 4.8 m ਹੈ। ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ square tile ਦਾ ਪਾਸਾ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

A) 1.2 m **B)** 1.8 m **C)** 2.4 m **D)** 3.6 m

Answer: C — 2.4 m

Quick method (≈25 sec): Multiply both dimensions by 10: 72 and 48. HCF=24, so tile side=24÷10=2.4 m.

Full method: Convert to centimetres: 7.2 m=720 cm and 4.8 m=480 cm. HCF(720,480)=240 cm, because 720=3×240 and 480=2×240. Convert back: 240 cm=2.4 m. The grid would contain 3×2=6 tiles.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 7.2 ਤੇ 4.8 ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 72 ਤੇ 48। HCF 24; ਵਾਪਸ 10 ਨਾਲ divide ਕਰਕੇ 2.4 m। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 720 cm ਅਤੇ 480 cm ਦਾ HCF 240 cm=2.4 m ਹੈ।

Ex 6 **A rectangular floor is 630 cm × 450 cm. What is the minimum number of equal, uncut square tiles needed?**

630 cm × 450 cm ਦੇ ਫਰਸ਼ ਲਈ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ, ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀਆਂ square tiles ਦੀ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਗਿਣਤੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

A) 25 **B)** 30 **C)** 35 **D)** 45

Answer: C — 35 tiles

Quick method (≈30 sec): HCF(630,450)=90 cm. Count=(630÷90)×(450÷90)=7×5=35.

Full method: $630=2\times3^2\times5\times7$; $450=2\times3^2\times5^2$. Common part=$2\times3^2\times5=90$ cm. The floor takes 7 tiles along one edge and 5 along the other: 35 in total. Area check: (630×450)/(90×90)=35.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: HCF 90 cm; 7×5=35 tiles। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 630 ਤੇ 450 ਦਾ common factor 90 ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ। ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ 7 ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਵਿੱਚ 5 tiles; ਕੁੱਲ 35।

Ex 7 **Two rooms measure 12 m × 18 m and 24 m × 30 m. Both are tiled with the same largest possible uncut square tile. How many tiles are needed altogether?**

ਦੋ ਕਮਰੇ 12 m × 18 m ਅਤੇ 24 m × 30 m ਦੇ ਹਨ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ size ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀ square tile ਲਗਦੀ ਹੈ। ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀਆਂ tiles ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ?

A) 20 **B)** 24 **C)** 26 **D)** 32

Answer: C — 26 tiles

Quick method (≈35 sec): HCF(12,18,24,30)=6 m. First room: 2×3=6; second: 4×5=20. Total=26.

Full method: A single tile size must divide all four sides. HCF(12,18)=6; HCF(6,24)=6; HCF(6,30)=6. First room uses (12÷6)×(18÷6)=2×3=6 tiles. Second uses (24÷6)×(30÷6)=4×5=20. Combined count=6+20=26.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਚਾਰਾਂ ਮਾਪਾਂ ਦਾ HCF 6 m। ਪਹਿਲੇ ਲਈ 2×3=6, ਦੂਜੇ ਲਈ 4×5=20; ਕੁੱਲ 26। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਇੱਕੋ tile size ਹੋਣ ਕਰਕੇ 12,18,24,30 ਸਭ ਦਾ HCF ਲਓ। 6 m ਪਾਸੇ ਨਾਲ ਦੋਵਾਂ rooms ਵਿੱਚ 6+20=26 tiles।

Ex 8 **Railway Group D pattern: A platform section is 13.5 m long and 9 m wide. Find the minimum number of equal, uncut square tiles required.**

Railway Group D ਪੈਟਰਨ: Platform ਦਾ ਹਿੱਸਾ 13.5 m ਲੰਬਾ ਤੇ 9 m ਚੌੜਾ ਹੈ। ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀਆਂ square tiles ਦੀ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਗਿਣਤੀ ਲੱਭੋ।

A) 6 **B)** 9 **C)** 18 **D)** 54

Answer: A — 6 tiles

Quick method (≈35 sec): 13.5 m and 9 m have HCF 4.5 m. Count=(13.5÷4.5)×(9÷4.5)=3×2=6 tiles.

Full method: Convert to decimetres: 135 dm and 90 dm. HCF(135,90)=45 dm=4.5 m. Along the length: 13.5÷4.5=3. Along the width: 9÷4.5=2. Total=3×2=6 tiles.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 13.5 ਤੇ 9 ਦਾ HCF 4.5 m ਹੈ। 3×2=6 tiles। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 135 dm ਅਤੇ 90 dm ਦਾ HCF 45 dm=4.5 m। ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ 3, ਚੌੜਾਈ ਵਿੱਚ 2; ਕੁੱਲ 6।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Taking the LCM of room dimensions to find the tile side; a tile side must divide both, so use HCF.
- Multiplying room length × breadth and forgetting to divide by the area of one tile.
- Mixing metres and centimetres before finding HCF.
- For two rooms using a common tile size, finding separate HCFs and choosing different tiles. Take HCF of all four dimensions.

Tile ਦਾ ਪਾਸਾ ਲੱਭਣ ਲਈ LCM ਨਹੀਂ, HCF ਲਓ। Room area ਨੂੰ tile area ਨਾਲ divide ਕਰਨਾ ਨਾ ਭੁੱਲੋ। Metres ਤੇ centimetres ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ unit ਵਿੱਚ ਕਰੋ। ਦੋ rooms ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ tile ਚਾਹੀਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਚਾਰਾਂ ਮਾਪਾਂ ਦਾ HCF ਲਓ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Tile questions appear in SSC, Railways and state exams and usually need 35–45 seconds. The side must divide both dimensions exactly. For a count option, check whether it equals (length÷side)×(breadth÷side); an area-only guess often fails.

Tiles ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ SSC, Railways ਤੇ state exams ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ; 35–45 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਪਾਸਾ ਦੋਵਾਂ dimensions ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ। Count ਲਈ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀਆਂ tiles × ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀਆਂ tiles ਚੈੱਕ ਕਰੋ।

TYPE 11 Reconstructing Numbers from HCF and LCM Conditions

HCF ਅਤੇ LCM ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਤੋਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਣਾਉਣੀਆਂ

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

Sometimes the exam gives the HCF and LCM but hides one or more numbers. It may ask which third number is possible, how many pairs exist, or the smallest possible sum. Think of making identical bundles: HCF is the shared

bundle size, while LCM holds every prime factor needed by the numbers.

ਕਈ ਵਾਰ HCF ਤੇ LCM ਦਿੱਤੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਪਰ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੁਕੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਪੁੱਛਦੇ ਹਨ ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਕਿੰਨੇ pairs ਬਣਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੈ। HCF ਸਭ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ; LCM ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ prime powers ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

How to recognise it ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ

Look for “HCF and LCM are given”, “one of the numbers”, “third number”, “possible pair”, “ratio of three numbers”, or “minimum sum”. If there are **exactly two** numbers, HCF×LCM equals their product. For **three** numbers, do not apply that identity; check HCF and LCM of the complete set directly.

“HCF ਤੇ LCM ਦਿੱਤੇ ਹਨ”, “ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ”, “possible pair”, “ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ratio” ਜਾਂ “minimum sum” ਵੇਖੋ। ਸਿਰਫ਼ **ਦੋ** ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ HCF×LCM ਉਹਨਾਂ ਦਾ product ਹੈ। **ਤਿੰਨ** ਲਈ ਇਹ formula ਸਿੱਧਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For two numbers with HCF **h**, write them as **ha** and **hb**, where HCF(a,b)=1. Their LCM is **hab**, so **ab=LCM/h**. Thus h must divide the stated LCM. If their sum is **S**, then **a+b=S/h**; count only co-prime factor pairs of this sum. For three pairwise co-prime numbers a, b, c, **HCF(ab,bc)=b**, because b is the only common part of those products.

ਦੋ numbers ਦਾ HCF **h** ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ **ha** ਤੇ **hb** ਹਨ, ਜਿੱਥੇ a,b co-prime ਹਨ। LCM **hab** ਹੈ; ਇਸ ਲਈ h ਨੇ LCM ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵੰਡਣਾ ਹੈ। ਜੋੜ **S** ਹੋਵੇ ਤਾਂ **a+b=S/h**। ਜੇ a,b,c ਆਪਸ ਵਿੱਚ pairwise co-prime ਹਨ ਤਾਂ **HCF(ab,bc)=b**, ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ products ਵਿੱਚ b ਹੀ ਸਾਂਝਾ ਹੈ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Check that HCF h divides LCM L. If not, the conditions are impossible.
2. For two numbers, divide L by h and split L/h into co-prime factors a and b.
3. Use the extra clue—ratio, known number, sum or difference—to select the factor pair.
4. For three numbers, test the proposed third number against both HCF and LCM of the full set.
5. Verify every final candidate using actual factorisation, not just the product.

(1) h, L ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਵੇਖੋ। (2) ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ L/h ਨੂੰ co-prime factors a, b ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। (3) Ratio, ਇੱਕ known number ਜਾਂ sum/difference ਨਾਲ ਸਹੀ pair ਚੁਣੋ। (4) ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਪੂਰੇ set ਦਾ HCF ਤੇ LCM ਦੋਵੇਂ check ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

First reject an HCF–LCM pair if L is not a multiple of h. For a given sum S, set a+b=S/h and test a from 1 to half that sum; HCF(a,S−a)=1 exactly when HCF(a,S)=1. For a missing third number, find the prime power absent from the known two numbers’ LCM; the third must supply it without exceeding L. For minimum sum at fixed L/h, choose co-prime factor pairs nearest √(L/h). These shortcuts fail if the given ratio is not reduced or the three numbers are not pairwise co-prime where stated.

ਪਹਿਲਾਂ ਵੇਖੋ h, L ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਜੋੜ S ਹੋਵੇ ਤਾਂ a+b=S/h; ਅੱਧੇ ਜੋੜ ਤੱਕ a ਚੈੱਕ ਕਰੋ। HCF(a,S−a)=1 ਓਦੋਂ ਹੀ ਹੈ ਜਦੋਂ HCF(a,S)=1। ਤੀਜੇ number ਲਈ missing prime power ਵੇਖੋ। ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਜੋੜ ਲਈ √(L/h) ਦੇ ਨੇੜੇ co-prime factors ਲਓ। Ratio reduced ਨਾ ਹੋਵੇ ਜਾਂ pairwise co-prime ਸ਼ਰਤ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ shortcuts ਅੰਨ੍ਹੇਵਾਹ ਨਾ ਲਗਾਓ।

Ex 1 **Can two positive numbers have HCF 14 and LCM 360? How many pairs satisfy both conditions?**

ਕੀ ਦੋ positive ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 14 ਤੇ LCM 360 ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਦੋਵੇਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ pairs ਹਨ?

A) 1 B) 2 C) 0 D) 3

Answer: C — 0 pairs

Quick method (≈20 sec): HCF must divide LCM. But 360÷14 is not a whole number, so no pair exists.

Full method: If the numbers are 14a and 14b, their LCM must be a multiple of 14. Divide 360 by 14: 14×25=350, leaving 10. Since 360 is not divisible by 14, the stated HCF and LCM cannot belong to any pair.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: HCF ਨੇ LCM ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵੰਡਣਾ ਹੈ। 360 ਨੂੰ 14 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ 10 ਬਚਦਾ ਹੈ; pair ਕੋਈ ਨਹੀਂ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਦੋਵੇਂ numbers 14 ਦੀਆਂ multiples ਹੋਣਗੇ, ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦਾ LCM ਵੀ 14 ਦੀ multiple ਹੋਵੇਗਾ। 360 ਨਹੀਂ ਹੈ, ਜਵਾਬ 0।

Ex 2 **The HCF and LCM of 12, 18 and a third number are 6 and 180. Which of these can be the third number?**

12, 18 ਅਤੇ ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ HCF 6 ਤੇ LCM 180 ਹੈ। Options ਵਿੱਚੋਂ ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ?

A) 24 **B)** 30 **C)** 42 **D)** 72

Answer: B — 30

Quick method (≈25 sec): LCM(12,18)=36. To reach 180=36×5, third number must supply 5 but not a new 7 or an extra 2. Only 30 fits.

Full method: $12=2^2\times3$ and $18=2\times3^2$, so current HCF=6 and LCM=36. For $30=2\times3\times5$, HCF(6,30)=6 and LCM(36,30)=$2^2\times3^2\times5=180$. The other options give LCM 72, 252 and 72 respectively, not 180.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਪਹਿਲੀਆਂ ਦੋ ਦਾ LCM 36 ਹੈ। 180 ਬਣਾਉਣ ਲਈ 5 ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ; 30 ਵਿੱਚ 5 ਹੈ ਤੇ ਵਾਧੂ prime ਨਹੀਂ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 12,18,30 ਦਾ HCF 6 ਤੇ LCM 180 ਹੈ। ਹੋਰ options ਨਾਲ LCM 180 ਨਹੀਂ ਬਣਦਾ।

Ex 3 **Three numbers are in the reduced ratio 2:3:7 and their HCF is 5. Find their LCM.**

ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ simplest ratio 2:3:7 ਹੈ ਅਤੇ HCF 5 ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 105 **B)** 180 **C)** 210 **D)** 420

Answer: C — 210

Quick method (≈25 sec): Ratio parts 2,3,7 are pairwise co-prime. LCM=5×2×3×7=210.

Full method: Numbers are 5×2=10, 5×3=15 and 5×7=35. Their prime forms are 10=2×5, 15=3×5 and 35=5×7. The LCM is 2×3×5×7=210; HCF is 5.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 2,3,7 co-prime ਹਨ; 5×2×3×7=210। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** Numbers 10,15,35 ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਂਝਾ 5 ਅਤੇ LCM 2×3×5×7=210 ਹੈ।

Ex 4 **How many unordered pairs of positive numbers have HCF 6 and sum 90?**

ਕਿੰਨੇ ਬਿਨਾਂ ਕ੍ਰਮ ਵਾਲੇ positive number pairs ਦਾ HCF 6 ਤੇ ਜੋੜ 90 ਹੈ?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5

Answer: C — 4 pairs

Quick method (≈35 sec): Remove HCF 6: co-prime parts add to 90÷6=15. Pairs up to half are (1,14), (2,13), (4,11), (7,8): four.

Full method: Write the numbers 6a and 6b. Then a+b=15 and HCF(a,b)=1. Testing a=1 through 7 gives co-prime pairs (1,14), (2,13), (4,11), (7,8); (3,12), (5,10), (6,9) share a factor. Actual pairs are (6,84), (12,78), (24,66), (42,48). Each sums to 90 and has HCF 6.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 90÷6=15। co-prime parts ਦੇ ਜੋੜੇ (1,14), (2,13), (4,11), (7,8): ਚਾਰ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ (6,84), (12,78), (24,66), (42,48) ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਹਰ ਜੋੜ 90 ਹੈ ਅਤੇ HCF 6।

Ex 5 **Pairwise co-prime positive numbers a, b, c satisfy ab=120 and bc=105. Find a+b+c.**

a, b, c positive ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ pairwise co-prime ਹਨ। ab=120 ਅਤੇ bc=105। a+b+c ਲੱਭੋ।

A) 24 B) 28 C) 30 D) 32

Answer: C — 30

Quick method (≈30 sec): Since a and c share no factor, b=HCF(120,105)=15. Then a=120÷15=8, c=105÷15=7; sum=30.

Full method: $120=2^3\times3\times5$ and $105=3\times5\times7$, so HCF(120,105)=3×5=15. Because HCF(a,c)=1 and each is co-prime with b, the only common factor of ab and bc is b. Thus b=15, a=8 and c=7. Check HCF(8,15)=HCF(15,7)=HCF(8,7)=1. Sum=8+15+7=30.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 120 ਤੇ 105 ਦਾ HCF 15 ਹੈ; ਇਹ b ਹੈ। a=8, c=7, ਜੋੜ 30। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** a, b, c pairwise co-prime ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ab ਤੇ bc ਵਿੱਚ common ਸਿਰਫ਼ b ਹੈ। 120=8×15, 105=15×7; 8+15+7=30।

Ex 6 **How many unordered pairs of positive integers have HCF 6 and LCM 180?**

ਕਿੰਨੇ ਵੱਖਰੇ ਬਿਨਾਂ ਕ੍ਰਮ ਵਾਲੇ positive integer pairs ਦਾ HCF 6 ਅਤੇ LCM 180 ਹੈ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8

Answer: C — 4 pairs

Quick method (≈35 sec): LCM/HCF=180÷6=30=2×3×5. Each of 3 distinct prime blocks goes wholly to one of the two co-prime parts: 2^3 ordered assignments, then divide by 2 for unordered pairs. Answer=4.

Full method: Write numbers 6a and 6b with HCF(a,b)=1 and ab=30. The unordered co-prime factor pairs of 30 are (1,30), (2,15), (3,10), (5,6). Multiplying by 6 gives (6,180), (12,90), (18,60), (30,36). Each pair has HCF 6 and LCM 180, so there are 4.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 180÷6=30=2×3×5। ਤਿੰਨ prime blocks ਦੋ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ: unordered pairs $2^3\div2=4$। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** co-prime pairs (1,30), (2,15), (3,10), (5,6) ਹਨ। 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਚਾਰ ਸਹੀ number pairs ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

Ex 7 **The HCF and LCM of 20, 28 and a third positive number are 4 and 420. Which option can be the third number?**

20, 28 ਅਤੇ ਤੀਜੀ positive ਸੰਖਿਆ ਦਾ HCF 4 ਤੇ LCM 420 ਹੈ। Options ਵਿੱਚੋਂ ਤੀਜੀ ਕਿਹੜੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ?

A) 8 B) 12 C) 24 D) 36

Answer: B — 12

Quick method (≈35 sec): LCM(20,28)=140. To reach 420=140×3, third number must supply one 3, stay a multiple of 4, and add no extra power. Only 12 does that.

Full method: $20=2^2\times5$, $28=2^2\times7$; HCF=4, LCM=140. $12=2^2\times3$, so HCF(20,28,12)=4 and LCM=$2^2\times3\times5\times7=420$. Option 8 or 24 raises the power of 2 to 2^3; 36 adds 3^2. They give LCM 280, 840 and 1260 respectively.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਪਹਿਲੀਆਂ ਦੋ ਦਾ LCM 140 ਹੈ। 420 ਲਈ ਇੱਕ 3 ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ; 4 ਦੀ multiple ਵੀ ਹੋਵੇ। 12 ਸਹੀ ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 20,28,12 ਦਾ HCF 4 ਅਤੇ LCM 420 ਹੈ। 8/24 ਵਾਧੂ 2 ਦੀ power, 36 ਵਾਧੂ 3 ਦੀ power ਲਿਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 8 **SSC CGL pattern: Two positive numbers have HCF 10 and LCM 2310. What is their smallest possible sum?**

SSC CGL ਪੈਟਰਨ: ਦੋ positive ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 10 ਤੇ LCM 2310 ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਸੰਭਵ ਜੋੜ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

A) 320 **B)** 400 **C)** 800 **D)** 2320

Answer: A — 320

Quick method (≈40 sec): LCM/HCF=231=3×7×11. Co-prime factor pair nearest √231≈15 is 11 and 21. Numbers 110 and 210; sum=320.

Full method: Write numbers as 10a and 10b, where HCF(a,b)=1 and ab=231. Unordered factor pairs are (1,231), (3,77), (7,33), (11,21); all are co-prime. Their sums are 232, 80, 40, 32. The least is 32, so the numbers are 10×11=110 and 10×21=210. Sum=320. Check: HCF(110,210)=10 and LCM=(110×210)÷10=2310.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 2310÷10=231। 231 ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ factors 11 ਤੇ 21 ਹਨ; ਸੰਖਿਆਵਾਂ 110,210 ਅਤੇ ਜੋੜ 320। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 231 ਦੇ co-prime pairs (1,231), (3,77), (7,33), (11,21) ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜੋੜ 11+21=32; 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 320।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Using HCF×LCM as the product of three numbers. The identity is guaranteed for exactly two numbers only.
- Accepting a proposed third number merely because it is divisible by the HCF; it must also produce the stated LCM.
- Splitting L/h into factors that share a prime, such as 6 and 10 for product 60. Then the true HCF becomes larger than h.
- Counting (a,b) and (b,a) twice when the question asks for unordered pairs.

ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ HCF×LCM ਨੂੰ product ਨਾ ਮੰਨੋ। ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ h ਨਾਲ ਵੰਡੇ ਅਤੇ ਸਹੀ LCM ਵੀ ਬਣਾਏ। L/h ਦੇ parts co-prime ਹੋਣ। ਬਿਨਾਂ ਕ੍ਰਮ ਵਾਲੇ pairs ਵਿੱਚ (a,b) ਅਤੇ (b,a) ਇੱਕੋ pair ਹਨ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

This is usually a harder SSC or Banking variant; budget 40–55 seconds. For a third-number MCQ, eliminate any option not divisible by h, then any option introducing a prime power absent from L. For minimum sum, test factor pairs of L/h near its square root first.

ਇਹ SSC ਜਾਂ Banking ਦਾ ਥੋੜ੍ਹਾ ਔਖਾ variant ਹੁੰਦਾ ਹੈ; 40–55 ਸਕਿੰਟ ਰੱਖੋ। ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ options ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ h ਨਾਲ ਨਾ ਵੰਡਣ ਵਾਲੇ, ਫਿਰ L ਤੋਂ ਵਾਧੂ prime power ਵਾਲੇ ਕੱਢੋ। Minimum sum ਲਈ √(L/h) ਦੇ ਨੇੜੇ factors ਚੈੱਕ ਕਰੋ।

TYPE 12 Mixed Remainders, Thresholds and Divisibility

ਮਿਲੇ-ਜੁਲੇ remainders, ਹੱਦਾਂ ਅਤੇ divisibility

What is it? How do you recognise it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ? ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ?

These questions combine two clues: a number leaves certain remainders, and it must also be divisible by another number, lie above a threshold, or have four digits. For example, a stock leaves one fewer item than every box capacity, yet the total must be a multiple of 7. First turn all the repeated remainders into one LCM expression, then apply the extra clue.

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸ਼ਰਤਾਂ ਇਕੱਠੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ: ਵੰਡਣ ਤੇ ਕੁਝ remainders ਬਚਣ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਨਾਲ ਵੰਡੇ, ਕਿਸੇ ਹੱਦ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਹੋਵੇ। ਪਹਿਲਾਂ remainders ਨੂੰ ਇੱਕ LCM ਵਾਲੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਆਓ, ਫਿਰ ਦੂਜੀ ਸ਼ਰਤ ਲਗਾਓ।

How to recognise it ਪਛਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ

Look for “one less than each divisor”, “leaves 2 in each case and is divisible by 5”, “least four-digit number”, or “greater than 1,000”. A common remainder gives **N=kL+r**; if each remainder is d−c for its divisor d, then **N+c=kL**. Here L is the LCM and k is a positive whole number chosen to meet the extra condition.

“ਹਰ divisor ਤੋਂ ਇੱਕ ਘੱਟ ਬਾਕੀ”, “ਹਰ ਵਾਰ 2 ਬਚੇ ਤੇ 5 ਨਾਲ ਵੀ ਵੰਡੇ”, “least four-digit” ਜਾਂ “1000 ਤੋਂ ਵੱਡੀ” ਵੇਖੋ। Same remainder ਲਈ **N=kL+r**। ਜੇ ਹਰ remainder divisor d ਤੋਂ c ਘੱਟ ਹੈ, ਤਾਂ **N+c=kL**। ਇੱਥੇ k ਐਸਾ positive whole number ਹੈ ਜੋ ਵਾਧੂ ਸ਼ਰਤ ਪੂਰੀ ਕਰੇ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Write every division as **N = divisor×quotient + remainder**. If the same r remains each time, N−r is a common multiple. If the remainder is c less than each divisor, N+c is a common multiple. This follows because a remainder d−c is equivalent to N+c being exactly divisible by d. Use the least suitable positive multiple, then test the threshold or extra divisor.

ਹਰ division ਨੂੰ **N = divisor×quotient + remainder** ਲਿਖੋ। ਇੱਕੋ r ਹੋਵੇ ਤਾਂ N−r common multiple ਹੈ। ਹਰ divisor ਤੋਂ c ਘੱਟ remainder ਹੋਵੇ ਤਾਂ N+c common multiple ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ d−c ਬਚਣ ਦਾ ਮਤਲਬ N+c, d ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਣਾ ਹੈ। ਫਿਰ limit ਜਾਂ ਹੋਰ divisor ਵਾਲੀ ਸ਼ਰਤ ਚੈੱਕ ਕਰੋ।

Standard method ਮਿਆਰੀ ਤਰੀਕਾ

1. Find L, the LCM of the divisors connected to the remainder pattern.
2. Write the candidate as N=kL+r for a common remainder r, or N=kL−c for a deficit c.
3. Find the smallest k that crosses any stated lower limit.
4. Try k, k+1, k+2... until the extra divisibility condition holds. With four options, test the options directly against both conditions.
5. Check that each remainder is smaller than its divisor and verify the chosen N.

(1) remainder ਵਾਲੇ divisors ਦਾ LCM L ਲਓ। (2) Same remainder ਲਈ N=kL+r; ਹਰ ਵਾਰ c ਘੱਟ ਲਈ N=kL−c ਲਿਖੋ। (3) ਦਿੱਤੀ lower limit ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ k ਲੱਭੋ। (4) ਹੋਰ divisibility ਪੂਰੀ ਹੋਣ ਤੱਕ k ਵਧਾਓ ਜਾਂ options ਚੈੱਕ ਕਰੋ। (5) ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਹਰ remainder ਮੁੜ verify ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For “one less than each”, add 1 to every answer option: the correct option+1 must be divisible by the LCM. For N=kL+r with an extra divisor d, reduce L and r modulo d; this makes a small mental test for k. Example: if L=36, r=2 and d=5, then 36k+2 behaves like k+2 modulo 5; choose k=3. Do not use this until all remainder conditions have been reduced to the same offset.

“ਹਰ divisor ਤੋਂ ਇੱਕ ਘੱਟ” ਹੋਵੇ ਤਾਂ option ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜੋ; ਸਹੀ option+1, LCM ਨਾਲ ਵੰਡੇਗਾ। N=kL+r ਨੂੰ ਹੋਰ divisor d ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ L ਤੇ r ਦੇ ਛੋਟੇ remainders ਨਾਲ k ਚੈੱਕ ਕਰੋ। ਜਿਵੇਂ 36k+2 ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ: 36 ਦਾ remainder 1, ਇਸ ਲਈ k+2 ਨੂੰ 5 ਦੀ multiple ਬਣਾਓ; k=3। ਇਹ trick ਉਸੇ ਵੇਲੇ ਲਗਾਓ ਜਦੋਂ offsets ਇਕੋ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆ ਚੁੱਕੇ ਹੋਣ।

Ex 1 **Find the least positive number greater than 6 which leaves remainders 3, 4 and 5 when divided by 4, 5 and 6 respectively.**

6 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ positive ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 4, 5, 6 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 3, 4, 5 ਬਾਕੀ ਛੱਡੇ।

A) 29 **B)** 49 **C)** 59 **D)** 119

Answer: C — 59

Quick method (≈25 sec): Every remainder is one below its divisor, so N+1 is divisible by 4,5,6. LCM=60; N=60−1=59.

Full method: $4=2^2$, $5=5$, $6=2\times3$, so LCM$=2^2\times3\times5=60$. Since N+1 is a common multiple, the least N greater than 6 is 60−1=59. Check: $59=14\times4+3=11\times5+4=9\times6+5$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਹਰ remainder divisor ਤੋਂ 1 ਘੱਟ ਹੈ। LCM(4,5,6)=60; 60−1=59। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** N+1=60 ਲਓ। 59 ਨੂੰ 4,5,6 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 3,4,5 ਬਚਦੇ ਹਨ।

Ex 2 **Find the least number greater than 11 that leaves remainders 3, 5 and 7 when divided by 7, 9 and 11 respectively.**

11 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 7, 9, 11 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 3, 5, 7 ਬਾਕੀ ਛੱਡੇ।

A) 311 **B)** 313 **C)** 315 **D)** 689

Answer: D — 689

Quick method (≈30 sec): Every remainder is 4 below its divisor, so N+4=LCM(7,9,11)=693. Hence N=689.

Full method: 7,9,11 are pairwise co-prime; LCM$=7\times9\times11=693$. Since 7−3=9−5=11−7=4, N+4 must be a multiple of 693. Least N above 11 is 693−4=689. Check: $689=98\times7+3=76\times9+5=62\times11+7$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਹਰ remainder ਆਪਣੇ divisor ਤੋਂ 4 ਘੱਟ ਹੈ। $7\times9\times11=693$; N=693−4=689। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 689 ਨੂੰ 7,9,11 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ 3,5,7 ਬਚਦੇ ਹਨ।

Ex 3 **Find the least number greater than 9 that leaves remainder 2 when divided by 4, 6 and 9, and is also divisible by 5.**

9 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 4, 6, 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 2 ਬਚਾਏ ਅਤੇ 5 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ।

A) 74 **B)** 110 **C)** 146 **D)** 182

Answer: B — 110

Quick method (≈30 sec): LCM(4,6,9)=36, so N=36k+2. For a multiple of 5, 36k+2 has last-digit condition k+2 divisible by 5. Smallest positive k=3: N=110.

Full method: $4=2^2$, $6=2\times3$, $9=3^2$; L$=2^2\times3^2=36$. Candidates above 9 are 38,74,110,... because N=36k+2. The first divisible by 5 is 110. Check 110÷4 leaves 2, ÷6 leaves 2 and ÷9 leaves 2; 110÷5=22.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: N=36k+2। 5 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਲਈ k+2, 5 ਦੀ multiple ਹੋਵੇ; k=3। N=110। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 38,74,110 ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੀ 5 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ 110 ਹੈ। ਬਾਕੀ ਤਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ 2 ਹੀ ਹੈ।

Ex 4 **Find the largest four-digit number that leaves remainder 7 when divided by 8, 12 and 15.**

ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12 ਤੇ 15 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 7 ਬਚਾਏ।

A) 9847 **B)** 9907 **C)** 9967 **D)** 9997

Answer: C — 9967

Quick method (≈30 sec): LCM(8,12,15)=120, so N=120k+7. From 9999−7=9992, the largest multiple of 120 not exceeding it is 83×120=9960. Add 7: 9967.

Full method: $8=2^3$, $12=2^2\times3$, $15=3\times5$, so L=120. For a four-digit N, 120k+7≤9999. Since 120×83=9960 and 120×84=10080, largest k is 83. Therefore N=9960+7=9967; N−7 is divisible by 8,12,15.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 120; N=120k+7। 9999−7=9992 ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ 120 ਦੀ ਵੱਡੀ multiple 83×120=9960। ਜਵਾਬ 9967। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 84×120=10080 ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ k=83 ਅਤੇ N=9967।

Ex 5 **Find the least four-digit number that leaves remainder 7 when divided by 12, 15 and 20.**

ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 12, 15 ਅਤੇ 20 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 7 ਬਚਾਏ।

A) 1,007 **B)** 1,020 **C)** 1,027 **D)** 1,087

Answer: C — 1,027

Quick method (≈30 sec): LCM(12,15,20)=60. Candidates are 60k+7. 16×60+7=967; 17×60+7=1,027, the first four-digit one.

Full method: $12=2^2\times3$, $15=3\times5$, $20=2^2\times5$. $L=2^2\times3\times5=60$. Need $60k+7\geq1000$, so $60k\geq993$. Since $16\times60=960$ and $17\times60=1,020$, smallest k is 17. N=1,027. Subtracting 7 gives 1,020, divisible by 12,15,20.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 60। 16×60+7=967, ਅਜੇ ਤਿੰਨ ਅੰਕ; 17×60+7=1027। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** N−7=1020, ਜੋ 12,15,20 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। 1027 ਪਹਿਲਾ ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲਾ ਹੱਲ ਹੈ।

Ex 6 **Find the least number greater than 1,000 that is divisible by 8, 12 and 15, and leaves remainder 1 when divided by 7.**

1,000 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12, 15 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ ਅਤੇ 7 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ 1 ਬਚਾਏ।

A) 1,320 **B)** 1,560 **C)** 1,800 **D)** 2,040

Answer: C — 1,800

Quick method (≈40 sec): LCM(8,12,15)=120, so N=120k. Since 120 leaves 1 on division by 7, k must leave 1 on division by 7. Above 1,000, k≥9; first such k is 15. N=120×15=1,800.

Full method: $8=2^3$, $12=2^2\times3$, $15=3\times5$, giving L=120. Write N=120k. Modulo 7, $120=17\times7+1$, so N leaves the same remainder as k. We need $k\equiv1$ modulo 7. Also $120k>1000$, giving $k\geq9$. Values k=9 through 14 fail; k=15 satisfies $15=2\times7+1$. Thus N=1,800. Check: $1,800=257\times7+1$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: N=120k। 120 ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ 1 ਬਚਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ k ਨੂੰ ਵੀ 1 ਬਚਾਉਣਾ ਹੈ। k≥9 ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾ k=15; N=1800। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 1800 ਨੂੰ 8,12,15 ਪੂਰਾ ਵੰਡਦੇ ਹਨ ਅਤੇ 7 ਨਾਲ 1 ਬਚਦਾ ਹੈ।

Ex 7 **Find the least positive number divisible by 7 that leaves remainders 2, 3 and 4 when divided by 3, 4 and 5 respectively.**

7 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ positive ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 3, 4, 5 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2, 3, 4 ਬਚਾਏ।

A) 59 **B)** 119 **C)** 179 **D)** 239

Answer: B — 119

Quick method (≈35 sec): Every remainder is one less than its divisor, so N=60k−1. Test k=1:59 not divisible by 7; k=2:119=17×7. Answer 119.

Full method: LCM(3,4,5)=60, hence N+1=60k for a positive whole number k. For k=1, N=59, which leaves 3 on division by 7. For k=2, N=119 and 119÷7=17. Check: $119=39\times3+2=29\times4+3=23\times5+4$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: N+1, 3,4,5 ਦਾ common multiple ਹੈ; LCM 60। 60−1=59, 7 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਵੰਡਦਾ; 120−1=119, 7×17 ਹੈ। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 119 ਵਿੱਚ ਬਾਕੀਆਂ 2,3,4 ਸਹੀ ਹਨ।

Ex 8 **SSC CHSL pattern: Find the least four-digit number that leaves remainder 5 when divided by 8, 12 and 18, and is divisible by 7.**

SSC CHSL ਪੈਟਰਨ: ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12, 18 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 5 ਬਚਾਏ ਅਤੇ 7 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ।

A) 1,013 **B)** 1,085 **C)** 1,157 **D)** 1,229

Answer: B — 1,085

Quick method (≈40 sec): LCM(8,12,18)=72, so N=72k+5. First four-digit candidate is k=14:1,013, not divisible by 7. Next k=15 gives 1,085=7×155.

Full method: $8=2^3$, $12=2^2\times3$, $18=2\times3^2$; $L=2^3\times3^2=72$. Require $72k+5\geq1000$. k=13 gives 941, k=14 gives 1,013. Since 1,013÷7 leaves 5, it fails. k=15 gives 72×15+5=1,085, and 1,085÷7=155. Hence it is the least.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: N=72k+5। k=14 ਨਾਲ 1013 ਬਣਦਾ ਹੈ ਪਰ 7 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਵੰਡਦਾ। k=15 ਨਾਲ 1085=7×155। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** LCM 72 ਹੈ। 1085−5=1080, ਜੋ 8,12,18 ਨਾਲ ਵੰਡਦਾ ਹੈ; 1085 ਨੂੰ 7 ਵੀ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

COMMON MISTAKES · ਆਮ ਗਲਤੀਆਂ

- Using LCM+r when the remainders differ but each is the same amount below its divisor; then use LCM−c.
- Finding the first remainder solution but forgetting “greater than 500” or “four-digit”.
- Testing the extra divisor on L alone rather than on the full candidate kL+r or kL−c.
- Assuming every correct remainder option is the least; compare the first few values of k.

ਵੱਖ remainders ਜੋ ਹਰ divisor ਤੋਂ ਇੱਕੋ ਜਿੰਨੇ ਘੱਟ ਹਨ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਲਈ LCM+r ਨਹੀਂ; LCM−c ਲਓ। “500 ਤੋਂ ਵੱਡਾ” ਜਾਂ “ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ” ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਨਾ ਭੁੱਲੋ। ਵਾਧੂ divisor ਨੂੰ ਪੂਰੇ candidate ਉੱਤੇ check ਕਰੋ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ k ਵੀ ਵੇਖੋ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

These are harder SSC, Railway and state exam combinations. Spend up to 50–60 seconds; if enumeration grows, eliminate options by checking their remainder pattern first, then the extra divisor. For a four-digit minimum, estimate the first k from 1,000÷L before testing.

ਇਹ SSC, Railway ਤੇ state exams ਦੇ ਔਖੇ mixed ਸਵਾਲ ਹਨ। 50–60 ਸਕਿੰਟ ਦਿਓ। Options ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ remainder pattern, ਫਿਰ ਹੋਰ divisor check ਕਰੋ। ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਲਈ 1000÷L ਤੋਂ k ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਓ।

Mixed Exam-Level Examples

ਮਿਲੇ-ਜੁਲੇ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਪੱਧਰ ਦੇ ਸਵਾਲ

Read the last sentence first to identify what is actually asked. Then turn the conditions into an HCF or LCM calculation and perform the final step—count, cost, sum, or difference.

ਪਹਿਲਾਂ ਸਵਾਲ ਦੀ ਆਖਰੀ line ਪੜ੍ਹੋ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕੀ ਲੱਭਣਾ ਹੈ। ਫਿਰ ਸ਼ਰਤਾਂ ਤੋਂ HCF ਜਾਂ LCM ਕੱਢੋ ਅਤੇ ਆਖਰੀ ਕੰਮ—ਗਿਣਤੀ, ਖਰਚਾ, ਜੋੜ ਜਾਂ ਫ਼ਰਕ—ਕਰੋ।

Ex 1 **SSC CGL pattern: The greatest number that divides 605, 847 and 1089 leaves remainders 5, 7 and 9 respectively. Find the sum of the three quotients obtained on division by that number.**

SSC CGL ਪੈਟਰਨ: 605, 847 ਅਤੇ 1089 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 5, 7, 9 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲਓ। ਉਸ ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਆਏ ਤਿੰਨ quotients ਦਾ ਜੋੜ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

A) 18 **B)** 21 **C)** 24 **D)** 30

Answer: B — 21

Quick method (≈35 sec): Subtract remainders: 600, 840, 1080. Their HCF is 120. Quotients are 600÷120=5, 840÷120=7 and 1080÷120=9; sum=21.

Full method: Let divisor be d. Then d divides 605−5=600, 847−7=840 and 1089−9=1080. Factor: $600=2^3\times3\times5^2$, $840=2^3\times3\times5\times7$, $1080=2^3\times3^3\times5$. HCF=$2^3\times3\times5=120$. The actual divisions are 605=120×5+5, 847=120×7+7 and 1089=120×9+9. Quotient sum=5+7+9=21.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਬਾਕੀਆਂ ਘਟਾਓ: 600, 840, 1080। HCF 120 ਹੈ; quotients 5, 7, 9 ਦਾ ਜੋੜ 21। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ adjusted numbers ਦੀ common prime form $2^3\times3\times5=120$ ਹੈ। Original divisions ਵਿੱਚ 5, 7, 9 ਬਾਕੀ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ quotients 5, 7, 9 ਹਨ।

Ex 2 **Punjab Police pattern: Three ropes are 1.26 m, 1.89 m and 2.52 m long. Each is cut into equal pieces of the greatest possible length without waste. How many pieces are made altogether?**

Punjab Police ਪੈਟਰਨ: ਤਿੰਨ ਰੱਸੀਆਂ 1.26 m, 1.89 m ਅਤੇ 2.52 m ਲੰਬੀਆਂ ਹਨ। ਬਿਨਾਂ ਬਚਤ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੇ ਬਰਾਬਰ pieces ਕੱਟੇ ਜਾਣ। ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ pieces ਬਣਣਗੇ?

A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 12

Answer: C — 9 pieces

Quick method (≈35 sec): Convert metres to cm: 126, 189, 252. HCF=63 cm. Piece counts are 2, 3, 4; total=9.

Full method: 1.26 m=126 cm, 1.89 m=189 cm, 2.52 m=252 cm. Since 126=2×63, 189=3×63 and 252=4×63, and HCF(2,3,4)=1, the longest common piece is 63 cm. Number of pieces is 126÷63+189÷63+252÷63=2+3+4=9. Length check: 9×63=567 cm and original total=126+189+252=567 cm.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਮਾਪ cm ਵਿੱਚ 126, 189, 252 ਹਨ। HCF 63 cm, pieces 2+3+4=9। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ ਰੱਸੀਆਂ 63 cm ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2, 3, 4 pieces ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੁੱਲ 9 pieces; ਕੋਈ ਰੱਸੀ ਨਹੀਂ ਬਚਦੀ।

Ex 3 **Railway NTPC pattern: Three bells ring together at 10:00 a.m. and repeat every 18, 24 and 30 seconds. From 10:00 through 10:30 a.m., including both endpoints, how many times do all three ring together?**

Railway NTPC ਪੈਟਰਨ: ਤਿੰਨ ਘੰਟੀਆਂ ਸਵੇਰੇ 10:00 ਵਜੇ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ 18, 24, 30 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਦੁਹਰਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। 10:00 ਤੋਂ 10:30 ਤੱਕ, ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਕੇ, ਤਿੰਨੇ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 10

Answer: B — 6 times

Quick method (≈35 sec): LCM(18,24,30)=360 s=6 min. In 30 min there are 30÷6=5 intervals. Include the starting ring: 5+1=6.

Full method: $18=2\times3^2$, $24=2^3\times3$, $30=2\times3\times5$. LCM=$2^3\times3^2\times5=360$ seconds=6 minutes. Shared times are 10:00, 10:06, 10:12, 10:18, 10:24 and 10:30. Counting each gives 6.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: LCM 360 ਸਕਿੰਟ = 6 ਮਿੰਟ। 30 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ 5 gaps ਹਨ; ਸ਼ੁਰੂ ਦੀ ਵਾਰ ਮਿਲਾ ਕੇ 6। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਇਕੱਠੇ ਵੱਜਣ ਦੇ ਸਮੇਂ 10:00, 10:06, 10:12, 10:18, 10:24, 10:30 ਹਨ। ਕੁੱਲ 6।

Ex 4 **IBPS Clerk pattern: Two numbers have HCF 12, LCM 504 and difference 12. Find their sum.**

IBPS Clerk ਪੈਟਰਨ: ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 12, LCM 504 ਤੇ ਫ਼ਰਕ 12 ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 144 **B)** 156 **C)** 168 **D)** 180

Answer: B — 156

Quick method (≈35 sec): Divide by HCF: co-prime parts have product 504÷12=42 and difference 12÷12=1. The pair is 6 and 7. Numbers 72 and 84; sum=156.

Full method: Write numbers 12a and 12b with HCF(a,b)=1. Their LCM is 12ab=504, so ab=42. Their difference is 12(b−a)=12, so b−a=1. Consecutive factors of 42 are a=6, b=7, and HCF(6,7)=1. Thus numbers=12×6=72 and 12×7=84; sum=72+84=156. Check: LCM(72,84)=504.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: 504÷12=42 ਅਤੇ ratio ਵਾਲੇ parts ਦਾ ਫ਼ਰਕ 1 ਹੈ। 42 ਦੇ ਲਗਾਤਾਰ factors 6,7 ਹਨ। Numbers 72,84; ਜੋੜ 156। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 12a,12b ਮੰਨੋ। ab=42 ਅਤੇ b−a=1। a=6,b=7; 72+84=156।

Ex 5 **SSC CHSL pattern: Find the least number greater than 500 that leaves remainder 5 on division by 8, 12 and 18, and is exactly divisible by 7.**

SSC CHSL ਪੈਟਰਨ: 500 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12, 18 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 5 ਬਚਾਏ ਅਤੇ 7 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ।

A) 509 **B)** 581 **C)** 653 **D)** 725

Answer: B — 581

Quick method (≈40 sec): LCM(8,12,18)=72, so N=72k+5. Above 500, k starts at 7. Since 72 leaves 2 on division by 7, 2k+5 must be a multiple of 7; k=8 works. N=72×8+5=581.

Full method: $8=2^3$, $12=2^2\times3$, $18=2\times3^2$, giving $L=2^3\times3^2=72$. Let N=72k+5. k=6 gives 437, below 500. k=7 gives 509, and 509=7×72+5, so it is not divisible by 7. k=8 gives 581=7×83. Also 581−5=576=72×8, so all three remainders are 5. Hence 581 is least.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: N=72k+5। 500 ਤੋਂ ਉੱਪਰ k=7 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ। k=7 ਨਾਲ 509, 7 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਵੰਡਦਾ; k=8 ਨਾਲ 581=7×83। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** 581−5=576, ਜੋ 8,12,18 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। 581 ਨੂੰ 7 ਵੀ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਸਹੀ ਜਵਾਬ ਹੈ।

Ex 6 **PSSSB Patwari pattern: Two rooms are 12 m × 18 m and 24 m × 30 m. Both use the same largest possible uncut square tile. If one tile costs ₹45, what is the total tile cost?**

PSSSB Patwari ਪੈਟਰਨ: ਦੋ ਕਮਰੇ 12 m × 18 m ਅਤੇ 24 m × 30 m ਹਨ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ size ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀ square tile ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ tile ₹45 ਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ ਕਿੰਨਾ?

A) ₹1,080 **B)** ₹1,170 **C)** ₹1,260 **D)** ₹1,350

Answer: B — ₹1,170

Quick method (≈40 sec): HCF of 12,18,24,30 is 6 m. Tiles: (2×3)+(4×5)=6+20=26. Cost=26×₹45=₹1,170.

Full method: A common square tile side must divide all four dimensions. HCF(12,18)=6, HCF(6,24)=6, HCF(6,30)=6, so tile side=6 m. First room takes (12÷6)×(18÷6)=2×3=6 tiles. Second takes (24÷6)×(30÷6)=4×5=20 tiles. Total tiles=26. Cost=26×45=20×45+6×45=900+270=₹1,170. Area check: combined room area=216+720=936 m^2; tile area=36 m^2; 936÷36=26.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਚਾਰਾਂ ਮਾਪਾਂ ਦਾ HCF 6 m। Tiles 6+20=26; 26×₹45=₹1170। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਪਹਿਲੇ room ਵਿੱਚ 2×3=6 ਤੇ ਦੂਜੇ ਵਿੱਚ 4×5=20 tiles। ਕੁੱਲ 26। ਖਰਚਾ 900+270=₹1170।

Ex 7 **Punjab Police pattern: Two piles contain whole numbers of identical packets. Their packet counts have HCF 18 and LCM 630. If the first pile has 90 packets, how many boxes of 18 packets each can be filled from the second pile?**

Punjab Police ਪੈਟਰਨ: ਦੋ ਢੇਰਾਂ ਵਿੱਚ packets ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ HCF 18 ਅਤੇ LCM 630 ਹੈ। ਪਹਿਲੇ ਢੇਰ ਵਿੱਚ 90 packets ਹਨ। ਦੂਜੇ ਢੇਰ ਤੋਂ 18 packets ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ boxes ਪੂਰੇ ਭਰਨਗੇ?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 9

Answer: C — 7 boxes

Quick method (≈30 sec): Second pile=(18×630)÷90=126 packets. Boxes=126÷18=7. Equivalently, cancel 18 first: boxes=630÷90=7.

Full method: For two packet counts, product=HCF×LCM=18×630=11,340. Let second pile contain x packets. Then 90x=11,340, so x=126. HCF(90,126)=18 and LCM=(90×126)÷18=630. Therefore the second pile fills 126÷18=7 complete boxes.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: ਦੂਜਾ ਢੇਰ (18×630)÷90=126 packets। 126÷18=7 boxes। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਦੋ ਗਿਣਤੀਆਂ ਦਾ product 18×630=11340 ਹੈ। 11340÷90=126। 18 ਵਾਲੇ 7 boxes ਬਣਦੇ ਹਨ।

Ex 8 **Railway Group D pattern: Three runners start together at the starting line of a circular track. Their lap times are 48, 60 and 72 seconds. When all three next return to the starting line together, how many laps has the fastest runner completed?**

Railway Group D ਪੈਟਰਨ: ਤਿੰਨ runners ਗੋਲ track ਦੀ starting line ਤੋਂ ਇਕੱਠੇ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ lap ਲਈ 48, 60, 72 ਸਕਿੰਟ ਲੱਗਦੇ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਤਿੰਨੇ starting line ਤੇ ਇਕੱਠੇ ਆਉਣ ਤੱਕ ਸਭ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ runner ਕਿੰਨੇ laps ਪੂਰੇ ਕਰੇਗਾ?

A) 10 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 18

Answer: C — 15 laps

Quick method (≈40 sec): LCM(48,60,72)=720 s. Fastest runner takes 48 s per lap, so 720÷48=15 laps.

Full method: $48=2^4\times3$; $60=2^2\times3\times5$; $72=2^3\times3^2$. LCM=$2^4\times3^2\times5=16\times9\times5=720$ seconds=12 minutes. At 720 seconds the runners have completed 720÷48=15, 720÷60=12 and 720÷72=10 whole laps. The fastest is the 48-second runner; answer 15.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ: Lap times ਦਾ LCM 720 ਸਕਿੰਟ। ਸਭ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ runner ਦਾ lap 48 ਸਕਿੰਟ; 720÷48=15। **ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ:** ਤਿੰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵੱਡੀਆਂ prime powers ਤੋਂ LCM 720 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਸਮੇਂ ਉਹ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 15,12,10 laps ਪੂਰੇ ਕਰਦੇ ਹਨ; ਜਵਾਬ 15।

Practice Set: 50 MCQs

ਅਭਿਆਸ ਸੈੱਟ: 50 ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਸਵਾਲ

Questions 1–15: Easy. Questions 16–35: Medium. Questions 36–50: Hard. Choose one answer for each question.

ਸਵਾਲ 1–15: ਸੌਖੇ। 16–35: ਦਰਮਿਆਨੇ। 36–50: ਔਖੇ। ਹਰ ਸਵਾਲ ਦਾ ਇੱਕ ਜਵਾਬ ਚੁਣੋ।

1. **Find the HCF of 18 and 30.**

18 ਅਤੇ 30 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 3 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 12

2. **Find the LCM of 8 and 12.**

8 ਅਤੇ 12 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 12 **B)** 16 **C)** 20 **D)** 24

3. **The HCF and LCM of two numbers are 4 and 120. If one number is 20, what is the other?**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 4 ਤੇ LCM 120 ਹੈ। ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 20 ਹੈ। ਦੂਜੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

A) 24 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 40

4. **Two numbers are in the reduced ratio 2:5 and their HCF is 6. Find the larger number.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ simplest ratio 2:5 ਅਤੇ HCF 6 ਹੈ। ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 12 **B)** 18 **C)** 30 **D)** 60

5. **Find the HCF of 2/3 and 4/9.**

2/3 ਅਤੇ 4/9 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 1/9 **B)** 2/9 **C)** 4/9 **D)** 2/3

6. **Find the LCM of 0.4 and 0.6.**

0.4 ਅਤੇ 0.6 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 1.2 **B)** 0.2 **C)** 0.6 **D)** 2.4

7. **Find the greatest number that divides 46 and 70, leaving remainders 2 and 4 respectively.**

46 ਅਤੇ 70 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2 ਅਤੇ 4 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 11 **B)** 12 **C)** 18 **D)** 22

8. **Find the greatest number that divides 35, 59 and 83, leaving the same remainder each time.**

35, 59 ਅਤੇ 83 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ ਇੱਕੋ ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 6 **B)** 12 **C)** 24 **D)** 48

9. **Find the least number greater than 8 that leaves remainder 1 when divided by 4, 6 and 8.**

8 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 4, 6 ਅਤੇ 8 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 1 ਬਚਾਏ।

A) 25 **B)** 24 **C)** 31 **D)** 49

10. **What least number should be added to 53 to make it divisible by both 6 and 8?**

53 ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 6 ਅਤੇ 8 ਦੋਵਾਂ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ?

A) 5 **B)** 11 **C)** 17 **D)** 19

11. **Two bells ring together now and then every 9 and 12 seconds. After how many seconds will they next ring together?**

ਦੋ ਘੰਟੀਆਂ ਹੁਣ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਫਿਰ 9 ਤੇ 12 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਕਿੰਨੇ ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

A) 18 s **B)** 24 s **C)** 36 s **D)** 48 s

12. **A shop has 24 pencils and 36 pens. What is the greatest number of identical kits it can make using all items?**

ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ 24 pencils ਅਤੇ 36 pens ਹਨ। ਸਾਰੀਆਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਵਰਤ ਕੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਕਿੰਨੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ kits ਬਣਣਗੀਆਂ?

A) 6 **B)** 12 **C)** 18 **D)** 24

13. **What is the side of the largest equal square tile that fits without cutting on a 20 m × 28 m floor?**

20 m × 28 m ਦੇ ਫਰਸ਼ ਉੱਤੇ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੇ ਫਿੱਟ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ square tile ਦਾ ਪਾਸਾ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

A) 2 m **B)** 5 m **C)** 7 m **D)** 4 m

14. **A 12 m × 20 m room is covered with the largest equal uncut square tiles. How many tiles are needed?**

12 m × 20 m ਦਾ ਕਮਰਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀਆਂ square tiles ਨਾਲ ਢੱਕਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੀਆਂ tiles ਲੱਗਣਗੀਆਂ?

A) 10 **B)** 15 **C)** 20 **D)** 30

15. **Find the LCM of 6, 10 and 15.**

6, 10 ਅਤੇ 15 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 30 **B)** 60 **C)** 90 **D)** 15

16. **Find the HCF of 96, 144 and 216.**

96, 144 ਅਤੇ 216 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 8 **B)** 12 **C)** 24 **D)** 48

17. **Find the LCM of 18, 24 and 30.**

18, 24 ਅਤੇ 30 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 360 **B)** 180 **C)** 240 **D)** 720

18. **Find the HCF of 12/25 and 18/35.**

12/25 ਅਤੇ 18/35 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 6/35 **B)** 12/175 **C)** 3/175 **D)** 6/175

19. **Find the LCM of 0.24 and 0.36.**

0.24 ਅਤੇ 0.36 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 0.12 **B)** 0.72 **C)** 1.44 **D)** 2.16

20. **Find the greatest number that divides 365 and 533, leaving remainders 5 and 11 respectively.**

365 ਅਤੇ 533 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 5 ਅਤੇ 11 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 6 **B)** 9 **C)** 18 **D)** 36

21. **Find the greatest number that divides 133, 193 and 253, leaving the same remainder each time.**

133, 193 ਅਤੇ 253 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ ਇੱਕੋ ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 15 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 60

22. **Find the least number greater than 14 that leaves remainder 4 when divided by 6, 10 and 14.**

14 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 6, 10 ਅਤੇ 14 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 4 ਬਚਾਏ।

A) 214 **B)** 210 **C)** 424 **D)** 104

23. **What least number should be added to 314 to make it exactly divisible by 6, 9 and 12?**

314 ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 6, 9 ਅਤੇ 12 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 26

24. **Three bells ring together at 9:00 a.m. and then every 12, 15 and 20 seconds. How many times do all three ring together through 9:05 a.m., including 9:00 and 9:05?**

ਤਿੰਨ ਘੰਟੀਆਂ ਸਵੇਰੇ 9:00 ਵਜੇ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਫਿਰ 12, 15, 20 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ। 9:00 ਅਤੇ 9:05 ਦੋਵੇਂ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਕੇ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 10

25. **Two numbers have HCF 12 and LCM 420. If one is 60, find the difference between them.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 12 ਤੇ LCM 420 ਹੈ। ਇੱਕ 60 ਹੈ। ਦੋਵਾਂ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਲੱਭੋ।

A) 24 **B)** 36 **C)** 48 **D)** 60

26. **A school has 132 red, 198 blue and 330 green badges. What is the greatest number of identical packets it can make using all badges?**

ਸਕੂਲ ਕੋਲ 132 ਲਾਲ, 198 ਨੀਲੇ ਤੇ 330 ਹਰੇ badges ਹਨ। ਸਾਰੇ badges ਵਰਤ ਕੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਕਿੰਨੇ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ packets ਬਣਣਗੇ?

A) 22 **B)** 33 **C)** 44 **D)** 66

27. **Find the least number of students, greater than 16, that can stand in rows of 9, 12 or 16 without anyone left.**

16 ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਗਿਣਤੀ ਲੱਭੋ ਜੋ 9, 12 ਜਾਂ 16 ਦੀਆਂ rows ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਬਚਾਏ ਖੜ੍ਹ ਸਕੇ।

A) 72 **B)** 144 **C)** 96 **D)** 288

28. **A 35 m × 49 m floor is covered with the largest equal uncut square tiles. How many tiles are needed?**

35 m × 49 m ਦੇ ਫਰਸ਼ ਉੱਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀਆਂ square tiles ਲਗਦੀਆਂ ਹਨ। ਕਿੰਨੀਆਂ tiles ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ?

A) 12 **B)** 24 **C)** 35 **D)** 49

29. **Two rooms measure 15 m × 25 m and 20 m × 30 m. Both use the same largest uncut square tile. How many tiles are needed altogether?**

ਦੋ ਕਮਰੇ 15 m × 25 m ਅਤੇ 20 m × 30 m ਹਨ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ size ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀ square tile ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀਆਂ tiles?

A) 39 **B)** 35 **C)** 45 **D)** 52

30. **Two runners start together at the starting line of a circular track. Their lap times are 54 and 72 seconds. After how long will they next be together at that line?**

ਦੋ runners ਗੋਲ track ਦੀ starting line ਤੋਂ ਇਕੱਠੇ ਚੱਲਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ lap times 54 ਤੇ 72 ਸਕਿੰਟ ਹਨ। ਦੋਵੇਂ ਉਸੇ line ਤੇ ਫਿਰ ਕਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਬਾਅਦ ਇਕੱਠੇ ਹੋਣਗੇ?

A) 2 min 24 s **B)** 3 min **C)** 3 min 24 s **D)** 3 min 36 s

31. **Find the HCF of 2.4, 3.6 and 5.4.**

2.4, 3.6 ਅਤੇ 5.4 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 0.2 **B)** 0.3 **C)** 0.6 **D)** 1.2

32. **Find the LCM of 4/9 and 5/12.**

4/9 ਅਤੇ 5/12 ਦਾ LCM ਲੱਭੋ।

A) 10/3 **B)** 20/3 **C)** 20/9 **D)** 5/3

33. **Find the greatest number that divides 509, 698 and 887, leaving remainders 5, 14 and 23 respectively.**

509, 698 ਅਤੇ 887 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 5, 14, 23 ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 36 **B)** 18 **C)** 72 **D)** 24

34. **Find the greatest number that divides 478, 622 and 766, leaving the same remainder each time.**

478, 622 ਅਤੇ 766 ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ ਇੱਕੋ ਬਾਕੀ ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 48 **B)** 72 **C)** 96 **D)** 144

35. **Find the least number greater than 15 that leaves remainder 3 when divided by 8, 12 and 15.**

15 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12 ਅਤੇ 15 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 3 ਬਚਾਏ।

A) 63 **B)** 120 **C)** 123 **D)** 243

36. **Three numbers are in the reduced ratio 4:5:7 and their HCF is 9. Find their LCM.**

ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ simplest ratio 4:5:7 ਅਤੇ HCF 9 ਹੈ। LCM ਲੱਭੋ।

A) 1,260 **B)** 630 **C)** 2,520 **D)** 140

37. **Two numbers have HCF 8 and LCM 840. If one number is 56, find their difference.**

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 8 ਤੇ LCM 840 ਹੈ। ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 56 ਹੈ। ਫ਼ਰਕ ਲੱਭੋ।

A) 56 **B)** 64 **C)** 72 **D)** 80

38. **How many unordered pairs of positive whole numbers have HCF 4 and LCM 420?**

Positive whole numbers ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਬਿਨਾਂ ਕ੍ਰਮ ਵਾਲੇ pairs ਦਾ HCF 4 ਤੇ LCM 420 ਹੈ?

A) 2 **B)** 3 **C)** 6 **D)** 4

39. **The HCF and LCM of 24, 36 and a third number are 12 and 360. Which option can be the third number?**

24, 36 ਅਤੇ ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ HCF 12 ਤੇ LCM 360 ਹੈ। Options ਵਿੱਚੋਂ ਤੀਜੀ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ?

A) 40 **B)** 72 **C)** 60 **D)** 90

40. **Two positive numbers have HCF 6 and LCM 210. Find their smallest possible sum.**

ਦੋ positive ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 6 ਤੇ LCM 210 ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਸੰਭਵ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 72 **B)** 84 **C)** 216 **D)** 42

41. **Find the least four-digit number that leaves remainders 7, 11 and 14 when divided by 8, 12 and 15 respectively.**

ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12, 15 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 7, 11, 14 ਬਚਾਏ।

A) 959 **B)** 1,069 **C)** 1,081 **D)** 1,079

42. **Find the least number greater than 200 that leaves remainder 4 when divided by 6, 8 and 9, and is also divisible by 5.**

200 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 6, 8, 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 4 ਬਚਾਏ ਅਤੇ 5 ਨਾਲ ਵੀ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ।

A) 148 **B)** 220 **C)** 292 **D)** 364

43. **Find the least number greater than 1,000 that is divisible by 12, 18 and 25, and leaves remainder 2 when divided by 7.**

1,000 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 12, 18, 25 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ ਅਤੇ 7 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ 2 ਬਚਾਏ।

A) 1,800 **B)** 2,700 **C)** 3,600 **D)** 4,500

44. **Two runners start together on a circular track in opposite directions. Their lap times are 48 and 80 seconds. When will they first meet anywhere on the track after starting?**

ਦੋ runners ਗੋਲ track ਉੱਤੇ ਇਕੱਠੇ ਪਰ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦੇ ਹਨ। Lap times 48 ਤੇ 80 ਸਕਿੰਟ ਹਨ। ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ track ਉੱਤੇ ਕਿਤੇ ਵੀ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਕਦੋਂ ਮਿਲਣਗੇ?

A) 24 s **B)** 40 s **C)** 120 s **D)** 30 s

45. **Three bells ring together at 8:00 a.m. and repeat every 14, 21 and 35 seconds. How many times do they ring together through 8:21 a.m., counting both endpoints?**

ਤਿੰਨ ਘੰਟੀਆਂ ਸਵੇਰੇ 8:00 ਵਜੇ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ 14, 21, 35 ਸਕਿੰਟ ਬਾਅਦ ਦੁਹਰਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। 8:21 ਤੱਕ ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ ਗਿਣ ਕੇ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

A) 7 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 12

46. **Two rooms are 16 m × 28 m and 20 m × 32 m. Both use the same largest uncut square tile. If each tile costs ₹25, what is the total tile cost?**

ਦੋ ਕਮਰੇ 16 m × 28 m ਅਤੇ 20 m × 32 m ਹਨ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ size ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਬਿਨਾਂ ਕੱਟੀ square tile ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ tile ₹25 ਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ?

A) ₹1,600 **B)** ₹1,700 **C)** ₹1,800 **D)** ₹2,000

47. **The greatest number that divides 418, 627 and 836 leaves remainders 10, 15 and 20 respectively. Find the sum of the three quotients.**

418, 627 ਅਤੇ 836 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 10, 15, 20 ਬਾਕੀ ਛੱਡ ਕੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲਓ। ਤਿੰਨ quotients ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 12

48. **Find the HCF of 9/14 and 15/21.**

9/14 ਅਤੇ 15/21 ਦਾ HCF ਲੱਭੋ।

A) 1/7 **B)** 3/14 **C)** 5/14 **D)** 1/14

49. **Find the least four-digit number that leaves remainder 7 when divided by 8, 12 and 15, and is exactly divisible by 11.**

ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 8, 12, 15 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰ 7 ਬਚਾਏ ਅਤੇ 11 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਵੰਡੇ।

A) 2,167 **B)** 1,087 **C)** 1,207 **D)** 2,047

50. **Two packet counts have HCF 15 and LCM 1260. One pile has 60 packets. If both piles are packed into boxes of 15 packets each, how many boxes are needed in total?**

ਦੋ ਢੇਰਾਂ ਵਿੱਚ packets ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ HCF 15 ਤੇ LCM 1260 ਹੈ। ਇੱਕ ਢੇਰ ਵਿੱਚ 60 packets ਹਨ। ਦੋਵੇਂ ਢੇਰ 15 packets ਵਾਲੇ boxes ਵਿੱਚ ਪਾਏ ਜਾਣ ਤਾਂ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ boxes ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ?

A) 21 **B)** 25 **C)** 28 **D)** 35

Answer Key
ਉੱਤਰ ਕੁੰਜੀ

1 B	2 D	3 A	4 C	5 B	6 A	7 D	8 C	9 A	10 D
11 C	12 B	13 D	14 B	15 A	16 C	17 A	18 D	19 B	20 C
21 D	22 A	23 C	24 B	25 A	26 D	27 B	28 C	29 A	30 D
31 C	32 B	33 A	34 D	35 C	36 A	37 B	38 D	39 C	40 A
41 D	42 B	43 C	44 D	45 A	46 B	47 C	48 D	49 A	50 B

1. B HCF(18,30)=6. ਦੋਵਾਂ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਸਾਂਝਾ factor 6।

2. D LCM(8,12)=24. 8 ਤੇ 12 ਦੀ ਪਹਿਲੀ common multiple 24।

3. A Other number=(4×120)÷20=24. HCF×LCM ਨੂੰ 20 ਨਾਲ divide ਕਰੋ।

4. C Larger number=6×5=30. ਵੱਡੇ ratio part ਨੂੰ HCF ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

5. B HCF(2,4)/LCM(3,9)=2/9. ਉੱਪਰ HCF, ਹੇਠਾਂ LCM।

6. A LCM(4,6)÷10=12÷10=1.2. ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ place ਹਟਾ ਕੇ ਵਾਪਸ ਲਿਆਓ।

7. D HCF(46−2,70−4)=HCF(44,66)=22. ਬਾਕੀਆਂ ਘਟਾ ਕੇ HCF ਲਓ।

8. C HCF(59−35,83−59)=HCF(24,24)=24. ਇੱਕੋ ਬਾਕੀ ਲਈ numbers ਦੇ gaps ਲਓ।

9. A LCM(4,6,8)+1=24+1=25. LCM ਵਿੱਚ ਬਾਕੀ 1 ਜੋੜੋ।

10. D Next multiple of LCM(6,8)=24 above 53 is 72; add 19. 72−53=19 ਜੋੜੋ।

11. C Bells meet after LCM(9,12)=36 s. ਦੋ intervals ਦਾ LCM 36 ਸਕਿੰਟ।

12. B Maximum identical kits=HCF(24,36)=12. ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ kits ਲਈ HCF।

13. D Tile side=HCF(20,28)=4 m. Tile ਦਾ ਪਾਸਾ ਦੋਵੇਂ ਮਾਪ ਵੰਡੇ।

14. B Side=HCF(12,20)=4 m; tiles=3×5=15. ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ 3, ਚੌੜਾਈ ਦੀਆਂ 5 tiles।

15. A LCM(6,10,15)=2×3×5=30. ਹਰ prime ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ power ਲਓ।

16. C HCF(96,144,216)=24. 96=4×24, 144=6×24, 216=9×24।

17. A LCM=2^3×3^2×5=360. 18,24,30 ਦੀਆਂ ਵੱਡੀਆਂ prime powers ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

18. D HCF(12,18)/LCM(25,35)=6/175. Fractions ਲਈ ਉੱਪਰ HCF 6, ਹੇਠਾਂ LCM 175।

19. B LCM(24,36)÷100=72÷100=0.72. ਦੋ decimal places ਵਾਪਸ ਲਿਆਓ।

20. C HCF(365−5,533−11)=HCF(360,522)=18. ਬਾਕੀਆਂ ਘਟਾ ਕੇ HCF 18।

21. D Consecutive differences are 60 and 60; HCF=60. Same remainder ਲਈ gap 60।

22. A LCM(6,10,14)+4=210+4=214. LCM 210 ਵਿੱਚ 4 ਜੋੜੋ।

23. C LCM=36; next multiple above 314 is 324; add 10. 324−314=10।

24. B LCM=60 s; 300÷60+1=6 inclusive rings. 5 gaps ਤੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਾਲੀ ring: 6।

25. A Other=(12×420)÷60=84; difference=24. ਦੂਜੀ 84, ਫ਼ਰਕ 84−60=24।

26. D HCF(132,198,330)=66 packets. 132,198,330 ਕ੍ਰਮਵਾਰ 66 ਦੇ 2,3,5 ਗੁਣਾ ਹਨ।

27. B LCM(9,12,16)=144 students. 144 ਤਿੰਨਾਂ row sizes ਨਾਲ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

28. C Side=HCF(35,49)=7 m; count=5×7=35. 5 columns × 7 rows = 35 tiles।

29. A Common side=5 m; counts 3×5+4×6=39. ਦੋ ਕਮਰਿਆਂ ਲਈ 15+24=39 tiles।

30. D LCM(54,72)=216 s=3 min 36 s. 216 ਸਕਿੰਟ ਨੂੰ ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

31. C HCF(24,36,54)÷10=6÷10=0.6. ਇੱਕ decimal place ਵਾਪਸ ਲਿਆਓ।

32. B LCM(4,5)/HCF(9,12)=20/3. Fractions ਦੇ LCM ਲਈ ਉੱਪਰ LCM, ਹੇਠਾਂ HCF।

33. A HCF(504,684,864)=36 after removing remainders. 5,14,23 ਘਟਾ ਕੇ HCF 36।

34. D Consecutive differences are both 144. Same remainder ਲਈ 144 ਦਾ gap।

35. C LCM(8,12,15)+3=120+3=123. LCM ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜੋ।

36. A Pairwise co-prime ratio parts give LCM=9×4×5×7=1260. Ratio parts 4,5,7 co-prime ਹਨ।

37. B Other=(8×840)÷56=120; difference=64. 120−56=64।

38. D LCM/HCF=105=3×5×7; 2^{3-1}=4 unordered pairs. ਤਿੰਨ prime blocks ਦੇ 4 ਬਿਨਾਂ ਕ੍ਰਮ ਵਾਲੇ pairs।

39. C 60 supplies missing factor 5; HCF(24,36,60)=12 and LCM=360. 60 ਨਾਲ ਦੋਵੇਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਪੂਰੀਆਂ।

40. A LCM/HCF=35; nearest co-prime pair 5:7 gives 30+42=72. 5 ਤੇ 7 ਨਾਲ numbers 30,42 ਬਣਦੇ ਹਨ।

41. D One less each means N+1 multiple of 120; first four-digit N=9×120−1=1079. 120 ਦੀ ਪਹਿਲੀ ਲੋੜੀਂਦੀ multiple 1080; ਇੱਕ ਘਟਾਓ।

42. B N=72k+4; k=3 gives first value above 200 divisible by 5: 220. 72×3+4=220।

43. C N=900k; 900 leaves 4 mod 7, so first k≥2 with 4k leaving 2 is k=4; N=3600. 900×4=3600, 7 ਨਾਲ 2 ਬਚਦਾ ਹੈ।

44. D Opposite runners meet after (48×80)/(48+80)=30 s. ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਲਈ product ÷ sum।

45. A LCM(14,21,35)=210 s; 1260÷210+1=7 inclusive rings. 21 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ 6 gaps, ਸ਼ੁਰੂ ਮਿਲਾ ਕੇ 7।

46. B Common tile side=4 m; (4×7+5×8)×₹25=₹1700. 28+40=68 tiles; 68×25=₹1700।

47. C Adjusted numbers 408,612,816 have HCF 204; quotients 2+3+4=9. ਬਾਕੀਆਂ ਘਟਾ ਕੇ quotients 2,3,4।

48. D Reduce 15/21 to 5/7; HCF(9,5)/LCM(14,7)=1/14. ਪਹਿਲਾਂ fraction ਘਟਾਓ, ਫਿਰ HCF rule।

49. A N=120k+7; first four-digit k satisfying divisibility by 11 is 18, giving 2167. 120×18+7=2167=11×197।

50. B Other pile=(15×1260)÷60=315; total boxes=(60+315)÷15=25. ਦੂਜਾ ਢੇਰ 315 packets; ਕੁੱਲ 25 boxes।

Quick Revision
ਝਟਪਟ ਦੁਹਰਾਈ

ALL RULES AT A GLANCE · ਸਾਰੇ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਨਜ਼ਰ ਵਿੱਚ

- **Factors and multiples:** HCF is the greatest common divider; LCM is the least common multiple. HCF ਵੱਡੀ ਸਾਂਝੀ factor; LCM ਛੋਟੀ ਸਾਂਝੀ multiple।
- **Prime powers:** HCF takes common primes with smallest powers; LCM takes all primes with largest powers. HCF ਲਈ common ਛੋਟੀਆਂ powers; LCM ਲਈ ਸਾਰੀਆਂ ਵੱਡੀਆਂ powers।
- **Fast HCF division:** Repeatedly divide larger by smaller; the last non-zero remainder is HCF. For factor count of $p^a q^b$, use $(a+1)(b+1)$. ਵੱਡੇ ਨੂੰ ਛੋਟੇ ਨਾਲ ਵੰਡਦੇ ਜਾਓ; ਆਖਰੀ non-zero ਬਾਕੀ HCF। Factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ $(a+1)(b+1)$।
- **Two numbers only:** HCF×LCM=product. If HCF=h and reduced ratio=a:b, numbers=ha,hb, LCM=hab. ਸਿਰਫ਼ ਦੋ numbers ਲਈ product rule; ratio parts co-prime ਹੋਣ।
- **Fractions:** HCF=HCF(numerators)/LCM(denominators); LCM=LCM(numerators)/HCF(denominators). Reduce fractions first. Fractions ਪਹਿਲਾਂ ਘਟਾਓ; ਉੱਪਰ-ਹੇਠਾਂ ਵਾਲਾ rule ਯਾਦ ਰੱਖੋ।
- **Fraction comparison:** Reduce first, then use LCM of denominators to make a common scale. ਪਹਿਲਾਂ fractions ਘਟਾਓ, ਫਿਰ denominators ਦੇ LCM ਨਾਲ ਇੱਕੋ scale ਬਣਾਓ।
- **Decimals:** Multiply all by the same 10^n, solve as whole numbers, divide the answer by 10^n. ਸਭ ਨੂੰ ਇੱਕੋ 10^n ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਤੇ ਜਵਾਬ ਵਾਪਸ divide ਕਰੋ।
- **Greatest divider with different remainders:** HCF(N_1-r_1, N_2-r_2, ...). Divider must exceed each remainder. ਹਰ number ਵਿੱਚੋਂ ਉਸ ਦਾ remainder ਘਟਾ ਕੇ HCF।
- **Greatest divider with same remainder:** HCF of pairwise differences. ਇੱਕੋ remainder ਲਈ numbers ਦੇ differences ਦਾ HCF।
- **Least nontrivial remainder number:** N=LCM+r when N must exceed every divisor; for remainders d−c, N=LCM−c. ਸਭ divisors ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਹਿਲਾ ਹੱਲ LCM+r; ਹਰ ਵਾਰ c ਘੱਟ ਬਾਕੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ LCM−c।
- **Add or subtract:** If N=qL+s with L=LCM and $0 \le s < L$, subtract s or add L−s; if s=0, adjustment is 0. LCM ਨਾਲ ਆਇਆ remainder s ਘਟਾਓ, ਜਾਂ L−s ਜੋੜੋ।
- **Nearest and bounded:** Compare s with L−s for the nearest multiple; for the largest $N \le M$ with remainder r, use $N=r+L\times\text{floor}((M-r)/L)$. ਨੇੜਲੀ multiple ਲਈ s ਤੇ L−s ਵੇਖੋ; ਹੱਦ M ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਡਾ remainder-r number ਇਸ formula ਨਾਲ।
- **Repeating events:** Next shared bell, signal or starting-line return is after LCM of intervals. Inclusive count from time 0 to T is T/LCM+1 when T is a multiple of LCM. ਇਕੱਠੇ ਦੁਹਰਾਉਣ ਲਈ LCM; ਸ਼ੁਰੂ ਵਾਲੀ ਵਾਰ ਗਿਣਣੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ +1।
- **Bell strikes:** n strikes from first to last in t seconds mean n−1 gaps, so one interval=t/(n−1). n ਵਾਰ ਵੱਜਣ ਵਿੱਚ n−1 gaps; ਇੱਕ gap=t/(n−1)।
- **Opposite-direction runners:** First meeting anywhere after $(t_1\times t_2)/(t_1+t_2)$; starting-line return uses LCM. ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੀ ਮੁਲਾਕਾਤ ਲਈ product/sum; starting line ਲਈ LCM।
- **Groups and tiles:** Maximum identical groups or largest tile side → HCF; minimum common total → LCM; tile count=(length÷side)×(breadth÷side). ਵੱਡੇ ਬਰਾਬਰ groups/tile ਲਈ HCF; ਛੋਟੇ common total ਲਈ LCM; tiles rows×columns।
- **Number reconstruction:** HCF h must divide LCM L. With sum S, co-prime parts satisfy a+b=S/h. If a,b,c are pairwise co-prime, HCF(ab,bc)=b. h ਨੇ L ਨੂੰ ਵੰਡਣਾ ਹੈ; ਜੋੜ S ਹੋਵੇ ਤਾਂ co-prime parts ਦਾ ਜੋੜ S/h। Pairwise co-prime ਹੋਣ ਤਾਂ HCF(ab,bc)=b।

- **Check before marking:** Keep units equal; remainder < divisor; HCF ≤ smallest input; LCM ≥ largest input; the two-number product identity does not extend to three numbers. Units ਇੱਕੋ, ਬਾਕੀ divisor ਤੋਂ ਛੋਟਾ, ਅਤੇ ਤਿੰਨ numbers ਉੱਤੇ product rule ਨਹੀਂ।