PUNJAB POLICE • PSSSB • PUNJAB PCS • GOVERNMENT EXAMS

HOUSE OF ASPIRANTS

QUANTITATIVE APTITUDE

CHAPTER 1

Number System

Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for.

WEBSITE
houseofaspirants.in

EDITION
October 2026

LANGUAGE
Punjabi & English

House of Aspirants

Punjab's bilingual exam-preparation platform

houseofaspirants.in

Welcome, Aspirant

Thank you for choosing **House of Aspirants**. These notes are written for every serious government-exam aspirant: **exam-oriented, easy to understand and free**.

> *"Prepared by someone who has already achieved what you are preparing for."*

HOW TO GET THE MOST FROM THESE NOTES

1 Read
Go through the chapter once and mark the points that are new to you.

2 Practise
Attempt this chapter's MCQ quiz on houseofaspirants.in.

3 Revise
Check previous year questions on the topic and revise your marked points.

Visit Our Website

- Bilingual notes: Punjabi & English
- Daily quiz & chapter-wise MCQs
- Monthly current affairs
- 10+ years of previous year papers
- Progress tracking

Scan to visit

www.houseofaspirants.in

Join Our Telegram Channel

- Latest notes, first
- Daily updates
- Exam notifications
- Weekly PDFs
- Live guidance sessions

Scan to join

t.me/HouseOfAspirant

Keep Learning. Keep Growing. Keep Achieving.

Team House of Aspirants

© 2026 House of Aspirants. These notes are for educational purposes only. Reproduction, redistribution or commercial use without permission is prohibited.

CHAPTER 1

Number System

ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

IN THIS CHAPTER · ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ

- Number families and digit values
- Divisibility, factors and primes
- Unit digits, remainders and powers
- Series sums, AP and factorial zeros
- Fast algebraic identities
- Exam-level Number System practice

Basics You Must Know

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਬੁਨਿਆਦ ਜਾਣੋ

A number is simply a way to tell “how many”, “which position”, or “how much”. When a shopkeeper says 18 kg wheat, a bus conductor says seat 18, and a mobile recharge costs ₹18, the symbol 18 is the same but its job can differ. In exams, Number System questions ask you to see the hidden pattern in such numbers quickly.

ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਸਿੱਧਾ ਮਤਲਬ ਹੈ—ਕਿੰਨੀਆਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹਨ, ਕਿਹੜੀ ਥਾਂ ਹੈ ਜਾਂ ਕਿੰਨੀ ਮਾਤਰਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਦੁਕਾਨਦਾਰ 18 kg ਕਣਕ ਕਹੇ, ਬੱਸ ਵਾਲਾ ਸੀਟ ਨੰਬਰ 18 ਕਹੇ ਜਾਂ ਰੀਚਾਰਜ ₹18 ਦਾ ਹੋਵੇ। ਅੰਕ 18 ਇੱਕੋ ਹੈ, ਪਰ ਵਰਤੋਂ ਵੱਖ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਮਤਿਹਾਨ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਲੁਕਿਆ ਪੈਟਰਨ ਜਲਦੀ ਪਛਾਣਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

NUMBER-FAMILY MAP · ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਨਕਸ਼ਾ

Natural numbers are counting numbers: 1, 2, 3, … . **Whole numbers** include 0: 0, 1, 2, … . **Integers** include negatives too: …, −2, −1, 0, 1, 2, … . A **rational number** can be written as p/q where p and q are integers and q ≠ 0. An **irrational number** cannot be written as p/q exactly, for example √2 and π.

Natural numbers ਗਿਣਤੀ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਹਨ: 1, 2, 3, … । **Whole numbers** ਵਿੱਚ 0 ਵੀ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ: 0, 1, 2, … । **Integers** ਵਿੱਚ ਨੈਗੇਟਿਵ ਅੰਕ ਵੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ: …, −2, −1, 0, 1, 2, … । **Rational number** ਨੂੰ p/q ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q integers ਹਨ ਤੇ q ≠ 0। **Irrational number** ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿਲਕੁਲ ਨਹੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ, ਜਿਵੇਂ √2 ਅਤੇ π।

Type of number	Meaning	Examples	Fast check
Natural	Positive counting number	1, 8, 250	Starts from 1
Whole	Natural numbers with zero	0, 1, 8	Non-negative integer
Integer	Negative, zero or positive whole value	−9, 0, 14	No fraction/decimal part
Prime	Exactly two positive factors: 1 and itself	2, 3, 5, 17	Test primes up to √n
Composite	More than two positive factors	4, 6, 9, 21	Can split into smaller factors
Co-prime pair	HCF of the pair is 1	8 and 15; 14 and 25	They need not both be prime
Rational	Can be written as p/q, q ≠ 0	3/4, −7, 0.125	Terminating/repeating decimal
Irrational	Non-terminating, non-repeating decimal	√2, √5, π	Cannot become exact p/q

Formula table ਫਾਰਮੂਲਾ ਟੇਬਲ

Formula or rule	Meaning	Example
Dividend = Divisor × Quotient + Remainder	Division check; remainder is from 0 to divisor − 1.	47 = 6 × 7 + 5
Number of factors of $p^a q^b \ldots$ = (a+1)(b+1)...	Add 1 to each prime exponent and multiply.	$72 = 2^3 \times 3^2$: 4×3 = 12 factors
$1+2+\ldots+n = n(n+1)/2$	Sum of first n natural numbers.	1 to 10 = 10×11/2 = 55
$1+3+\ldots+(2n-1) = n^2$	Sum of first n odd numbers.	$1+3+5+7 = 4^2 = 16$
$2+4+\ldots+2n = n(n+1)$	Sum of first n even numbers.	2+4+6+8 = 4×5 = 20
Zeros in n! = $\lfloor n/5 \rfloor + \lfloor n/25 \rfloor + \ldots$	Each 5 pairs with a 2 to make one trailing zero.	25!: 5+1 = 6 zeros

Memory tables that save time ਤੇਜ਼ ਹਿਸਾਬ ਲਈ ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਵਾਲੀਆਂ ਟੇਬਲਾਂ

Squares	Cubes	Fraction	Percentage
$11^2=121$; $12^2=144$; $13^2=169$; $14^2=196$; $15^2=225$	$2^3=8$; $3^3=27$; $4^3=64$; $5^3=125$	1/2, 1/3, 1/4, 1/5	50%, 33⅓%, 25%, 20%
$16^2=256$; $17^2=289$; $18^2=324$; $19^2=361$; $20^2=400$	$6^3=216$; $7^3=343$; $8^3=512$; $9^3=729$; $10^3=1000$	1/6, 1/8, 1/10, 3/4	16⅔%, 12.5%, 10%, 75%

MEMORY TRICK · ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦਾ ਤਰੀਕਾ

For squares near 20, use $(20-a)^2 = 400-40a+a^2$. For example, $17^2 = 400-120+9 = 289$. It works because the identity expands exactly; do not use it carelessly without keeping the $+a^2$ term.

20 ਦੇ ਨੇੜੇ square ਲਈ $(20-a)^2 = 400-40a+a^2$ ਵਰਤੋ। ਜਿਵੇਂ $17^2 = 400-120+9 = 289$। ਇਹ identity ਕਰਕੇ ਬਿਲਕੁਲ ਸਹੀ ਹੈ; ਆਖ਼ਰ ਵਾਲਾ $+a^2$ ਨਾ ਭੁੱਲੋ।

TYPE 1 Classification of Numbers and Number Properties

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣ

1. What is this type? ਇਹ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਵਾਲ ਹੈ?

These questions ask which "family" a number belongs to, or whether a stated property is true. Think of a farmer sorting grain into separate sacks: wheat, rice, and maize may all be grain, but each sack has its own label. Similarly, every number has one or more labels.

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਪੁੱਛਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਅੰਕ ਕਿਹੜੀ "family" ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗੁਣ ਸਹੀ ਹੈ ਕਿ ਨਹੀਂ। ਜਿਵੇਂ ਕਿਸਾਨ ਕਣਕ, ਚੌਲ ਤੇ ਮੱਕੀ ਨੂੰ ਵੱਖਰੇ ਬੋਰੇ ਵਿੱਚ ਪਾਂਦਾ ਹੈ, ਓਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਨਾਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

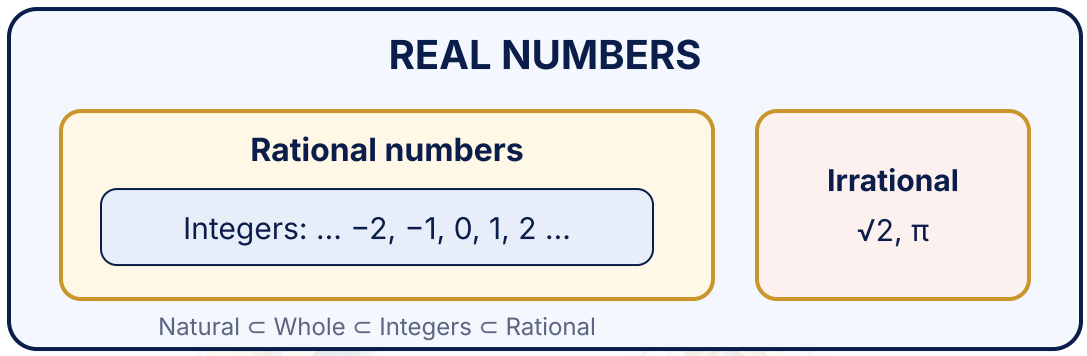
Recognise it: Look for words such as *natural, whole, integer, prime, composite, co-prime, rational, irrational, smallest, odd, even*, or "which statement is true?"

ਪਛਾਣ: ਜੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ *natural, whole, integer, prime, composite, co-prime, rational, irrational, ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ, odd, even* ਵਰਗੇ ਸ਼ਬਦ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਇਹੀ Type ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

1. **0** is a whole number and integer, but not a natural number in standard competitive-exam convention.
2. **1** is neither prime nor composite because it has only one positive factor: 1.
3. **2** is the only even prime number.
4. Two numbers are **co-prime** if their HCF is 1. They may both be composite: 8 and 9 are co-prime.

1) **0** whole number ਅਤੇ integer ਹੈ, ਪਰ ਆਮ competitive exam convention ਵਿੱਚ natural number ਨਹੀਂ। 2) **1** ਨਾ prime ਹੈ, ਨਾ composite, ਕਿਉਂਕਿ ਇਸਦਾ ਕੇਵਲ ਇੱਕ positive factor ਹੈ। 3) **2** ਇਕੱਲਾ even prime number ਹੈ। 4) ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ HCF 1 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ **co-prime** ਹਨ; ਦੋਵੇਂ composite ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ 8 ਅਤੇ 9।



Every integer is rational, but not every rational number is an integer.

2. Standard method ਹਰ ਵਾਰੀ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ

1. Underline the exact property asked: prime, integer, rational, or co-prime.
2. Use the definition first; do not guess from the size of the number.
3. For a prime test, check divisibility only by prime numbers up to √n.
4. For co-prime numbers, find their common factor or HCF—not whether both are prime.
5. Read every option: one word such as “only” or “always” can make a statement false.

1) ਪਹਿਲਾਂ ਵੇਖੋ ਕਿ ਸਵਾਲ ਕਿਹੜਾ ਗੁਣ ਪੁੱਛ ਰਿਹਾ ਹੈ। 2) ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਨਹੀਂ, definition ਲਗਾਓ। 3) prime test ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ √n ਤੱਕ ਦੇ prime ਨਾਲ ਭਾਗ ਵੇਖੋ। 4) co-prime ਲਈ HCF ਵੇਖੋ, ਇਹ ਨਹੀਂ ਕਿ ਦੋਵੇਂ prime ਹਨ। 5) option ਪੂਰਾ ਪੜ੍ਹੋ; “only” ਜਾਂ “always” ਵਰਗਾ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦ ਵੀ ਗਲਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Prime test: To test 97, √97 is just under 10. Check only 2, 3, 5 and 7. It is not divisible by any, so 97 is prime. This works because if n has two factors greater than √n, their product would exceed n. Do not test only 2, 3 and 5 when √n is larger than 5.

Prime test: 97 ਲਈ √97, 10 ਤੋਂ ਥੋੜ੍ਹਾ ਘੱਟ ਹੈ। ਸਿਰਫ਼ 2, 3, 5 ਅਤੇ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਵੇਖੋ। ਕਿਸੇ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਟਦਾ, ਇਸ ਲਈ 97 prime ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਜੇ ਦੋਵੇਂ factors √n ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾ n ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। ਜੇ √n, 5 ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿਰਫ਼ 2, 3, 5 ਦੇਖ ਕੇ ਨਾ ਰੁਕੋ।

Ex 1 **Which of the following is a whole number but not a natural number?**

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ whole number ਹੈ ਪਰ natural number ਨਹੀਂ ਹੈ?

A) −1 **B)** 0 **C)** 1 **D)** 2

Answer: B — 0

Quick method (≈20 sec): Natural counting starts at 1; whole numbers add 0. Therefore 0 is the only fit.

Full method: Whole numbers are 0, 1, 2, 3, ... Natural numbers are 1, 2, 3, ... So 0 is whole but not natural. −1 is an integer, while 1 and 2 are both natural.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): Natural ਗਿਣਤੀ 1 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, whole ਵਿੱਚ 0 ਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਉੱਤਰ 0 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: Whole numbers: 0, 1, 2, 3, ... ਹਨ। Natural numbers: 1, 2, 3, ... ਹਨ। ਇਸ ਲਈ 0 whole ਹੈ ਪਰ natural ਨਹੀਂ।

Ex 2 **Which number is neither prime nor composite?**

ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾ prime ਹੈ ਤੇ ਨਾ composite?

A) 1 **B)** 2 **C)** 9 **D)** 15

Answer: A — 1

Quick method (≈20 sec): Remember the special pair: 1 is neither; 2 is the only even prime.

Full method: A prime has exactly two positive factors. A composite has more than two positive factors. Number 1 has only one positive factor, namely 1. Hence it is neither prime nor composite.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਖਾਸ ਗੱਲ ਯਾਦ ਰੱਖੋ: 1 ਨਾ prime ਹੈ, ਨਾ composite; 2 ਇਕੱਲਾ even prime ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: Prime ਦੇ ਦੋ positive factors ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ composite ਦੇ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ। 1 ਦਾ ਕੇਵਲ ਇੱਕ factor, 1 ਹੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਨਹੀਂ।

Ex 3 **Which pair is co-prime?**

ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜੀ ਜੋੜੀ co-prime ਹੈ?

A) 14, 21 **B)** 18, 27 **C)** 16, 25 **D)** 22, 33

Answer: C — 16, 25

Quick method (≈25 sec): $16 = 2^4$ and $25 = 5^2$; no prime factor is common, so HCF = 1.

Full method: 14 and 21 share 7. 18 and 27 share 9. 16 = 2×2×2×2 and 25 = 5×5 share no factor greater than 1. 22 and 33 share 11. Thus only 16 and 25 are co-prime.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): $16 = 2^4$ ਅਤੇ $25 = 5^2$। ਕੋਈ common prime factor ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ HCF 1 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 14 ਅਤੇ 21 ਵਿੱਚ 7 common ਹੈ; 18 ਅਤੇ 27 ਵਿੱਚ 9; 22 ਅਤੇ 33 ਵਿੱਚ 11। 16 ਅਤੇ 25 ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਕੋਈ common factor ਨਹੀਂ। ਇਸ ਲਈ C ਸਹੀ ਹੈ।

Ex 4 **Which of the following is irrational?**

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ irrational ਸੰਖਿਆ ਹੈ?

A) 0.375 **B)** √49 **C)** −11/8 **D)** √7

Answer: D — √7

Quick method (≈25 sec): Square root of a non-perfect square is irrational. Since 7 is not a perfect square, √7 is irrational.

Full method: 0.375 = 375/1000, so it is rational. √49 = 7, an integer and rational. −11/8 is already p/q, so rational. Since 7 is not a perfect square, √7 cannot be written exactly as p/q; it is irrational.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): ਜੋ ਸੰਖਿਆ perfect square ਨਹੀਂ, ਉਸਦਾ square root irrational ਹੁੰਦਾ ਹੈ। 7 perfect square ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ √7 irrational ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 0.375 = 375/1000 ਹੈ; √49 = 7 ਹੈ; −11/8 ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ fraction ਹੈ। ਇਹ rational ਹਨ। √7 irrational ਹੈ।

Ex 5 **Which is the smallest prime number greater than 50?**

50 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ prime ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੈ?

A) 51 **B)** 52 **C)** 53 **D)** 55

Answer: C — 53

Quick method (≈25 sec): 51 has digit sum 6, so divisible by 3. 52 is even. Test 53 only by 2, 3, 5, 7 because √53 < 8; none divides it.

Full method: 51 = 3×17, so composite. 52 = 2×26, so composite. For 53, test primes up to √53. Since $7^2 = 49$ and $8^2 = 64$, √53 lies between 7 and 8. 53 is not divisible by 2, 3, 5, or 7. Hence 53 is prime. 55 = 5×11.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 51 ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 6 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 3 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ। 52 even ਹੈ। 53 ਨੂੰ 2, 3, 5, 7 ਨਾਲ ਦੇਖੋ; ਕਿਸੇ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਟਦਾ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 51 = 3×17, 52 = 2×26 ਅਤੇ 55 = 5×11 ਹਨ। 53 ਲਈ √53, 7 ਤੇ 8 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। 2, 3, 5, 7 ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ 53 ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦਾ, ਇਸ ਲਈ 53 prime ਹੈ।

Ex 6 **How many integers are there between −4 and 5, excluding both endpoints?**

−4 ਅਤੇ 5 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ, ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ ਛੱਡ ਕੇ, ਕਿੰਨੇ integers ਹਨ?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11

Answer: A — 8

Quick method (≈20 sec): Integers strictly between a and b = b−a−1. Therefore 5−(−4)−1 = 9−1 = 8.

Full method: List them: −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4. There are 8 integers. Thus **A** is correct.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): a ਅਤੇ b ਦੇ strictly ਵਿਚਕਾਰ integers = b−a−1। 5−(−4)−1 = 9−1 = 8।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ: −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4। ਕੁੱਲ 8 ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਉੱਤਰ A ਹੈ।

Ex 7 **If n is an odd integer, which expression is always even?**

ਜੇ n ਇੱਕ odd integer ਹੈ, ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜਾ expression ਹਮੇਸ਼ਾਂ even ਹੋਵੇਗਾ?

A) n+2 **B)** n^2 **C)** n(n+1) **D)** n+4

Answer: C — n(n+1)

Quick method (≈20 sec): Two consecutive integers always include one even number. Therefore n(n+1) is even.

Full method: Let n = 2k+1 because n is odd. Then n+1 = 2k+2 = 2(k+1), which is even. Hence n(n+1) = (2k+1)×2(k+1), a multiple of 2. Meanwhile n+2, n^2, and n+4 remain odd.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਲਗਾਤਾਰ ਦੋ integers ਵਿੱਚ ਇੱਕ even ਜ਼ਰੂਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ n(n+1) even ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: odd n ਨੂੰ 2k+1 ਲਿਖੋ। ਫਿਰ n+1 = 2k+2 = 2(k+1), ਜੋ even ਹੈ। ਇਸ ਲਈ n(n+1) ਵਿੱਚ 2 ਦਾ factor ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ even ਹੈ।

Ex 8 **SSC CGL 2023 pattern: Which statement is correct?**

SSC CGL 2023 ਪੈਟਰਨ: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸਹੀ ਹੈ?

A) Every odd number is prime.
B) Every prime number is odd.
C) Every integer is rational.
D) Every rational number is an integer.

Answer: C — Every integer is rational

Quick method (≈30 sec): Any integer m can be written as m/1, so it is rational. The word “every” makes A, B and D easy to reject: 9 is odd but not prime; 2 is prime but even; 1/2 is rational but not an integer.

Full method: A is false because 9 is odd and composite. B is false because 2 is prime and even. C is true because for any integer m, m = m/1, and 1 is non-zero; thus m is rational. D is false because 1/2 is rational but is not an integer.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): ਹਰ integer m ਨੂੰ m/1 ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ ਉਹ rational ਹੈ। A ਲਈ 9, B ਲਈ 2, ਅਤੇ D ਲਈ 1/2 counter-example ਹਨ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 9 odd ਹੈ ਪਰ prime ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ A ਗਲਤ। 2 prime ਪਰ even ਹੈ, ਇਸ ਲਈ B ਗਲਤ। ਹਰ integer m = m/1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ C ਸਹੀ। 1/2 rational ਹੈ ਪਰ integer ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ D ਗਲਤ।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Calling 1 a prime number. Prime means exactly two positive factors; 1 has only one.
- Thinking co-prime means “both numbers are prime”. For example, 8 and 15 are co-prime, though both are not prime.
- Forgetting that 2 is a prime even number—the only one.
- Calling √49 irrational just because it has a root sign. First simplify it: √49 = 7.

1 ਨੂੰ prime ਮੰਨ ਲੈਣਾ ਗਲਤੀ ਹੈ। Co-prime ਦਾ ਮਤਲਬ ਦੋਵੇਂ prime ਨਹੀਂ, ਸਗੋਂ HCF 1 ਹੈ। 2 ਨੂੰ ਛੱਡ ਦੇਣਾ ਵੀ ਗਲਤੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਇਕੱਲਾ even prime ਹੈ। √49 ਨੂੰ root ਦੇਖ ਕੇ irrational ਨਾ ਕਹੋ; √49 = 7 ਹੈ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

SSC, Railways, Punjab Police and PSSSB commonly ask 1–2 direct questions from number classification, prime/composite and co-prime ideas. Spend **20–30 seconds**. Use a counter-example to eliminate statements containing “always”, “every” or “only”; one valid counter-example rejects the option.

SSC, Railways, Punjab Police ਅਤੇ PSSSB ਵਿੱਚ ਇਸ ਹਿੱਸੇ ਤੋਂ 1–2 ਸਿੱਧੇ ਸਵਾਲ ਆ ਸਕਦੇ ਹਨ। **20–30 ਸਕਿੰਟ** ਤੋਂ ਵੱਧ ਨਾ ਲਗਾਓ। “always”, “every”, “only” ਵਾਲੇ option ਲਈ ਇੱਕ counter-example ਮਿਲ ਜਾਵੇ ਤਾਂ option ਕੱਟ ਦਿਓ।

TYPE 2 Digits, Face Value, Place Value and Forming Numbers

ਅੰਕ, ਮੁੱਖ ਮੁੱਲ, ਸਥਾਨ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਬਣਾਉਣਾ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A digit is one symbol from 0 to 9. Its **face value** is the digit itself; its **place value** depends on where it stands. In ₹5,482, the digit 5 is still “5” by face value, but it represents 5 thousands, or ₹5,000. Like a worker’s job in a shop, the same person has a different responsibility at a different counter.

Digit 0 ਤੋਂ 9 ਤੱਕ ਦਾ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਸਦਾ **face value** ਉਹੀ ਅੰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ; ਪਰ **place value** ਉਸਦੀ ਥਾਂ ਨਾਲ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ₹5,482 ਵਿੱਚ 5 ਦਾ face value 5 ਹੈ, ਪਰ ਇਹ 5 ਹਜ਼ਾਰ, ਭਾਵ ₹5,000 ਦਿਖਾਉਂਦਾ ਹੈ।

Recognise it: Look for “face value”, “place value”, “digits are interchanged”, “two-digit number”, “sum/product of digits”, “greatest/smallest number formed”, or “number is reversed”.

ਪਛਾਣ: face value, place value, digits interchanged, two-digit number, digits ਦਾ sum/product, greatest/smallest number formed ਜਾਂ reverse ਵਰਗੇ ਸ਼ਬਦ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹ Type ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For a two-digit number with tens digit x and units digit y:

Number = 10x + y, and after reversal, **reversed number = 10y + x**.

So, original − reversed = (10x+y)−(10y+x) = 9(x−y). Therefore, the difference of a two-digit number and its reverse is always divisible by 9.

ਜੇ tens digit x ਅਤੇ units digit y ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ = **10x+y**। ਉਲਟ ਕਰਨ ਤੇ = **10y+x**। ਫ਼ਰਕ = 9(x−y) ਬਣਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਉਲਟ ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਹਮੇਸ਼ਾਂ 9 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ।

Thousands	Hundreds	Tens	Ones	Decimal
5	4	8	2	6

In 5,482.6, the place value of 8 is 80; its face value is 8.

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Mark the place: ones, tens, hundreds, thousands, or decimal place.
2. For place value, multiply the digit by its place. For face value, write only the digit.
3. For digit questions, name the digits x, y (and z for three digits).
4. Translate the number into 10x+y or 100x+10y+z before making an equation.
5. Use digit restrictions: a leading digit cannot be 0.

1) ਅੰਕ ਦੀ ਥਾਂ ਪਛਾਣੋ। 2) place value ਲਈ ਅੰਕ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਥਾਂ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; face value ਸਿਰਫ਼ ਅੰਕ ਹੀ ਹੈ। 3) digit ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ x, y, z ਮੰਨੋ। 4) ਪਹਿਲਾਂ 10x+y ਜਾਂ 100x+10y+z ਲਿਖੋ। 5) ਪਹਿਲਾ digit ਕਦੇ 0 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Reversal shortcut: If a two-digit number exceeds its reverse by 36, then 9(x−y)=36, so x−y=4. Do not form a full equation first. This works only for a two-digit number and its exact reverse; use the full equation if another condition is also given.

Reverse ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ: ਜੇ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ ਉਲਟ ਤੋਂ 36 ਵੱਧ ਹੈ, ਤਾਂ 9(x−y)=36, ਇਸ ਲਈ x−y=4। ਪਹਿਲਾਂ ਲੰਬੀ equation ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ। ਇਹ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਪੂਰੇ ਉਲਟ ਲਈ ਵਰਤੋ।

Ex 1 **What is the place value of 7 in 57,326?**

57,326 ਵਿੱਚ 7 ਦਾ place value ਕੀ ਹੈ?

A) 7 **B)** 70 **C)** 700 **D)** 7,000

Answer: D — 7,000

Quick method (≈20 sec): Read from right: ones 6, tens 2, hundreds 3, thousands 7. Hence 7 means 7 thousands.

Full method: Write 57,326 = 50,000 + 7,000 + 300 + 20 + 6. Therefore the place value of 7 is 7,000.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਸੱਜੇ ਤੋਂ ਥਾਂ ਵੇਖੋ: 6 ones, 2 tens, 3 hundreds, 7 thousands। ਇਸ ਲਈ ਮੁੱਲ 7,000 ਹੈ।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 57,326 = 50,000 + 7,000 + 300 + 20 + 6। ਇਸ ਕਰਕੇ 7 ਦਾ place value 7,000 ਹੈ।

Ex 2 **What is the difference between the place value and face value of 6 in 46,219?**

46,219 ਵਿੱਚ 6 ਦੇ place value ਅਤੇ face value ਦਾ ਫ਼ਰਕ ਕੀ ਹੈ?

A) 54 **B)** 594 **C)** 5,994 **D)** 6,000

Answer: B — 594

Quick method (≈20 sec): 6 is in the hundreds place: 600−6 = 594.

Full method: In 46,219, 6 is at the hundreds place. Its place value is 6×100 = 600. Its face value is 6. Difference = 600−6 = 594.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 6 hundreds ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਹੈ: 600−6 = 594।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 6 ਦਾ place value 6×100 = 600 ਹੈ। face value 6 ਹੈ। ਫ਼ਰਕ 600−6 = 594 ਹੈ।

Ex 3 **A two-digit number has tens digit 4 and units digit 9. What is the number after its digits are interchanged?**

ਇੱਕ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ tens digit 4 ਅਤੇ units digit 9 ਹੈ। ਅੰਕ ਉਲਟਣ ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ?

A) 49 **B)** 94 **C)** 13 **D)** 45

Answer: B — 94

Quick method (≈20 sec): Interchange means 9 comes to tens and 4 comes to units: 94.

Full method: Original number = 10×4+9 = 49. Reversed number = 10×9+4 = 94.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਉਲਟਣ ਤੇ 9 tens ਵਿੱਚ ਅਤੇ 4 units ਵਿੱਚ ਆਵੇਗਾ: 94।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ 10×4+9 = 49 ਹੈ। ਉਲਟੀ ਸੰਖਿਆ 10×9+4 = 94 ਹੈ।

Ex 4 **The sum of the digits of a two-digit number is 11. Its tens digit is 3 more than its units digit. Find the number.**

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 11 ਹੈ। tens digit, units digit ਤੋਂ 3 ਵੱਧ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 47 **B)** 74 **C)** 83 **D)** 38

Answer: B — 74

Quick method (≈30 sec): Digits differ by 3 and add to 11. The smaller digit is (11−3)/2 = 4; larger digit is 7. Tens is larger, so 74.

Full method: Let units digit = y. Then tens digit = y+3. Their sum is y+(y+3)=11. Thus 2y=8, y=4, and tens digit =7. Number = 74.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): ਜੋੜ 11 ਅਤੇ ਫ਼ਰਕ 3 ਹੈ। ਛੋਟਾ digit (11−3)/2 = 4, ਵੱਡਾ 7। tens ਵੱਡਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 74।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: units digit y ਮੰਨੋ। tens digit y+3। y+(y+3)=11 ਤੋਂ 2y=8, y=4। tens=7, ਇਸ ਲਈ ਸੰਖਿਆ 74 ਹੈ।

Ex 5 **The sum of a two-digit number and the number formed by reversing its digits is 110. If the tens digit is 2 more than the units digit, find the original number.**

ਇੱਕ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਉਲਟ ਦਾ ਜੋੜ 110 ਹੈ। tens digit, units digit ਤੋਂ 2 ਵੱਧ ਹੈ। ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 64 **B)** 46 **C)** 73 **D)** 55

Answer: A — 64

Quick method (≈35 sec): Number + reverse = 11×(sum of digits). So digit sum = 110/11 = 10. With difference 2, larger digit = (10+2)/2 = 6 and smaller digit = 4. Tens is larger, so 64.

Full method: Let the number be 10x+y. Its reverse is 10y+x. Their sum gives 11(x+y)=110, so x+y=10. Given x=y+2. Thus y+2+y=10, so 2y=8, y=4 and x=6. The original number is 64.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈35 ਸਕਿੰਟ): ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਾ ਜੋੜ 11×(digits ਦਾ ਜੋੜ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। 110/11 = 10। ਫ਼ਰਕ 2 ਨਾਲ ਵੱਡਾ digit 6 ਅਤੇ ਛੋਟਾ 4 ਹੈ। tens ਵੱਡਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 64।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 11(x+y)=110 ਤੋਂ x+y=10। x=y+2 ਰੱਖਣ ਤੇ 2y+2=10, y=4 ਅਤੇ x=6। ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ 64 ਹੈ।

Ex 6 **When the digits of a two-digit number are reversed, the new number is 27 less than the original number. If the sum of its digits is 9, find the original number.**

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕ ਉਲਟਣ ਤੇ ਨਵੀਂ ਸੰਖਿਆ ਅਸਲ ਤੋਂ 27 ਘੱਟ ਹੈ। ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 9 ਹੈ। ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 36 **B)** 63 **C)** 72 **D)** 45

Answer: B — 63

Quick method (≈30 sec): Original − reverse = 27 = 9(x−y), so x−y=3. With x+y=9, x=6 and y=3. Number = 63.

Full method: Let original = 10x+y and reverse = 10y+x. Their difference is 9(x−y)=27, so x−y=3. Also x+y=9. Adding both equations: 2x=12, so x=6; y=3. Original number = 63.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): ਅਸਲ−ਉਲਟ = 27 = 9(x−y), ਇਸ ਲਈ x−y=3। ਜੋੜ 9 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ digits 6 ਅਤੇ 3 ਹਨ। ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ 63 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 9(x−y)=27 ਤੋਂ x−y=3 ਅਤੇ x+y=9। ਦੋਵੇਂ ਜੋੜੋ: 2x=12, x=6। ਫਿਰ y=3। ਉੱਤਰ 63 ਹੈ।

Ex 7 **Using the digits 0, 3, 5 and 8 exactly once, what is the greatest four-digit number divisible by 5?**

0, 3, 5 ਅਤੇ 8 ਅੰਕ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਵਾਰ ਵਰਤ ਕੇ 5 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

A) 8530 **B)** 8350 **C)** 8053 **D)** 5830

Answer: A — 8530

Quick method (≈30 sec): A number divisible by 5 must end in 0 or 5. To make it greatest, keep 0 at the end and arrange 8, 5, 3 in descending order: 8530.

Full method: Last digit must be 0 or 5. If it ends in 0, greatest arrangement of remaining digits is 8530. If it ends in 5, greatest arrangement is 8305. Since 8530 > 8305, answer is 8530.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 5 ਨਾਲ ਕਟਣ ਲਈ ਆਖ਼ਰ ਵਿੱਚ 0 ਜਾਂ 5 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲਈ 0 ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ ਅਤੇ 8,5,3 ਨੂੰ ਵੱਡੇ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਲਗਾਓ: 8530।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 0 ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ 8530 ਬਣਦਾ ਹੈ। 5 ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 8305 ਬਣਦਾ ਹੈ। 8530 ਵੱਡਾ ਹੈ।

Ex 8 **Punjab Police pattern: A three-digit number has digit sum 14. Its hundreds digit is twice its units digit, and its tens digit is 2. Find the number.**

Punjab Police ਪੈਟਰਨ: ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 14 ਹੈ। hundreds digit, units digit ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ ਅਤੇ tens digit 2 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 824 **B)** 622 **C)** 428 **D)** 642

Answer: A — 824

Quick method (≈30 sec): Let units digit be u. Then hundreds digit is 2u. So 2u+2+u=14, giving 3u=12 and u=4. Hundreds digit is 8: number 824.

Full method: Let the digits be h, 2, u. Given h=2u and h+2+u=14. Substitute h=2u: 2u+2+u=14. Thus 3u=12, u=4. Hence h=8 and the number is 824.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): units ਨੂੰ u ਮੰਨੋ ਤਾਂ hundreds 2u ਹੋਵੇਗਾ। 2u+2+u=14 ਤੋਂ 3u=12, ਇਸ ਲਈ u=4। hundreds digit 8 ਹੈ, ਉੱਤਰ 824।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: h=2u ਅਤੇ h+2+u=14। h ਦੀ ਥਾਂ 2u ਰੱਖੋ: 3u+2=14, u=4। ਇਸ ਲਈ h=8 ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ 824 ਹੈ।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Writing 6 as the place value of 6 in 46,219. That is face value; place value is 600.
- Writing a two-digit number as x+y. Its correct form is 10x+y.
- Allowing 0 as the first digit of a “four-digit number”. It would become a three-digit number.
- Forgetting to verify that the conditions give whole digits from 0 to 9.

6 ਦਾ face value ਅਤੇ place value ਇੱਕੋ ਨਾ ਮੰਨੋ। ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ x+y ਨਹੀਂ, 10x+y ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪਹਿਲਾ digit 0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਰਹਿੰਦੀ। ਆਖ਼ਰ ਵਿੱਚ digits 0 ਤੋਂ 9 ਦੇ ਪੂਰੇ ਅੰਕ ਹਨ ਕਿ ਨਹੀਂ, ਜ਼ਰੂਰ ਵੇਖੋ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Direct place-value questions take 15–20 seconds. Digit-reversal questions are frequent in SSC MTS/CHSL, Railways and state clerical exams: first apply the 9(x−y) shortcut, then use the digit sum. If an option produces a non-integer digit, eliminate it immediately.

ਸਿੱਧਾ place-value ਸਵਾਲ 15–20 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ ਕਰੋ। Digit reverse ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ 9(x−y) ਵਾਲਾ shortcut ਲਗਾਓ, ਫਿਰ digit sum ਵਰਤੋ। ਜੇ digit ਪੂਰਾ ਅੰਕ ਨਾ ਆਵੇ ਤਾਂ option ਤੁਰੰਤ ਹਟਾਓ।

TYPE 3 Divisibility Rules and Missing Digits

ਭਾਗਯੋਗਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਗੁੰਮ ਅੰਕ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A number is divisible by another number when division leaves remainder 0. For example, 24 mangoes can be packed equally into 6 boxes because 24 ÷ 6 leaves nothing. Divisibility rules let you decide this without long division.

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 0 ਆਵੇ, ਉਹ divisible ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ 24 ਅੰਬ 6 ਡੱਬਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਵੰਡੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। Divisibility rules ਨਾਲ ਲੰਮਾ ਭਾਗ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ।

Recognise it: “Divisible by”, “greatest/smallest digit”, “replace *”, “missing digit”, “which number is a multiple of”, “remainder 0”, and “exactly divisible” are the signals.

ਪਛਾਣ: divisible by, greatest/smallest digit, replace *, missing digit, multiple, remainder 0 ਜਾਂ exactly divisible ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ divisibility rules ਲਗਦੇ ਹਨ।

Divisor	Fast test	Why/useful note
2	Last digit is 0, 2, 4, 6 or 8.	Only units place matters.
3	Sum of digits divisible by 3.	10 leaves remainder 1 on division by 3.
4	Last two digits divisible by 4.	100 is divisible by 4.
5	Last digit 0 or 5.	Easy end-digit check.
6	Divisible by both 2 and 3.	2 and 3 are co-prime.
7	Double last digit and subtract from remaining number; repeat.	If result is a multiple of 7, original is too.
8	Last three digits divisible by 8.	1000 is divisible by 8.
9	Sum of digits divisible by 9.	Same principle as 3.
10	Last digit 0.	One zero at end.
11	Difference of alternating digit sums is 0 or a multiple of 11.	Work from either end.
12	Divisible by both 3 and 4.	LCM(3,4)=12.
13	Remove last digit, multiply it by 4 and add to remaining number; repeat.	Check final small number for 13.
14	Divisible by both 2 and 7.	14 = 2×7.
15	Divisible by both 3 and 5.	15 = 3×5.
16	Last four digits divisible by 16.	10,000 is divisible by 16.
17	Remove last digit, multiply it by 5 and subtract from remaining number; repeat.	Useful for small checks.
18	Divisible by both 2 and 9.	18 = 2×9.
20	Last two digits are divisible by 20.	Usually ends in 00, 20, 40, 60 or 80.
21	Divisible by both 3 and 7.	21 = 3×7.
22	Divisible by both 2 and 11.	22 = 2×11.
23	Remove last digit, multiply it by 7 and add to remaining number; repeat.	Confirm final small result.
24	Divisible by both 3 and 8.	24 = 3×8.
25	Last two digits are 00, 25, 50 or 75.	Quarter of 100.

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Break a composite divisor into co-prime parts where possible: 24 = 3×8, 18 = 2×9.
2. Use the smallest easy test first: last digit, digit sum, or last two/three digits.
3. For a missing digit, write the digit sum or alternating sum with x in it.

4. Choose only values 0–9; then apply “greatest” or “smallest” if the question asks.
5. Verify the selected digit in the original number once.

1) composite divisor ਨੂੰ ਸੌਖੇ co-prime parts ਵਿੱਚ ਤੋੜੋ। 2) ਪਹਿਲਾਂ last digit, digit sum ਜਾਂ ਆਖ਼ਰੀ 2–3 digits ਵੇਖੋ। 3) missing digit ਲਈ x ਲਿਖ ਕੇ sum ਬਣਾਓ। 4) 0 ਤੋਂ 9 ਵਿਚੋਂ largest/smallest ਮੰਗਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਚੁਣੋ। 5) ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਾਰ check ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For divisibility by 12, do not divide by 12. Check **both**: digit sum divisible by 3 and last two digits divisible by 4. This works because 3 and 4 have no common factor. It does not work if you check only one condition.

12 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗਤਾ ਲਈ 12 ਨਾਲ ਲੰਮਾ ਭਾਗ ਨਾ ਕਰੋ। ਦੋਵੇਂ ਵੇਖੋ: digit sum 3 ਨਾਲ ਕਟੇ ਅਤੇ last two digits 4 ਨਾਲ ਕਟਣ। ਕਿਉਂਕਿ 3 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਕੋਈ common factor ਨਹੀਂ। ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ test ਕਰਨਾ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ।

Ex 1 **Which number is divisible by 8?**

ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 8 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੈ?

A) 4,362 **B)** 5,416 **C)** 7,254 **D)** 9,338

Answer: B — 5,416

Quick method (≈20 sec): Check only the last three digits: 416 ÷ 8 = 52. Hence 5,416 is divisible by 8.

Full method: For 8, use the last three digits. 362 is not divisible by 8; 416 = 8×52; 254 is not divisible by 8; 338 is not divisible by 8. Thus B is correct.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਸਿਰਫ਼ ਆਖ਼ਰੀ ਤਿੰਨ digits 416 ਵੇਖੋ। 416 = 8×52, ਇਸ ਲਈ 5,416 8 ਨਾਲ ਕਟਦੀ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 8 ਲਈ ਆਖ਼ਰੀ ਤਿੰਨ digits ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ। 362, 254 ਅਤੇ 338 8 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਟਦੇ, ਪਰ 416 ਕਟਦਾ ਹੈ।

Ex 2 **Find the least digit x so that 47×3 is divisible by 9.**

x ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਅੰਕ ਲੱਭੋ ਤਾਂ ਕਿ 47x3, 9 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੋਵੇ।

A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 7

Answer: B — 4

Quick method (≈20 sec): Digit sum is 4+7+x+3 = 14+x. The next multiple of 9 after 14 is 18, so x=4.

Full method: A number is divisible by 9 when its digit sum is a multiple of 9. Here 4+7+x+3 = 14+x. For x from 0 to 9, possible multiples are 18 only. Thus 14+x=18, giving x=4.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): digit sum 14+x ਹੈ। 14 ਤੋਂ ਬਾਅਦ 9 ਦਾ ਅਗਲਾ multiple 18 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ x=4।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 9 ਨਾਲ ਕਟਣ ਲਈ digit sum 9 ਦਾ multiple ਹੋਵੇ। 14+x=18 ਤੋਂ x=4 ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

Ex 3 **What is the greatest digit x for which 53×4 is divisible by 11?**

x ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਅੰਕ ਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ 53x4, 11 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੋਵੇ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 5 **D)** 7

Answer: B — 2

Quick method (≈25 sec): Alternating difference = (5+x)−(3+4)=x−2. It must be 0 or a multiple of 11. Only x=2 is a digit that works.

Full method: For 53×4, alternate from left: (5+x)−(3+4)=x−2. Divisibility by 11 requires x−2 to be 0 or ±11. With x from 0 to 9, only x=2 gives 0. Thus 5324 is divisible by 11.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): alternating difference (5+x)−(3+4) = x−2 ਹੈ। ਇਹ 0 ਜਾਂ 11 ਦਾ multiple ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਕੇਵਲ x=2 ਠੀਕ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 11 ਦੇ ਨਿਯਮ ਨਾਲ x−2=0 ਜਾਂ ±11। 0 ਤੋਂ 9 ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ x=2 ਨਾਲ 0 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 5324, 11 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ।

Ex 4 **Which number is divisible by 12?**

ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 12 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੈ?

A) 1,254 **B)** 2,136 **C)** 3,418 **D)** 4,562

Answer: B — 2,136

Quick method (≈25 sec): For 12, test 3 and 4. Digit sum of 2,136 is 12, divisible by 3; last two digits 36 are divisible by 4. So B works.

Full method: 1,254 has digit sum 12 but 54 is not divisible by 4. 2,136 has digit sum 12 and 36 ÷ 4 = 9. 3,418 has digit sum 16. 4,562 has digit sum 17. Thus only 2,136 is divisible by 12.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 12 ਲਈ 3 ਅਤੇ 4 ਦੋਵੇਂ check ਕਰੋ। 2+1+3+6=12 ਅਤੇ 36, 4 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ B।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 1,254 ਦਾ ਆਖ਼ਰੀ 54, 4 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਟਦਾ। 2,136 ਦੋਵੇਂ tests ਪਾਸ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਬਾਕੀਆਂ ਦਾ digit sum 3 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਟਦਾ।

Ex 5 **Which of the following is divisible by 7?**

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 7 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੈ?

A) 365 **B)** 385 **C)** 416 **D)** 527

Answer: B — 385

Quick method (≈30 sec): Use the 7 trick. For 385: 38−2×5 = 28, and 28 is divisible by 7. Hence 385 is divisible by 7.

Full method: Apply "double the last digit and subtract." 365 gives 36−10=26, not divisible by 7. 385 gives 38−10=28, divisible by 7. 416 gives 41−12=29; 527 gives 52−14=38. Thus only 385 is divisible by 7.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 385 ਲਈ 38−2×5 = 28। 28, 7 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 385 ਵੀ 7 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 365 ਲਈ 36−10=26; 416 ਲਈ 41−12=29; 527 ਲਈ 52−14=38। ਇਹ 7 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਟਦੇ। ਕੇਵਲ 385 ਕਟਦਾ ਹੈ।

Ex 6 **Find the smallest digit x such that 6×75 is divisible by 25 and 3.**

x ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਅੰਕ ਲੱਭੋ ਤਾਂ ਕਿ 6x75, 25 ਅਤੇ 3 ਦੋਵੇਂ ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੋਵੇ।

A) 0 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 6

Answer: A — 0

Quick method (≈20 sec): Ending 75 already passes 25. For 3, digit sum = 6+x+7+5 = 18+x. Smallest digit making it a multiple of 3 is 0.

Full method: Last two digits 75 make the number divisible by 25. For divisibility by 3, 6+x+7+5=18+x must be divisible by 3. Since 18 is divisible by 3, x must be 0, 3, 6 or 9. The least is 0.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 75 ਕਰਕੇ 25 ਦਾ test ਪਾਸ ਹੈ। 3 ਲਈ digit sum 18+x ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਠੀਕ digit 0 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 18+x ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਕਟਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। x = 0,3,6,9 ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ 0 ਹੈ।

Ex 7 **Which number is divisible by 13?**

ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 13 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੈ?

A) 247 B) 352 C) 469 D) 573

Answer: A — 247

Quick method (≈30 sec): For 247, take last digit 7: 24+4×7 = 52 = 13×4. Hence 247 is divisible by 13.

Full method: Apply remaining number + 4×last digit. 247 gives 24+28=52, divisible by 13. 352 gives 35+8=43; 469 gives 46+36=82; 573 gives 57+12=69. None of 43, 82, 69 is divisible by 13. Thus A is correct.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 247 ਲਈ 24+4×7 = 52 ਅਤੇ 52=13×4। ਇਸ ਲਈ 247 ਕਟਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 352 ਲਈ 35+8=43, 469 ਲਈ 46+36=82 ਅਤੇ 573 ਲਈ 57+12=69। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ 13 ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਟਦਾ। ਇਸ ਲਈ A ਸਹੀ ਹੈ।

Ex 8 **Railways NTPC pattern: Find the greatest digit x such that 8×56 is divisible by 24.**

Railways NTPC ਪੈਟਰਨ: x ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਅੰਕ ਲੱਭੋ ਤਾਂ ਕਿ 8x56, 24 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੋਵੇ।

A) 1 B) 8 C) 7 D) 9

Answer: B — 8

Quick method (≈30 sec): 24 means 3 and 8. Last three digits are x56; since 100 leaves remainder 4 on division by 8, x must be even. Digit sum 19+x must divide by 3. Even digits meeting this are 2 and 8; greatest is 8.

Full method: For 24, need divisibility by 3 and 8. Last three digits are 100x+56. Modulo 8, this leaves 4x, so x must be even. Digit sum 8+x+5+6 = 19+x must be a multiple of 3; therefore x leaves remainder 2 on division by 3. From 0–9, x=2 or 8. The greatest is 8. Check: 8856 ÷ 24 = 369.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 24 ਲਈ 3 ਅਤੇ 8 ਦੋਵੇਂ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। x56, 8 ਨਾਲ ਕਟਣ ਲਈ x even ਹੋਵੇ। digit sum 19+x, 3 ਨਾਲ ਕਟਣ ਲਈ x=2 ਜਾਂ 8। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ 8 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 100x+56 ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਕਟਣ ਲਈ x even ਹੈ। 19+x ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਕਟਣ ਲਈ x=2 ਜਾਂ 8। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ 8 ਹੈ। Check: 8856 ÷ 24 = 369।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Checking only one rule for 6, 12, 18 or 24. These require both component tests.
- Using the 11 rule as a plain digit sum. It needs an alternating sum/difference.
- For 8, checking the last two digits instead of the last three.
- Finding x but not checking whether it is the least/greatest digit asked.

6, 12, 18, 24 ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ test ਨਹੀਂ ਚੱਲਦਾ; ਦੋਵੇਂ conditions ਲਗਦੀਆਂ ਹਨ। 11 ਲਈ ਸਧਾਰਨ digit sum ਨਹੀਂ, alternating sum ਲਗਦਾ ਹੈ। 8 ਲਈ last three digits ਵੇਖੋ। x ਲੱਭ ਕੇ smallest/greatest ਦੀ ਮੰਗ ਨਾ ਭੁੱਲੋ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Divisibility and missing-digit questions are regular one-mark questions in SSC, Railways, Punjab Police and PSSSB. Target **20–35 seconds**. In an option-based question, test the options directly when the divisor is 7, 13, 17 or 23; it is often quicker than deriving every possible digit.

Divisibility ਅਤੇ missing digit ਦੇ ਸਵਾਲ SSC, Railways, Punjab Police ਅਤੇ PSSSB ਵਿੱਚ ਆਮ ਹਨ। **20–35 ਸਕਿੰਟ** ਟਾਰਗੇਟ ਰੱਖੋ। 7, 13, 17 ਜਾਂ 23 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਈ ਵਾਰ options ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ test ਕਰਨਾ ਸਭ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

TYPE 4 Prime Factorisation, Number of Factors and Sum of Factors

ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ, ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਭਾਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Factors are numbers that divide a number exactly. Prime factorisation breaks a number into its smallest "building blocks", the prime numbers. For example, 72 = 2×2×2×3×3 = $2^3 \times 3^2$. Like packing 72 notebooks into equal bundles, every allowed choice of powers of 2 and 3 gives one factor.

Factors ਉਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕੱਟਣ। Prime factorisation ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ building blocks, ਅਰਥਾਤ prime numbers ਵਿੱਚ ਤੋੜਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ 72 = $2^3 \times 3^2$। 2 ਅਤੇ 3 ਦੀਆਂ powers ਚੁਣ ਕੇ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ factors ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

Recognise it: Look for "number of factors/divisors", "odd factors", "even factors", "sum of factors", "product of factors", "least multiplier", "perfect square", or an expression such as $2^a \times 3^b$.

ਪਛਾਣ: number of factors/divisors, odd/even factors, sum/product of factors, least multiplier ਜਾਂ $2^a \times 3^b$ ਵਰਗਾ ਰੂਪ ਹੋਵੇ ਤਾਂ prime factorisation ਲਗਾਓ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

If $N = p^a \times q^b \times r^c$, then:

- **Number of positive factors** = $(a+1)(b+1)(c+1)$.
- **Sum of factors** = $[(p^{a+1}-1)/(p-1)] \times [(q^{b+1}-1)/(q-1)] \times \ldots$.
- **Product of all factors** = $N^{d/2}$, where d is the number of positive factors.

Why the first formula works: in each factor, the exponent of p can be 0, 1, 2, ..., a: exactly a+1 choices. Multiply the independent choices.

ਜੇ $N = p^a \times q^b \times r^c$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ positive factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ $(a+1)(b+1)(c+1)$ ਹੈ। ਹਰ prime ਦੀ power 0 ਤੋਂ ਉਸਦੀ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ power ਤੱਕ ਚੁਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ 2^3 ਲਈ 2 ਦੀ power 0,1,2,3—ਕੁੱਲ 4 ਚੋਣਾਂ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਚੋਣਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

Question asks for	What to do	Example
Total factors of 360	$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$; use $(3+1)(2+1)(1+1)$	24 factors
Odd factors of 360	Ignore factor 2; use $3^2 \times 5$	$(2+1)(1+1)=6$
Even factors of 360	Total factors − odd factors	$24-6=18$
Sum of factors of 12	$(1+2+2^2)(1+3)$	$7 \times 4 = 28$
Perfect square	Every prime exponent must be even	$2^4 \times 3^2$ is a square

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write the number only as prime powers. Do not leave a composite factor such as 12 or 18.
2. For number of factors, add 1 to every exponent and multiply.
3. For odd factors, remove 2 completely before counting.
4. For even factors, subtract odd factors from total factors.
5. For factor sum, make one geometric bracket for each prime and multiply the brackets.

1) ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ prime powers ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ। 2) factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਹਰ exponent ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜ ਕੇ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। 3) odd factors ਲਈ 2 ਵਾਲਾ ਹਿੱਸਾ ਹਟਾ ਦਿਓ। 4) even factors = total factors − odd factors। 5) factor sum ਲਈ ਹਰ prime ਦੀ powers ਵਾਲਾ bracket ਬਣਾਕੇ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For $2^a \times 3^b \times 5^c$, count factors from the exponents immediately—never list the factors. For example, $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ gives $3 \times 4 \times 2 = 24$ factors. Listing is safe only for very small numbers; it becomes slow and error-prone after about 100.

$2^a \times 3^b \times 5^c$ ਵਿੱਚ factors ਸਿੱਧੇ exponents ਤੋਂ ਗਿਣੋ, ਸਾਰੇ factors ਲਿਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ। $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ ਲਈ $3 \times 4 \times 2 = 24$। ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ factors ਲਿਸਟ ਕਰਨਾ ਹੌਲਾ ਅਤੇ ਗਲਤੀ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ ਹੈ।

Ex 1 **How many positive factors does 72 have?**

72 ਦੇ ਕਿੰਨੇ positive factors ਹਨ?

A) 10 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 16

Answer: B — 12

Quick method (≈20 sec): $72 = 2^3 \times 3^2$. Factors = $(3+1)(2+1) = 4 \times 3 = 12$.

Full method: Prime factorisation: $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$. A factor can have 2 to power 0,1,2,3: four choices; and 3 to power 0,1,2: three choices. Thus $4 \times 3 = 12$ factors.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): $72 = 2^3 \times 3^2$। factors = $(3+1)(2+1) = 12$।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 2 ਦੀ power ਲਈ 0,1,2,3 ਚਾਰ ਚੋਣਾਂ ਹਨ ਅਤੇ 3 ਦੀ power ਲਈ 0,1,2 ਤਿੰਨ ਚੋਣਾਂ। $4 \times 3 = 12$ factors।

Ex 2 **How many factors of 90 are odd?**

90 ਦੇ ਕਿੰਨੇ factors odd ਹਨ?

A) 4 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 12

Answer: B — 6

Quick method (≈20 sec): $90 = 2 \times 3^2 \times 5$. Ignore 2 for odd factors: $(2+1)(1+1)=6$.

Full method: An odd factor cannot contain 2. Use only $3^2 \times 5$. Exponent of 3 can be 0,1,2: three choices. Exponent of 5 can be 0,1: two choices. Hence $3 \times 2 = 6$ odd factors.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): $90 = 2 \times 3^2 \times 5$। odd factors ਲਈ 2 ਨੂੰ ਹਟਾਓ। $(2+1)(1+1)=6$।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: odd factor ਵਿੱਚ 2 ਨਹੀਂ ਆ ਸਕਦਾ। 3 ਦੀਆਂ 3 ਅਤੇ 5 ਦੀਆਂ 2 powers ਚੋਣਾਂ ਹਨ। $3 \times 2 = 6$।

Ex 3 **What is the sum of all positive factors of 18?**

18 ਦੇ ਸਾਰੇ positive factors ਦਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੈ?

A) 35 **B)** 36 **C)** 39 **D)** 42

Answer: C — 39

Quick method (≈25 sec): $18 = 2 \times 3^2$. Sum = $(1+2)(1+3+9) = 3 \times 13 = 39$.

Full method: Factors of 18 are 1, 2, 3, 6, 9, 18. Their sum is $1+2+3+6+9+18 = 39$. By formula, $(1+2)(1+3+3^2) = 3 \times 13 = 39$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 18 = 2×3^2। ਜੋੜ = (1+2)(1+3+9) = 3×13 = 39।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: factors 1,2,3,6,9,18 ਹਨ। ਜੋੜ 39 ਹੈ। Formula ਨਾਲ ਵੀ 39 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 4 **How many even factors does 360 have?**

360 ਦੇ ਕਿੰਨੇ even factors ਹਨ?

A) 12 **B)** 16 **C)** 18 **D)** 24

Answer: C — 18

Quick method (≈30 sec): 360 = $2^3\times3^2\times5$. Total = 4×3×2=24. Odd = 3×2=6. Even = 24−6=18.

Full method: Total factors: (3+1)(2+1)(1+1)=24. Odd factors cannot contain 2, so count from $3^2\times5$: (2+1)(1+1)=6. Every factor is either odd or even; even factors = 24−6=18.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 360 = $2^3\times3^2\times5$। total 24, odd 6, ਇਸ ਲਈ even 24−6=18।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: total=(3+1)(2+1)(1+1)=24। 2 ਹਟਾ ਕੇ odd=(2+1)(1+1)=6। ਇਸ ਲਈ even=18।

Ex 5 **What is the least number by which 540 must be multiplied to make a perfect square?**

540 ਨੂੰ ਕਿਸ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ perfect square ਬਣੇ?

A) 3 **B)** 5 **C)** 10 **D)** 15

Answer: D — 15

Quick method (≈30 sec): 540 = $2^2\times3^3\times5$. Odd exponents are 3 and 1; multiply by 3×5 = 15 to make them 4 and 2.

Full method: A perfect square requires every prime exponent to be even. 540 = 54×10 = $2^2\times3^3\times5^1$. Multiply by 3×5. Then 540×15 = $2^2\times3^4\times5^2$, all exponents even. Hence least multiplier is 15.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 540 = $2^2\times3^3\times5$। odd powers ਵਾਲੇ 3 ਅਤੇ 5 ਹਨ। 3×5=15 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: square ਲਈ ਹਰ exponent even ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। 15 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੋਂ $2^2\times3^4\times5^2$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

Ex 6 **If a number has exactly 15 positive factors, which of the following can be its prime-factor form?**

ਜੇ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ 15 positive factors ਹਨ, ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜਾ prime-factor ਰੂਪ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ?

A) $2^4\times3^2$ **B)** $2^4\times3^3$
C) $2^2\times3^2\times5$ **D)** $2^{14}\times3$

Answer: A — $2^4\times3^2$

Quick method (≈25 sec): Factor count from A is (4+1)(2+1)=5×3=15.

Full method: A gives 5×3=15. B gives 5×4=20. C gives 3×3×2=18. D gives 15×2=30. Therefore A alone has 15 factors.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): A ਲਈ (4+1)(2+1)=5×3=15।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: B ਲਈ 20, C ਲਈ 18 ਅਤੇ D ਲਈ 30 factors ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕੇਵਲ A ਸਹੀ ਹੈ।

Ex 7 **What is the product of all positive factors of 36?**

36 ਦੇ ਸਾਰੇ positive factors ਦਾ ਗੁਣਾ ਕੀ ਹੈ?

A) 1,296 B) 10,077,696 C) 7,776 D) 46,656

Answer: B — 10,077,696

Quick method (≈25 sec): 36 = $2^2 \times 3^2$, so d=(2+1)(2+1)=9. Product = $36^{9/2}$ = $36^4 \times 6$ = 10,077,696.

Full method: Factors pair as (1,36), (2,18), (3,12), (4,9), with middle factor 6. Each pair has product 36. Thus product = 36×36×36×36×6 = $36^4 \times 6$. Since 36^2=1,296 and 36^4=1,679,616, multiplying by 6 gives 10,077,696.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 36 ਦੇ 9 factors ਹਨ। product = $36^{9/2}$ = $36^4 \times 6$ = 10,077,696।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: pairs (1,36),(2,18),(3,12),(4,9) ਦਾ ਹਰ ਗੁਣਾ 36 ਹੈ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰ 6 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ product = $36^4 \times 6$ = 10,077,696।

Ex 8 **SSC CHSL pattern: How many factors of 840 are multiples of 10?**

SSC CHSL ਪੈਟਰਨ: 840 ਦੇ ਕਿੰਨੇ factors, 10 ਦੇ multiples ਹਨ?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12

Answer: B — 6

Quick method (≈35 sec): 840 = $2^3 \times 3 \times 5$. A multiple of 10 must contain one 2 and one 5. Exponent choices: 2 has 1,2,3 (3 choices); 3 has 0,1 (2); 5 must be 1 (1). Total 3×2×1=6.

Full method: Any factor of 840 has form $2^a \times 3^b \times 5^c$, where a=0...3, b=0...1, c=0...1. To be divisible by 10, it needs a≥1 and c=1. Thus a has 3 choices, b has 2, c has 1: 6 factors.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈35 ਸਕਿੰਟ): 840 = $2^3 \times 3 \times 5$। 10 ਦਾ multiple ਬਣਨ ਲਈ 2 ਦੀ power 1,2,3 ਵਿੱਚੋਂ ਅਤੇ 5 ਦੀ power 1 ਹੋਵੇ। 3 ਦੀ power 0 ਜਾਂ 1 ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। 3×2×1=6।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: factor ਦਾ ਰੂਪ $2^a \times 3^b \times 5^c$ ਹੈ। 10 ਲਈ a≥1 ਅਤੇ c=1। ਕੁੱਲ 6 choices ਬਣਦੀਆਂ ਹਨ।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Using 72 = 8×9 and writing (1+1)(1+1). Always split 8 and 9 into prime powers first.
- Counting even factors by forcing every exponent to be positive. Only the exponent of 2 must be at least 1.
- For “multiple of 10”, forgetting that both a factor 2 and a factor 5 are compulsory.
- Mixing up “sum of factors” and “number of factors”.

8 ਅਤੇ 9 ਵਰਗੇ composite factors ਨੂੰ prime powers ਵਿੱਚ ਤੋੜੇ ਬਿਨਾਂ formula ਨਾ ਲਗਾਓ। even factor ਲਈ ਕੇਵਲ 2 ਦੀ power ਘੱਟੋ-ਘੱਟ 1 ਹੋਵੇ। 10 ਦੇ multiple ਵਿੱਚ 2 ਅਤੇ 5 ਦੋਵੇਂ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹਨ। sum ਅਤੇ number of factors ਨੂੰ ਨਾ ਮਿਲਾਓ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Factor-count questions appear very often in SSC and Railways, usually as a 30–45 second question. In multiple-choice format, first factorise only enough to see the exponents. If options are far apart, calculating the total factor count is faster than listing any factor.

SSC ਅਤੇ Railways ਵਿੱਚ factor-count ਦੇ ਸਵਾਲ ਬਹੁਤ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। 30–45 ਸਕਿੰਟ ਵਿੱਚ ਕਰੋ। Options ਦੂਰ-ਦੂਰ ਹੋਣ ਤਾਂ factors ਲਿਸਟ ਕਰਨ ਦੀ ਥਾਂ exponents ਤੋਂ ਸਿੱਧਾ ਗਿਣਤੀ ਕੱਢੋ।

TYPE 5 Perfect Squares, Perfect Cubes and Nearest Values

ਪੂਰਨ ਵਰਗ, ਪੂਰਨ ਘਣ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੀ ਸੰਖਿਆ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A perfect square is a number obtained by multiplying an integer by itself, such as 144 = 12×12. A perfect cube is obtained by multiplying an integer three times, such as 216 = 6×6×6. In a farm analogy, square packing needs pairs of every prime factor; cube packing needs groups of three.

Perfect square ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ integer ਨੂੰ ਉਸੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਨਾਲ ਬਣੇ, ਜਿਵੇਂ 144 = 12×12। Perfect cube ਵਿੱਚ integer ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ 216 = 6×6×6। square ਲਈ ਹਰ prime factor ਦੀ ਜੋੜੀ ਅਤੇ cube ਲਈ ਤਿੰਨ-ਤਿੰਨ ਦਾ ਗਰੁੱਪ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

Recognise it: “Perfect square/cube”, “least number to add/subtract/multiply/divide”, “nearest square”, “last digit of a square”, “square root by factorisation”, or “make the number a cube”.

ਪਛਾਣ: perfect square/cube, least number to add/subtract/multiply/divide, nearest square, square root ਜਾਂ make it a cube ਲਿਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ Type ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

- A number is a perfect square iff every prime exponent is even.
- A number is a perfect cube iff every prime exponent is a multiple of 3.
- A perfect square can end only in 0, 1, 4, 5, 6 or 9; never 2, 3, 7 or 8.
- A perfect square has an odd number of positive factors.

Perfect square ਵਿੱਚ ਹਰ prime exponent even ਹੁੰਦਾ ਹੈ। Perfect cube ਵਿੱਚ ਹਰ exponent 3 ਦਾ multiple ਹੁੰਦਾ ਹੈ। Perfect square ਦਾ unit digit 2,3,7,8 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। ਹਰ perfect square ਦੇ positive factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ odd ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Prime factorise the number.
2. For a square, make each exponent even; for a cube, make each exponent a multiple of 3.
3. For a least multiplier, supply the missing primes.
4. For a least divisor, remove the extra primes that prevent the condition.
5. For nearest square, compare with consecutive remembered squares.

1) prime factorisation ਕਰੋ। 2) square ਲਈ exponents even ਅਤੇ cube ਲਈ 3 ਦੇ multiple ਬਣਾਓ। 3) least multiplier ਵਿੱਚ ਘਾਟੇ ਵਾਲੇ primes ਗੁਣਾ ਕਰੋ। 4) least divisor ਵਿੱਚ ਵਾਧੂ primes ਨੂੰ ਹਟਾਓ। 5) nearest square ਲਈ ਲਗਾਤਾਰ squares ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

To make $2^5 \times 3^4$ into a cube, do not multiply it. Exponents 5 and 4 need +1 and +2 to reach 6, so multiply by $2 \times 3^2 = 18$. This is exact because cubes require exponents 0,3,6,...; it is not a shortcut for addition/subtraction questions.

$2^5 \times 3^4$ ਨੂੰ cube ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਵੱਡੀ multiplication ਨਾ ਕਰੋ। 5 ਨੂੰ 6 ਕਰਨ ਲਈ +1 ਅਤੇ 4 ਨੂੰ 6 ਕਰਨ ਲਈ +2 ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ $2 \times 3^2 = 18$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਇਹ multiplier ਲਈ ਹੈ; add/subtract ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ।

Ex 1 **Which of the following is a perfect square?**

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ perfect square ਹੈ?

A) 252 **B)** 361 **C)** 438 **D)** 572

Answer: B — 361

Quick method (≈20 sec): 19^2 = 361. Also, a square cannot end in 2 or 8, eliminating A, C and D quickly.

Full method: 361 = 19×19, hence it is a perfect square. 252 ends in 2, 438 ends in 8, and 572 ends in 2; no perfect square can end in 2 or 8.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 19^2 = 361। Square 2 ਜਾਂ 8 ਨਾਲ ਖ਼ਤਮ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਇਸ ਲਈ ਬਾਕੀ ਤੁਰੰਤ ਹਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 361 = 19×19 ਹੈ। 252, 438 ਅਤੇ 572 ਦੇ ਆਖ਼ਰੀ ਅੰਕ square ਲਈ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ।

Ex 2 **What is the least number to be added to 87 to make it a perfect square?**

87 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ perfect square ਬਣੇ?

A) 9 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 15

Answer: C — 13

Quick method (≈20 sec): 9^2=81 and 10^2=100. Next square after 87 is 100; add 100−87=13.

Full method: Since 81<87<100, the next perfect square is 100. Required addition = 100−87 = 13.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 81 ਅਤੇ 100 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ 87 ਹੈ। ਅਗਲਾ square 100 ਹੈ। 100−87=13।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 9^2=81 ਅਤੇ 10^2=100। ਇਸ ਲਈ 87 ਵਿੱਚ 13 ਜੋੜਣ ਨਾਲ 100 ਬਣਦਾ ਹੈ।

Ex 3 **What is the least number to be subtracted from 560 to make it a perfect square?**

560 ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਈਏ ਤਾਂ perfect square ਬਣੇ?

A) 9 **B)** 16 **C)** 31 **D)** 44

Answer: C — 31

Quick method (≈25 sec): 23^2=529 and 24^2=576. Nearest lower square is 529; subtract 560−529=31.

Full method: 560 lies between 23^2=529 and 24^2=576. To make it a square by subtraction, use 529. Difference = 560−529 = 31.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 23^2=529 ਅਤੇ 24^2=576। ਹੇਠਲਾ square 529 ਹੈ। 560−529=31।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਘਟਾਉਣਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 560 ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ square 529 ਲਵੋ। ਉੱਤਰ 31 ਹੈ।

Ex 4 **What is the least number by which 432 must be multiplied to make a perfect cube?**

432 ਨੂੰ ਕਿਸ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ perfect cube ਬਣੇ?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 6

Answer: C — 4

Quick method (≈25 sec): 432 = 2^4×3^3. For a cube, 2^4 needs two more 2s, so multiply by 2^2=4.

Full method: 432 = 16×27 = $2^4 \times 3^3$. Cube exponents must be multiples of 3. Raise exponent of 2 from 4 to 6 by multiplying by 2^2=4. Then 432×4 = $2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$. Hence the correct answer is C.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 432 = $2^4 \times 3^3$। cube ਲਈ 2 ਦੀ power 6 ਬਣਾਉਣੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 2^2=4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 432×4 = $2^6 \times 3^3 = 12^3$। ਇਸ ਲਈ ਉੱਤਰ C ਹੈ।

Ex 5 **Which number has an odd number of positive factors?**

ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ positive factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ odd ਹੈ?

A) 48 **B)** 50 **C)** 64 **D)** 75

Answer: C — 64

Quick method (≈20 sec): Only perfect squares have an odd number of factors. 64=8^2.

Full method: Factors normally pair as d and N/d. A square alone pairs with itself, so a perfect square has one unpaired middle factor and hence an odd count. 64=8^2; 48, 50 and 75 are not squares.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਕੇਵਲ perfect square ਦੇ factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ odd ਹੁੰਦੀ ਹੈ। 64=8^2 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: factors ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। square ਵਿੱਚ ਵਿਚਕਾਰ ਵਾਲਾ square root ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾਲ ਜੋੜਾ ਬਣਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਗਿਣਤੀ odd ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

Ex 6 **What is the least number by which 675 must be divided to obtain a perfect square?**

675 ਨੂੰ ਕਿਸ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਈਏ ਤਾਂ perfect square ਮਿਲੇ?

A) 3 **B)** 5 **C)** 15 **D)** 25

Answer: A — 3

Quick method (≈30 sec): 675 = $3^3 \times 5^2$. Remove one 3 to leave $3^2 \times 5^2$, a square. Divide by 3.

Full method: 675 = 27×25 = $3^3 \times 5^2$. A square needs even exponents. Dividing by 3 reduces 3^3 to 3^2, giving 225 = 15^2. No smaller divisor than 3 can fix the odd exponent.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 675 = $3^3 \times 5^2$। ਇੱਕ 3 ਹਟਾਉਣ ਤੇ $3^2 \times 5^2$ square ਬਣਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 675/3=225=15^2। ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ divisor 3 ਹੈ।

Ex 7 **Find √1764.**

√1764 ਲੱਭੋ।

A) 38 **B)** 40 **C)** 42 **D)** 44

Answer: C — 42

Quick method (≈25 sec): $42^2=(40+2)^2$=1600+160+4=1764.

Full method: Factorise: 1764 = 4×441 = $2^2 \times 21^2 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$. Therefore √1764 = 2×3×7 = 42.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): $42^2 = (40+2)^2$ = 1600+160+4 = 1764।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 1764 = $2^2 \times 3^2 \times 7^2$। ਹਰ ਜੋੜੀ ਤੋਂ ਇੱਕ factor ਲਵੋ: 2×3×7=42।

Ex 8 **PSSSB pattern: What is the least number by which 1,200 must be multiplied to make a perfect cube?**

PSSSB ਪੈਟਰਨ: 1,200 ਨੂੰ ਕਿਸ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ perfect cube ਬਣੇ?

A) 30 **B)** 45 **C)** 90 **D)** 180

Answer: D — 180

Quick method (≈35 sec): 1200 = $2^4 \times 3 \times 5^2$. Next multiples of 3 are 6,3,3; supply $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$.

Full method: 1,200 = 12×100 = $2^2 \times 3 \times 2^2 \times 5^2 = 2^4 \times 3^1 \times 5^2$. To make exponents multiples of 3, multiply by $2^2 \times 3^2 \times 5^1$ = 4×9×5 = 180. Product has exponents 6,3,3 and is a cube.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈35 ਸਕਿੰਟ): 1200 = $2^4 \times 3 \times 5^2$। cube ਲਈ exponents 6,3,3 ਬਣਾਓ। ਲੋੜ $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 1200 ਨੂੰ factorise ਕਰਕੇ $2^4 \times 3 \times 5^2$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। 180 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ powers 6,3,3 ਹੋ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ perfect cube ਬਣਦਾ ਹੈ।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- For a cube, making every exponent even. Even exponents are for a square; cube exponents must be multiples of 3.
- For “least number to subtract”, using the next higher square. Subtraction needs the nearest lower square.
- Thinking an odd number of factors means the number is odd. 64 is even but has 7 factors.
- Using last-digit rules as a proof that a number is a square. They eliminate choices but cannot prove a square by themselves.

cube ਲਈ exponent even ਨਹੀਂ, 3 ਦਾ multiple ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। subtract ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਹੇਠਲਾ nearest square ਲਵੋ। odd number of factors ਦਾ ਮਤਲਬ ਸੰਖਿਆ odd ਹੋਣਾ ਨਹੀਂ; 64 even ਹੈ। last-digit rule ਨਾਲ ਸਿਰਫ਼ options ਹਟਦੇ ਹਨ, ਪੂਰਾ proof ਨਹੀਂ ਬਣਦਾ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Square/cube multiplier questions are high-value in SSC, Railways and state recruitment papers. Aim for **30–40 seconds**: factorise just enough to write prime exponents, then fill the missing exponent. Do not calculate the large product unless a final verification is needed.

Square/cube multiplier ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ SSC, Railways ਅਤੇ state exams ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। **30–40 ਸਕਿੰਟ** ਦਾ ਟਾਰਗੇਟ ਰੱਖੋ। prime exponents ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਜੋ power ਘੱਟ ਹੈ ਉਹ ਪੂਰੀ ਕਰੋ; ਵੱਡੀ multiplication ਤੋਂ ਬਚੋ।

TYPE 6 Unit Digit and Last Digits of Powers

ਘਾਤਾਂ ਦਾ ਇਕਾਈ ਅੰਕ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ ਅੰਕ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

The unit digit is the last digit of a number. For a huge power such as 7^{103}, writing the whole number is impossible in an exam, but its last digit repeats in a short cycle. It is like a bus route that returns to the same stop after a fixed number of stops.

Unit digit ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਆਖ਼ਰੀ ਅੰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। 7^{103} ਵਰਗੀ ਵੱਡੀ power ਪੂਰੀ ਲਿਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ, ਕਿਉਂਕਿ ਆਖ਼ਰੀ ਅੰਕ ਛੋਟੇ cycle ਵਿੱਚ ਦੁਹਰਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਬੱਸ ਦੇ fixed ਰੂਟ ਵਾਂਗ ਹੈ ਜੋ ਕੁਝ stops ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਮੁੜ ਉਸੇ ਪੈਟਰਨ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

Recognise it: “Unit digit”, “ones digit”, “last digit”, “last two digits”, “what digit is in the units place”, or a large exponent/power are the clues.

ਪਛਾਣ: unit digit, ones digit, last digit, last two digits ਜਾਂ ਵੱਡੀ power ਵੇਖੋ ਤਾਂ cycles ਵਰਤੋ।

Base ending	Unit-digit cycle	Cycle length	Exponent shortcut
2	2, 4, 8, 6	4	Use exponent mod 4
3	3, 9, 7, 1	4	Use exponent mod 4
4	4, 6	2	Odd → 4; even → 6
7	7, 9, 3, 1	4	Use exponent mod 4
8	8, 4, 2, 6	4	Use exponent mod 4
9	9, 1	2	Odd → 9; even → 1
0, 1, 5, 6	Same digit always	1	No cycle calculation needed

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For a cycle of length 4, divide the exponent by 4. If the remainder is 1, take the first term; 2, take second; 3, take third; and **remainder 0 means take the fourth term**. This final point prevents the most common error.

Cycle ਦੀ length 4 ਹੋਵੇ ਤਾਂ exponent ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਓ। remainder 1 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾ term, 2 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੂਜਾ, 3 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਤੀਜਾ ਅਤੇ **remainder 0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਚੌਥਾ term** ਲਵੋ। remainder 0 ਨੂੰ ਪਹਿਲਾ term ਨਾ ਸਮਝੋ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Keep only the unit digit of every base.
2. Write the correct cycle for that unit digit.
3. Divide the exponent by the cycle length.
4. Select the cycle position from the remainder; zero means the final position.
5. For a product, find each unit digit separately, multiply them, and keep the final unit digit.

1) ਹਰ base ਦਾ ਸਿਰਫ਼ unit digit ਲਵੋ। 2) ਉਸਦਾ cycle ਲਿਖੋ। 3) exponent ਨੂੰ cycle length ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਓ। 4) remainder ਤੋਂ position ਚੁਣੋ; 0 ਦਾ ਮਤਲਬ ਆਖ਼ਰੀ position। 5) product ਵਿੱਚ ਹਰ power ਦਾ unit digit ਕੱਢ ਕੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Ignore every digit except the last one: 237^{44} has the same unit digit as 7^{44}. Since 44 is divisible by 4, take the fourth term of 7,9,3,1: answer 1. This works for unit digit only; it cannot find the last two digits.

ਸਿਰਫ਼ ਆਖ਼ਰੀ digit ਵੇਖੋ: 237^{44} ਦਾ unit digit, 7^{44} ਜਿਹਾ ਹੀ ਹੈ। 44, 4 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 7,9,3,1 ਦਾ ਚੌਥਾ term 1 ਲਵੋ। ਇਹ ਸਿਰਫ਼ unit digit ਲਈ ਹੈ, last two digits ਲਈ ਨਹੀਂ।

Ex 1 **What is the unit digit of 3^{17}?**

3^{17} ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 1 **B)** 3 **C)** 7 **D)** 9

Answer: B — 3

Quick method (≈20 sec): Cycle of 3 is 3,9,7,1. 17 mod 4 = 1, so take first term: 3.

Full method: 3^1 ends in 3, 3^2 in 9, 3^3 in 7, and 3^4 in 1. The pattern repeats every 4 powers. Since 17=4×4+1, unit digit is the first cycle term, 3.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 3 ਦਾ cycle 3,9,7,1 ਹੈ। 17 ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲਾ term 3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 3 ਦੀਆਂ powers ਦੇ ਆਖ਼ਰੀ ਅੰਕ 3,9,7,1 ਬਣਦੇ ਹਨ ਅਤੇ 4 ਤੋਂ ਬਾਅਦ repeat ਹੁੰਦੇ ਹਨ। 17=4×4+1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉੱਤਰ 3।

Ex 2 **What is the unit digit of 4^{52}?**

4^{52} ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 4 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 2

Answer: B — 6

Quick method (≈15 sec): 4 has cycle 4,6. An even exponent gives 6.

Full method: 4^1 ends in 4 and 4^2=16 ends in 6. Multiplying again by 4 returns last digit 4, so cycle is 4,6. Since 52 is even, take 6.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 4 ਦਾ cycle 4,6 ਹੈ। even exponent ਲਈ unit digit 6 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 4^1 ਦਾ ਆਖ਼ਰੀ ਅੰਕ 4 ਅਤੇ 4^2 ਦਾ 6 ਹੈ। ਪੈਟਰਨ 4,6 repeat ਹੁੰਦਾ ਹੈ। 52 even ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 6।

Ex 3 **What is the unit digit of 27^{35}?**

27^{35} ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 1 **B)** 3 **C)** 7 **D)** 9

Answer: B — 3

Quick method (≈20 sec): Use 7 only. Cycle 7,9,3,1; 35 mod 4=3, so take the third term, 3.

Full method: The unit digit of 27 is 7. 7^1, 7^2, 7^3, 7^4 end in 7,9,3,1. Since 35=4×8+3, unit digit is 3.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਸਿਰਫ਼ 7 ਲਵੋ। cycle 7,9,3,1 ਹੈ। 35 mod 4 = 3, ਇਸ ਲਈ ਤੀਜਾ term 3 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 27 ਦਾ unit digit 7 ਹੈ। 7 ਦੀਆਂ powers ਦਾ cycle 7,9,3,1 ਹੈ। 35=4×8+3, ਇਸ ਲਈ unit digit 3 ਹੈ।

Ex 4 **What is the unit digit of 8^{123}?**

8^{123} ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8

Answer: A — 2

Quick method (≈20 sec): Cycle of 8 is 8,4,2,6. 123 mod 4 = 3, so third term is 2.

Full method: 8^1 ends in 8; 8^2 ends in 4; 8^3 ends in 2; 8^4 ends in 6. This repeats. Since 123 leaves remainder 3 on division by 4, use 2.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 8 ਦਾ cycle 8,4,2,6 ਹੈ। 123 ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 3 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਤੀਜਾ term 2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 8 ਦੀਆਂ powers ਦੇ unit digits 8,4,2,6 repeat ਹੁੰਦੇ ਹਨ। remainder 3 ਕਰਕੇ ਉੱਤਰ 2 ਹੈ।

Ex 5 **What is the unit digit of $12^{25} \times 13^{12}$?**

$12^{25} \times 13^{12}$ ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8

Answer: A — 2

Quick method (≈30 sec): 2^{25}: 25 mod 4=1, unit digit 2. 3^{12}: 12 mod 4=0, unit digit 1. Product ends in 2.

Full method: Use last digits only. Cycle of 2 gives 2 for exponent 25. Cycle of 3 gives the fourth term 1 for exponent 12. Their product is 2×1=2.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 2^{25} ਦਾ unit digit 2 ਹੈ ਅਤੇ 3^{12} ਦਾ 1। ਗੁਣਾ 2 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 12 ਦਾ ਆਖ਼ਰੀ 2 ਅਤੇ 13 ਦਾ ਆਖ਼ਰੀ 3 ਲਵੋ। 2 ਦਾ cycle ਅਤੇ 3 ਦਾ cycle ਲਗਾ ਕੇ digits 2 ਅਤੇ 1 ਮਿਲਦੇ ਹਨ। 2×1=2।

Ex 6 **What is the unit digit of $9^{202} + 7^{101}$?**

$9^{202} + 7^{101}$ ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 8

Answer: D — 8

Quick method (≈30 sec): 9 to an even power ends in 1. For 7^{101}, 101 mod 4=1, so it ends in 7. Sum ends in 8.

Full method: 9 has cycle 9,1. Since 202 is even, 9^{202} ends in 1. 7 has cycle 7,9,3,1. Since 101 mod 4=1, 7^{101} ends in 7. Sum=1+7=8.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 9 ਦੀ even power ਦਾ unit digit 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। 7^{101} ਲਈ remainder 1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 7। ਜੋੜ 8 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 9 ਦਾ cycle 9,1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 1। 7 ਦਾ cycle 7,9,3,1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 7। 1+7=8।

Ex 7 **What is the unit digit of $5^{68} \times 6^{41} \times 9^{17}$?**

$5^{68} \times 6^{41} \times 9^{17}$ ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 0 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6

Answer: A — 0

Quick method (≈20 sec): A factor ending in 5 multiplied by a factor ending in even digit 6 gives a product ending in 0: 5×6=30. Remaining factor cannot change the final 0.

Full method: 5^{68} ends in 5; 6^{41} ends in 6. Their product ends in 5×6=30, hence 0. Multiplying by 9^{17}, whose unit digit is 9, keeps the final unit digit 0.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 5 ਨਾਲ ਖ਼ਤਮ ਹੋਣ ਵਾਲੀ power ਅਤੇ 6 ਨਾਲ ਖ਼ਤਮ ਹੋਣ ਵਾਲੀ power ਦਾ ਗੁਣਾ 0 ਨਾਲ ਖ਼ਤਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ: 5×6=30।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 5^{68} ਦਾ unit digit 5, 6^{41} ਦਾ 6 ਹੈ। 5×6=30 ਤੋਂ 0। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ 9 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਨਾਲ ਵੀ 0 ਹੀ ਰਹੇਗਾ।

Ex 8 **SSC CGL pattern: What is the unit digit of 237^{44}?**

SSC CGL ਪੈਟਰਨ: 237^{44} ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 1 **B)** 3 **C)** 7 **D)** 9

Answer: A — 1

Quick method (≈20 sec): Use unit digit 7. Its cycle is 7,9,3,1. Since 44 mod 4=0, take the fourth term, 1.

Full method: Only the last digit of base matters. Replace 237 by 7. The cycle length of 7 is 4. Since 44=4×11, the exponent is at the fourth position in the cycle. Hence the unit digit is 1.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 237 ਦਾ ਆਖ਼ਰੀ digit 7 ਹੈ। cycle 7,9,3,1 ਅਤੇ 44 mod 4=0। ਇਸ ਲਈ ਚੌਥਾ term 1।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: base ਦੇ ਸਿਰਫ਼ ਆਖ਼ਰੀ digit 7 ਨੂੰ ਲਵੋ। 44, 4 ਦਾ multiple ਹੈ, ਇਸ ਲਈ cycle ਦਾ ਚੌਥਾ digit 1 ਆਵੇਗਾ।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- When exponent mod 4 is 0, choosing the first term instead of the fourth term.
- Using the full base rather than its last digit; 237^n and 7^n have the same unit digit.
- Adding/multiplying the exponents of separate powers. Find each final digit first.
- Using unit-digit cycles to answer a last-two-digits question.

remainder 0 ਹੋਣ ਤੇ cycle ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨਹੀਂ, ਆਖ਼ਰੀ term ਲਵੋ। ਪੂਰਾ base ਨਹੀਂ, ਸਿਰਫ਼ ਆਖ਼ਰੀ digit ਵਰਤੋ। ਵੱਖਰੀਆਂ powers ਦੀਆਂ exponents ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ ਨਾ। Unit-digit rule ਨਾਲ last two digits ਨਹੀਂ ਕੱਢੇ ਜਾਂਦੇ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Unit-digit questions are among the quickest one-mark questions—target **15–30 seconds**. Memorise the six rows in the cycle table. In products, a 5 and an even final digit often create a quick final 0.

Unit-digit ਦੇ ਸਵਾਲ ਸਭ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ one-mark questions ਹਨ—**15–30 ਸਕਿੰਟ**। cycle table ਦੀਆਂ ਛੇ rows ਯਾਦ ਕਰੋ। Product ਵਿੱਚ 5 ਅਤੇ even final digit ਮਿਲਣ ਤੇ ਅਕਸਰ unit digit 0 ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

TYPE 7 Division Algorithm and Basic Remainder Questions

ਭਾਗ ਦਾ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਬੁਨਿਆਦੀ ਸ਼ੇਸ਼ਫਲ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

When 47 biscuits are shared among 6 children, each receives 7 biscuits and 5 remain. This is the division algorithm: the total is the divisor times the quotient, plus the leftover remainder.

47 ਬਿਸਕੁਟ 6 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੇ ਤਾਂ ਹਰ ਇੱਕ ਨੂੰ 7 ਮਿਲਣਗੇ ਅਤੇ 5 ਬਚਣਗੇ। ਇਹੀ division algorithm ਹੈ: total = divisor × quotient + remainder।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Dividend = Divisor × Quotient + Remainder, with **0 ≤ Remainder < Divisor**. If the remainder equals or exceeds the divisor, divide once more—it is not a valid final remainder.

Dividend = Divisor × Quotient + Remainder, ਜਿੱਥੇ **0 ≤ remainder < divisor**। Remainder divisor ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਡਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ; ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਮੁੜ ਭਾਗ ਦਿਓ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write the four roles: dividend, divisor, quotient, remainder.
2. Substitute the known values in D=dq+r.
3. For a remainder, use the closest lower multiple of the divisor.
4. For “least number to add”, find how far to the next multiple.
5. For “least number to subtract”, use the current remainder itself.

D=dq+r ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ values ਰੱਖੋ। Remainder ਲਈ divisor ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ ਹੇਠਲਾ multiple ਲਵੋ। divisible ਬਣਾਉਣ ਲਈ add = divisor−remainder ਅਤੇ subtract = remainder ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

If a number leaves remainder r on division by d, then it is **r short of a lower multiple** and **d−r short of the next higher multiple**. Thus add d−r; subtract r. This works only when r is the final valid remainder.

ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ d ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder r ਆਵੇ ਤਾਂ ਹੇਠਲੇ multiple ਤੋਂ r ਵੱਧ ਅਤੇ ਅਗਲੇ multiple ਤੋਂ d−r ਘੱਟ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ add=d−r ਅਤੇ subtract=r।

Ex 1 **When 83 is divided by 7, what is the remainder?**

83 ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

Answer: C — 6

Quick method (≈15 sec): Nearest lower multiple: 7×11=77. Remainder=83−77=6.

Full method: Divide 83 by 7: 7 goes 11 times because 7×11=77. Difference is 83−77=6. Therefore 83=7×11+6.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 7×11=77 ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜਲਾ ਹੇਠਲਾ multiple ਹੈ। 83−77=6।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 83=7×11+6 ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ remainder 6 ਹੈ।

Ex 2 **A number leaves remainder 4 when divided by 9. What least number should be added to make it divisible by 9?**

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 9 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 4 ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ 9 ਨਾਲ divisible ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਜੋੜੀਏ?

A) 4 **B)** 5 **C)** 9 **D)** 13

Answer: B — 5

Quick method (≈15 sec): Next multiple is 9−4=5 away.

Full method: Write number = 9q+4. Add 5: 9q+4+5=9q+9=9(q+1), which is divisible by 9.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): ਅਗਲੇ multiple ਤੱਕ ਦੂਰੀ 9−4=5 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਸੰਖਿਆ 9q+4 ਹੈ। 5 ਜੋੜਣ ਤੇ 9q+9=9(q+1) ਬਣਦਾ ਹੈ।

Ex 3 **A number leaves remainder 11 when divided by 17. What least number should be subtracted to make it divisible by 17?**

17 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 11 ਆਵੇ ਤਾਂ divisible ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਘਟਾਈਏ?

A) 6 **B)** 11 **C)** 17 **D)** 28

Answer: B — 11

Quick method (≈15 sec): Subtract the present remainder itself: 11.

Full method: Number=17q+11. Subtracting 11 gives 17q, a multiple of 17. Hence least subtraction is 11.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): divisible ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਮੌਜੂਦਾ remainder 11 ਹੀ ਘਟਾਓ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਸੰਖਿਆ 17q+11 ਹੈ। 11 ਘਟਾਉਣ ਤੇ 17q ਬਚਦਾ ਹੈ, ਜੋ 17 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ।

Ex 4 **The divisor is 13, quotient is 8 and remainder is 5. Find the dividend.**

divisor 13, quotient 8 ਅਤੇ remainder 5 ਹੈ। dividend ਲੱਭੋ।

A) 99 B) 104 C) 109 D) 117

Answer: C — 109

Quick method (≈15 sec): Dividend=13×8+5=104+5=109.

Full method: Apply Dividend=Divisor×Quotient+Remainder. Thus D=13×8+5=104+5=109. Check: 109÷13 gives quotient 8 and remainder 5.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): dividend=13×8+5=109।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: D=dq+r ਲਗਾਓ: D=13×8+5=109। 109 ਨੂੰ 13 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ 8 ਬਾਕੀ 5 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 5 **A number when divided by 15 gives quotient 12 and remainder 9. What is the number?**

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 15 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ quotient 12 ਅਤੇ remainder 9 ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

A) 171 B) 179 C) 180 D) 189

Answer: D — 189

Quick method (≈15 sec): 15×12=180; add remainder 9: 189.

Full method: D=15×12+9=180+9=189. Remainder 9 is less than divisor 15, so it is valid.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 15×12=180 ਅਤੇ 9 ਜੋੜੋ: 189।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: D=15×12+9=189। 9, 15 ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ remainder valid ਹੈ।

Ex 6 **What is the remainder when 1,001 is divided by 10?**

1,001 ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 0 B) 1 C) 9 D) 10

Answer: B — 1

Quick method (≈10 sec): Remainder on division by 10 is always the last digit: 1.

Full method: 1,001=10×100+1. Therefore quotient is 100 and remainder is 1.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਾ remainder ਸਿੱਧਾ ਆਖ਼ਰੀ digit ਹੁੰਦਾ ਹੈ: 1।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 1,001=10×100+1, ਇਸ ਲਈ remainder 1 ਹੈ।

Ex 7 **A number gives quotient 7 and remainder 13 on division by 13. Which statement is correct?**

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 13 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ quotient 7 ਅਤੇ remainder 13 ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸਹੀ ਹੈ?

A) The dividend is 104.
B) The division is valid.
C) Remainder must be less than 13.
D) Quotient must be 13.

Answer: C — Remainder must be less than 13

Quick method (≈20 sec): Final remainder is always 0 to divisor−1. Remainder 13 with divisor 13 is impossible.

Full method: In division, 0≤r<d. Here d=13, so valid remainders are 0 through 12. A remainder of 13 must be carried into the quotient: 13×7+13=13×8, so actual quotient would be 8 and remainder 0.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): remainder ਹਮੇਸ਼ਾਂ divisor ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। divisor 13 ਹੋਵੇ ਤਾਂ remainder 13 ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: valid remainder 0 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ ਹੈ। 13×7+13=13×8, ਇਸ ਲਈ ਅਸਲ quotient 8 ਅਤੇ remainder 0 ਹੁੰਦਾ।

Ex 8 **Punjab Police pattern: A number leaves remainder 7 when divided by 12. What remainder will twice the number leave when divided by 12?**

Punjab Police ਪੈਟਰਨ: ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 12 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 7 ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਸਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਨੂੰ 12 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 7 **D)** 14

Answer: B — 2

Quick method (≈20 sec): Double remainder: 2×7=14. Reduce it modulo 12: 14−12=2.

Full method: Let number=12q+7. Twice it: 2(12q+7)=24q+14=12(2q+1)+2. Hence remainder is 2.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): remainder 7 ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰੋ: 14। 12 ਘਟਾਉਣ ਤੇ 2 ਬਚਦਾ ਹੈ।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਸੰਖਿਆ 12q+7 ਹੈ। ਦੁੱਗਣੀ 24q+14=12(2q+1)+2 ਬਣਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ remainder 2।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Writing a remainder equal to the divisor. It must always be smaller.
- Using d−r when the question asks what to subtract; subtract r, not d−r.
- For a multiple of a number, forgetting to reduce a new remainder that is ≥ divisor.
- Interchanging quotient and divisor in D=dq+r.

remainder divisor ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। subtract ਲਈ r ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ, d−r ਨਹੀਂ। ਨਵਾਂ remainder divisor ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਮੁੜ ਘਟਾਓ। D=dq+r ਵਿੱਚ divisor ਅਤੇ quotient ਨਾ ਬਦਲੋ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Division-algorithm questions are usually direct and should take **15–25 seconds**. The option “remainder = divisor” is an immediate red flag. For add/subtract questions, write only the remainder and divisor—there is no need to know the original number.

Division algorithm ਦੇ ਸਵਾਲ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਸਿੱਧੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ **15–25 ਸਕਿੰਟ** ਲੈਂਦੇ ਹਨ। remainder=divisor ਵਾਲਾ option ਤੁਰੰਤ ਗਲਤ ਹੈ। add/subtract ਲਈ ਅਸਲ number ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ, ਕੇਵਲ divisor ਅਤੇ remainder ਕਾਫ਼ੀ ਹਨ।

TYPE 8 Remainders of Powers and Algebraic Remainder Patterns

ਘਾਤਾਂ ਅਤੇ ਬੀਜਗਣਿਤੀ ਰੂਪਾਂ ਦੇ ਸ਼ੇਸ਼ਫਲ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

In these questions, the number is too large to divide directly: 3^{100}, 17^{45}, or an expression such as 11^8-1. The safe idea is to replace a number by its small remainder first, then work with a short cycle.

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ 3^{100} ਜਾਂ 17^{45}। ਸਿੱਧਾ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਕਰਨਾ। ਪਹਿਲਾਂ base ਦਾ ਛੋਟਾ remainder ਲਵੋ, ਫਿਰ ਉਸਦਾ cycle ਵਰਤੋ।

Recognise it: “Remainder when ... is divided by ...”, very large exponent, “divisible by x−a”, or expressions containing $x^n \pm a^n$.

ਪਛਾਣ: remainder when, ਵੱਡੀ power, divisible by x−a ਜਾਂ $x^n \pm a^n$ ਵਰਗਾ expression ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ Type ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

- If a leaves remainder r on division by m, then a^n leaves the same remainder as r^n on division by m.
- $x^n - a^n$ is divisible by x−a for every positive integer n.
- $x^n + a^n$ is divisible by x+a when n is odd.
- $x^n - a^n$ is divisible by x+a when n is even.

ਜੇ a ਨੂੰ m ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ r remainder ਆਵੇ, ਤਾਂ a^n ਦੀ ਥਾਂ r^n ਨਾਲ ਕੰਮ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। $x^n - a^n$ ਹਮੇਸ਼ਾਂ x−a ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ। n odd ਹੋਵੇ ਤਾਂ $x^n + a^n$, x+a ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ; n even ਹੋਵੇ ਤਾਂ minus ਵਾਲਾ ਰੂਪ x+a ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Reduce the base modulo the divisor.
2. Write the short remainder cycle, if any.
3. Reduce the exponent by the cycle length.
4. For an algebraic expression, first check whether a standard factorisation applies.
5. Turn a negative remainder into a positive one by adding the divisor.

1) base ਨੂੰ divisor ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇ ਕੇ ਛੋਟਾ remainder ਲਵੋ। 2) ਉਸਦਾ cycle ਲਿਖੋ। 3) exponent ਨੂੰ cycle length ਨਾਲ ਘਟਾਓ। 4) expression ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ identity/factorisation ਚੈੱਕ ਕਰੋ। 5) negative remainder ਆਵੇ ਤਾਂ divisor ਜੋੜ ਕੇ positive remainder ਬਣਾਓ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For 17^{20} divided by 5, replace 17 by 2. Now 2^4 leaves remainder 1 on division by 5, and 20 is a multiple of 4, so the answer is 1. This works because 17 and 2 differ by a multiple of 5; it does not permit replacing the base by any convenient small number.

17^{20} ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਲਈ 17 ਦੀ ਥਾਂ 2 ਲਵੋ, ਕਿਉਂਕਿ 17 ਅਤੇ 2 ਦਾ ਫ਼ਰਕ 5 ਦਾ multiple ਹੈ। 2^4 ਦਾ remainder 1 ਅਤੇ 20, 4 ਦਾ multiple ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉੱਤਰ 1। ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਦਾ ਛੋਟਾ number ਨਹੀਂ ਲੈ ਸਕਦੇ।

Ex 1 **What is the remainder when 3^{20} is divided by 5?**

3^{20} ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 0 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 4

Answer: B — 1

Quick method (≈20 sec): 3^4=81 leaves remainder 1 on division by 5. Since 20 is a multiple of 4, remainder is 1.

Full method: Remainders of powers of 3 modulo 5 are 3,4,2,1 and then repeat. Since 20 mod 4=0, take the fourth term, 1.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 3^4=81 ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ 1 ਬਚਦਾ ਹੈ। 20, 4 ਦਾ multiple ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉੱਤਰ 1।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 3 ਦੀਆਂ powers ਦੇ remainders 3,4,2,1 repeat ਹੁੰਦੇ ਹਨ। 20 mod 4=0 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਚੌਥਾ term 1।

Ex 2 **What is the remainder when 17^{15} is divided by 5?**

17^{15} ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Answer: C — 3

Quick method (≈20 sec): 17 leaves remainder 2. Cycle of 2 modulo 5 is 2,4,3,1. Since 15 mod 4=3, answer is 3.

Full method: $17=5\times3+2$, so 17^{15} has the same remainder as 2^{15}. $2^1,2^2,2^3,2^4$ leave remainders 2,4,3,1. Remainder position 3 gives 3.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 17 ਦਾ remainder 2 ਹੈ। 2 ਦਾ cycle 2,4,3,1 ਹੈ। 15 mod 4=3, ਇਸ ਲਈ 3।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $17=5\times3+2$ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 17^{15} ਦੀ ਥਾਂ 2^{15} ਲਵੋ। cycle ਦਾ ਤੀਜਾ term 3 ਹੈ।

Ex 3 **What is the remainder when 7^{50} is divided by 6?**

7^{50} ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 0 **B)** 1 **C)** 5 **D)** 6

Answer: B — 1

Quick method (≈10 sec): 7 leaves remainder 1 on division by 6. So every positive power leaves remainder 1.

Full method: $7=6+1$. Thus $7^{50}=(6+1)^{50}$. Every expanded term except 1 contains factor 6, so remainder is 1.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): 7 ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ 1 ਬਚਦਾ ਹੈ। 1 ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ positive power 1 ਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $7=6+1$। $(6+1)^{50}$ ਦੇ expansion ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਹਰ term ਵਿੱਚ 6 ਦਾ factor ਹੈ। remainder 1 ਹੈ।

Ex 4 **What is the remainder when 11^8-1 is divided by 10?**

11^8-1 ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 0 **B)** 1 **C)** 8 **D)** 9

Answer: A — 0

Quick method (≈15 sec): 11 leaves remainder 1 on division by 10. So 11^8 leaves 1; subtracting 1 gives 0.

Full method: $11=10+1$. Thus $11^8-1=(10+1)^8-1$. Every binomial term apart from the final 1 is divisible by 10; after subtracting 1, all terms are divisible by 10.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 11 ਦਾ remainder 1 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 11^8 ਦਾ remainder 1 ਅਤੇ 1 ਘਟਾਉਣ ਤੇ 0।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $11=10+1$। $(10+1)^8-1$ ਵਿੱਚ ਬਚੇ ਸਾਰੇ terms ਵਿੱਚ 10 ਦਾ factor ਹੈ।

Ex 5 **Which expression is always divisible by x+3 for a positive odd integer n?**

positive odd integer n ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜਾ expression ਹਮੇਸ਼ਾਂ x+3 ਨਾਲ divisible ਹੈ?

A) x^n-3^n **B)** x^n+3^n

C) x^n+3 **D)** x^n-3

Answer: B — x^n+3^n

Quick method (≈20 sec): For odd n, a^n+b^n has factor a+b. Here a=x and b=3.

Full method: The identity for odd n is $x^n+3^n=(x+3)(x^{n-1}-3x^{n-2}+\ldots-3^{n-1})$. Thus it is divisible by x+3.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): odd n ਲਈ a^n+b^n ਵਿੱਚ a+b factor ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ a=x ਅਤੇ b=3 ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: odd power ਦੀ identity ਅਨੁਸਾਰ $x^n+3^n=(x+3)(\ldots)$। ਇਸ ਲਈ x+3 ਨਾਲ ਕਟਦਾ ਹੈ।

Ex 6 **What is the remainder when 2^{30} is divided by 7?**

2^{30} ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6

Answer: A — 1

Quick method (≈20 sec): $2^3=8$ leaves remainder 1 on division by 7. Since 30 is a multiple of 3, answer is 1.

Full method: Remainders of powers of 2 modulo 7 are 2,4,1 and repeat. Since 30 mod 3=0, select the third term, 1.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): $2^3=8$ ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ 1 ਬਚਦਾ ਹੈ। 30, 3 ਦਾ multiple ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 1।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 2 ਦੀਆਂ powers ਦੇ remainders 2,4,1 repeat ਹੁੰਦੇ ਹਨ। 30 mod 3=0, ਇਸ ਲਈ ਤੀਜਾ term 1।

Ex 7 **If a number leaves remainder −2 on division by 9 in an intermediate calculation, what is its standard positive remainder?**

ਜੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ 9 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ remainder −2 ਆਵੇ, ਤਾਂ standard positive remainder ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?

A) 2 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 11

Answer: B — 7

Quick method (≈15 sec): Add divisor: −2+9=7.

Full method: A remainder r can be changed by adding the divisor without changing the congruence. Thus −2 and −2+9=7 represent the same remainder class modulo 9. Since 7 lies from 0 to 8, it is the standard remainder.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): divisor 9 ਜੋੜੋ: −2+9=7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: remainder ਵਿੱਚ divisor ਜੋੜਣ ਨਾਲ ਉਸਦੀ value modulo 9 ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ। −2+9=7 ਅਤੇ 7, 0 ਤੋਂ 8 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।

Ex 8 **Railways pattern: What is the remainder when $5^{43}+3^{43}$ is divided by 8?**

Railways ਪੈਟਰਨ: $5^{43}+3^{43}$ ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6

Answer: A — 0

Quick method (≈30 sec): Modulo 8, 5^2 and 3^2 both leave 1. Since 43 is odd, 5^{43} leaves 5 and 3^{43} leaves 3. Sum=8, remainder 0.

Full method: $5^1,5^2$ leave remainders 5,1, repeating. With odd exponent 43, remainder is 5. Similarly, 3^{43} leaves 3. Therefore 5+3=8, giving remainder 0 when divided by 8.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 5 ਅਤੇ 3 ਦੀ even power ਦਾ remainder 1 ਹੈ। 43 odd ਹੈ, ਇਸ ਲਈ remainders 5 ਅਤੇ 3। ਜੋੜ 8, ਇਸ ਲਈ remainder 0।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 5 ਦਾ cycle 5,1 ਅਤੇ 3 ਦਾ cycle 3,1 ਹੈ। odd exponent ਲਈ 5 ਅਤੇ 3 ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਜੋੜ 8 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ remainder 0।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Reducing a base correctly but forgetting to reduce the resulting power cycle.
- Using x^n+a^n divisible by x+a for even n; that rule needs odd n.
- Leaving a negative remainder as the final answer.
- Using the unit-digit cycle instead of the remainder cycle for a different divisor.

base ਘਟਾ ਕੇ exponent cycle ਭੁੱਲ ਨਾ ਜਾਓ। x^n+a^n ਵਿੱਚ x+a ਵਾਲੀ divisibility ਲਈ n odd ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। negative remainder ਨੂੰ positive standard remainder ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ। ਹਰ divisor ਲਈ cycle ਵੱਖਰਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

These questions are common in SSC CGL/CHSL and Railways, particularly 2^n, 3^n, 7^n and expressions near a multiple of the divisor. Target **25–40 seconds**; look for a remainder of 0, 1 or −1 before writing a long cycle.

SSC CGL/CHSL ਅਤੇ Railways ਵਿੱਚ ਇਹ ਸਵਾਲ ਬਹੁਤ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਵੇਖੋ ਕਿ base ਦਾ remainder 0, 1 ਜਾਂ −1 ਤਾਂ ਨਹੀਂ; ਅਜਿਹੇ ਵਿੱਚ ਲੰਮਾ cycle ਨਹੀਂ ਲਿਖਣਾ ਪੈਂਦਾ। **25–40 ਸਕਿੰਟ** ਦਾ ਟਾਰਗੇਟ ਰੱਖੋ।

TYPE 9 Least Number, Greatest Number and Exact Divisibility

ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ, ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਪੂਰੀ ਭਾਗਯੋਗ ਸੰਖਿਆ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

These questions combine remainders with LCM or HCF. Suppose several bus routes return after 6, 8 and 10 minutes: the first common return is their LCM. If several numbers leave the same remainder, first remove that remainder; what remains is divisible by every divisor.

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ remainder ਨਾਲ LCM ਜਾਂ HCF ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਬੱਸਾਂ 6,8,10 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਆਉਣ, ਤਾਂ ਇਕੱਠੇ ਆਉਣ ਦਾ ਸਮਾਂ LCM ਹੈ। ਜੇ ਕਈ divisors ਨਾਲ ਇੱਕੋ remainder ਆਵੇ, ਪਹਿਲਾਂ ਉਹ remainder ਘਟਾਓ; ਬਚੀ ਸੰਖਿਆ ਹਰ divisor ਨਾਲ ਕਟੇਗੀ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

- Least number divisible by a, b, c = LCM(a,b,c).
- Least number leaving common remainder r = LCM(a,b,c)+r, provided r is smaller than every divisor.
- Greatest divisor leaving the same remainder when dividing A, B, C = HCF(A−B, B−C, A−C).
- For “least number to add/subtract”, use the remainder as in Part 4.

a,b,c ਨਾਲ divisible ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ LCM ਹੈ। ਇੱਕੋ remainder r ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ LCM+r ਹੁੰਦੀ ਹੈ। A,B,C ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ divisor, ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ differences ਦਾ HCF ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Underline whether the question asks least or greatest.
2. For least common multiple conditions, find LCM; for greatest common divisor conditions, find HCF of differences.
3. If a common remainder r is present, subtract it before HCF/LCM reasoning.
4. Check that r is less than every stated divisor.
5. Test the final answer in one condition.

least ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਕਸਰ LCM ਅਤੇ greatest divisor ਹੋਵੇ ਤਾਂ differences ਦਾ HCF ਲਗਦਾ ਹੈ। Common remainder ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਘਟਾਓ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ condition ਨਾਲ answer check ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

If a number leaves remainder 4 on division by 6, 8 and 10, subtract 4 mentally. The remainder-free part must be a multiple of LCM(6,8,10)=120. So the least number is 124. This shortcut does not apply when the remainders are different.

ਜੇ 6,8,10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰੀ remainder 4 ਹੈ, ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ 4 ਘਟਾਓ। ਬਚਿਆ ਹਿੱਸਾ LCM(6,8,10)=120 ਦਾ multiple ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ 124। Remainders ਵੱਖਰੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹ shortcut ਨਹੀਂ ਲਗਦਾ।

Ex 1 **Find the least number divisible by 6, 8 and 15.**

6, 8 ਅਤੇ 15 ਨਾਲ divisible ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 60 **B)** 90 **C)** 120 **D)** 240

Answer: C — 120

Quick method (≈25 sec): 6=2×3, 8=2^3, 15=3×5. Take highest powers: 2^3×3×5=120.

Full method: LCM needs every prime to its highest exponent: 2^3, 3^1, 5^1. Thus LCM=8×3×5=120. It divides by 6,8 and 15 exactly.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 6=2×3, 8=2^3, 15=3×5। highest powers 2^3×3×5=120।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: LCM ਲਈ ਹਰ prime ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ power ਲਵੋ। 120 ਨੂੰ 6,8,15 ਸਭ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 0 ਹੈ।

Ex 2 **What is the least number which leaves remainder 2 when divided by 5, 6 and 8?**

ਕਿਹੜੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ 5,6 ਅਤੇ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰੀ remainder 2 ਛੱਡਦੀ ਹੈ?

A) 118 **B)** 120 **C)** 122 **D)** 242

Answer: C — 122

Quick method (≈25 sec): Remove common remainder 2. LCM(5,6,8)=120. Add back 2: 122.

Full method: Let N leave remainder 2 each time. Then N−2 is divisible by 5,6,8. LCM=2^3×3×5=120. Least N=120+2=122. Check: 122 leaves 2 on division by each.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): ਪਹਿਲਾਂ common remainder 2 ਘਟਾਓ। LCM(5,6,8)=120, ਫਿਰ 2 ਜੋੜੋ: 122।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: N−2 ਨੂੰ 5,6,8 ਨਾਲ ਕਟਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਉਸਦਾ least value 120 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ N=122।

Ex 3 **Find the greatest number that divides 95 and 143 leaving the same remainder in each case.**

ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 95 ਅਤੇ 143 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਦੋਵੇਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡੇ।

A) 12 **B)** 24 **C)** 48 **D)** 96

Answer: C — 48

Quick method (≈20 sec): Same remainder means divisor divides their difference: 143−95=48. Greatest possible divisor is 48.

Full method: Let both leave remainder r when divided by d. Then 95=da+r and 143=db+r. Subtracting gives 48=d(b−a), so d divides 48. Greatest such d is 48. Indeed, 95 leaves 47 and 143 leaves 47 on division by 48.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): same remainder ਹੋਵੇ ਤਾਂ divisor, numbers ਦੇ difference ਨੂੰ ਕੱਟੇਗਾ। 143−95=48, ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ 48।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਦੋਵੇਂ equations ਘਟਾਉਣ ਤੇ 48=d(b−a) ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ d, 48 ਦਾ factor ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ 48 ਹੈ।

Ex 4 **Find the greatest number that divides 143, 191 and 239 leaving the same remainder.**

143, 191 ਅਤੇ 239 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 12 **B)** 24 **C)** 36 **D)** 48

Answer: D — 48

Quick method (≈25 sec): Differences: 191−143=48 and 239−191=48. HCF is 48.

Full method: A same-remainder divisor must divide every pairwise difference. Differences are 48,48 and 96. HCF(48,48,96)=48. Check: 143=48×2+47, 191=48×3+47, 239=48×4+47.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): differences 48 ਅਤੇ 48 ਹਨ, HCF=48।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: pairwise differences 48,48,96 ਹਨ। HCF 48 ਹੈ। ਤਿੰਨਾਂ ਨੂੰ 48 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 47 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

Ex 5 **What least number should be added to 389 to make it divisible by 17?**

389 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ 17 ਨਾਲ divisible ਬਣੇ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 15 **D)** 16

Answer: B — 2

Quick method (≈20 sec): 17×22=374, so remainder is 15. Add 17−15=2 to reach the next multiple.

Full method: 389=17×22+15. To reach the next multiple, add 17−15=2. Then 389+2=391=17×23.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 17×22=374, ਇਸ ਲਈ remainder 15 ਹੈ। ਅਗਲੇ multiple ਲਈ 17−15=2 ਜੋੜੋ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 389=17×22+15। 2 ਜੋੜਣ ਤੇ 391=17×23 ਬਣਦਾ ਹੈ।

Ex 6 **What is the least three-digit number divisible by 12, 15 and 18?**

12, 15 ਅਤੇ 18 ਨਾਲ divisible ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

A) 120 **B)** 150 **C)** 180 **D)** 360

Answer: C — 180

Quick method (≈25 sec): LCM(12,15,18)=$2^2\times3^2\times5$=180, already three digits.

Full method: 12=$2^2\times3$, 15=3×5, 18=2×3^2. Take highest powers: $2^2\times3^2\times5$=4×9×5=180. It is the least common multiple and has three digits.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): LCM(12,15,18)=$2^2\times3^2\times5$=180। ਇਹ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੈ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 12,15,18 ਦੀਆਂ highest prime powers ਲੈ ਕੇ 180 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਭ ਨਾਲ divisible ਹੈ।

Ex 7 **A number leaves remainders 1, 2 and 3 when divided by 2, 3 and 4 respectively. Which is the least such number?**

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 2,3,4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 1,2,3 remainders ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

A) 7 B) 11 C) 23 D) 35

Answer: B — 11

Quick method (≈25 sec): It is one less than a common multiple of 2,3,4. LCM=12; 12−1=11.

Full method: Required remainders are divisor−1 in every case: 2−1,3−1,4−1. Hence N+1 is divisible by 2,3,4. Least N+1 is LCM(2,3,4)=12. Thus N=11. Check: 11 leaves 1,2,3 respectively.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): ਹਰ remainder divisor ਤੋਂ 1 ਘੱਟ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਸੰਖਿਆ common multiple ਤੋਂ 1 ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ। LCM 12 ਹੈ, 12−1=11।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: N+1 ਨੂੰ 2,3,4 ਨਾਲ divisible ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ N+1=12, ਇਸ ਲਈ N=11।

Ex 8 **SSC MTS pattern: Find the least number which when divided by 7, 9 and 12 leaves remainder 5 in each case.**

SSC MTS ਪੈਟਰਨ: ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ ਜੋ 7,9 ਅਤੇ 12 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰੀ remainder 5 ਛੱਡੇ।

A) 247 B) 257 C) 252 D) 509

Answer: B — 257

Quick method (≈30 sec): LCM(7,9,12)=252. Add 5: 257.

Full method: If N leaves 5 each time, N−5 is divisible by 7,9,12. LCM: $7\times3^2\times2^2=252$. Therefore N=252+5=257. It leaves 5 on division by all three.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): LCM(7,9,12)=252। 5 ਜੋੜੋ: 257।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: N−5 ਨੂੰ 7,9,12 ਨਾਲ ਕਟਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। least value 252 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ N=257।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Using HCF when the question asks least common number; least usually points to LCM.
- Adding the common remainder before taking LCM. Subtract it first, then add it back.
- Taking HCF of the original numbers in a same-remainder divisor question; take HCF of differences.
- Ignoring that a remainder must be smaller than every divisor.

least common number ਲਈ HCF ਨਹੀਂ, LCM ਲੱਗਦਾ ਹੈ। Common remainder ਪਹਿਲਾਂ ਘਟਾਓ, ਫਿਰ LCM ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ। Same-remainder divisor ਲਈ original numbers ਦਾ ਨਹੀਂ, differences ਦਾ HCF ਲਵੋ। Remainder ਹਰ divisor ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

State exams and SSC frequently ask the “same remainder” versions. Target **25–40 seconds**. If all remainders are one less than their divisors, add 1 to the unknown number; this turns the whole question into a direct LCM question.

State exams ਅਤੇ SSC ਵਿੱਚ same remainder ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਬਾਰ-ਬਾਰ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। **25–40 ਸਕਿੰਟ** ਵਿੱਚ ਕਰੋ। ਜੇ ਹਰ remainder divisor ਤੋਂ 1 ਘੱਟ ਹੋਵੇ ਤਾਂ unknown ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜੋ; ਸਵਾਲ ਸਿੱਧਾ LCM ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

TYPE 10 Sums of Natural, Odd, Even Numbers, Squares and Cubes

ਕੁਦਰਤੀ, ਵਿਸਮ, ਸਮ ਅਤੇ ਵਰਗ/ਘਣ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

When a shop sells 1, then 2, then 3 packets every day, adding day by day is slow. Number-system formulas add the whole pattern at once. They are useful whenever terms rise regularly by 1, by 2, or as squares/cubes.

ਜੇ ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ ਹਰ ਦਿਨ 1, ਫਿਰ 2, ਫਿਰ 3 packets ਵਿਕਣ, ਤਾਂ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਜੋੜਨਾ ਹੌਲਾ ਹੈ। ਫਾਰਮੂਲਾ ਪੂਰਾ pattern ਇਕੋ ਵਾਰ ਜੋੜ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

Series	Formula	Meaning
$1+2+\ldots+n$	$n(n+1)/2$	First n natural numbers
$1+3+\ldots+(2n-1)$	n^2	First n odd numbers
$2+4+\ldots+2n$	$n(n+1)$	First n even numbers
$1^2+\ldots+n^2$	$n(n+1)(2n+1)/6$	First n squares
$1^3+\ldots+n^3$	$[n(n+1)/2]^2$	First n cubes

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

For a range, do not add all terms: **sum from a to b = sum from 1 to b − sum from 1 to (a−1)**. For example, $21+22+\ldots+50 = S_{50}-S_{20}$.

ਕਿਸੇ range ਦਾ ਜੋੜ ਕੱਢਣ ਲਈ ਸਾਰੇ terms ਨਾ ਜੋੜੋ। a ਤੋਂ b ਤੱਕ ਦਾ ਜੋੜ = 1 ਤੋਂ b ਤੱਕ ਦਾ ਜੋੜ − 1 ਤੋਂ (a−1) ਤੱਕ ਦਾ ਜੋੜ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Identify whether the terms are natural, odd, even, squares or cubes.
2. Count n carefully. For odd terms ending at 2n−1, n=(last+1)/2.
3. Use the correct formula and cancel before multiplying.
4. For a middle range, subtract the earlier total.

ਪਹਿਲਾਂ series ਦੀ ਕਿਸਮ ਪਛਾਣੋ। n ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਕਰੋ। ਫਾਰਮੂਲਾ ਲਗਾ ਕੇ ਪਹਿਲਾਂ ਕੱਟ-ਛਾਂਟ ਕਰੋ। ਵਿਚਕਾਰਲੀ range ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਵਾਲਾ total ਘਟਾਓ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

Pair the first and last terms: $1+2+\ldots+100$ has 50 pairs, each 101, so total 5050. The pairing method explains $n(n+1)/2$ and is especially quick when n is even.

ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ term ਨੂੰ ਜੋੜੀ ਬਣਾਓ। 1 ਤੋਂ 100 ਤੱਕ 50 ਜੋੜੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰ ਜੋੜੀ 101 ਦੀ ਹੈ। 50×101=5050। ਇਹੀ $n(n+1)/2$ ਦਾ ਅਸਲ ਵਿਚਾਰ ਹੈ।

Ex 1 Find $1+2+3+\ldots+20$.

$1+2+3+\ldots+20$ ਲੱਭੋ।

A) 190 B) 200 C) 210 D) 220

Answer: C — 210

Quick method (≈15 sec): $20\times21/2=10\times21=210$.

Full method: Here n=20. Sum=n(n+1)/2=20×21/2=210.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 20×21/2=210।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: n=20 ਹੈ। n(n+1)/2 = 20×21/2 = 210।

Ex 2 **Find the sum of the first 15 odd numbers.**

ਪਹਿਲੀਆਂ 15 odd ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 210 **B)** 225 **C)** 240 **D)** 255

Answer: B — 225

Quick method (≈10 sec): Sum of first n odd numbers=n^2=15^2=225.

Full method: The first 15 odd numbers end at 2×15−1=29. Formula gives 15^2=225.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): ਪਹਿਲੀਆਂ n odd ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ n^2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। 15^2=225।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 15ਵੀਂ odd ਸੰਖਿਆ 29 ਹੈ। Formula ਅਨੁਸਾਰ ਜੋੜ 15^2=225।

Ex 3 **Find 2+4+6+...+40.**

2+4+6+...+40 ਲੱਭੋ।

A) 400 **B)** 410 **C)** 420 **D)** 440

Answer: C — 420

Quick method (≈15 sec): 40=2n gives n=20. Sum=n(n+1)=20×21=420.

Full method: The even series is 2+4+...+2n. Since last term 40=2n, n=20. Sum=20×21=420.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 40=2n ਤੋਂ n=20। ਜੋੜ 20×21=420।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਇਹ 2 ਤੋਂ 2n ਵਾਲੀ even series ਹੈ। n=20 ਰੱਖ ਕੇ n(n+1)=420।

Ex 4 **Find 21+22+...+50.**

21+22+...+50 ਲੱਭੋ।

A) 1,035 **B)** 1,065 **C)** 1,075 **D)** 1,095

Answer: B — 1,065

Quick method (≈25 sec): Sum 1–50=1275; sum 1–20=210. Difference=1065.

Full method: Required sum=S_{50}−S_{20}. S_{50}=50×51/2=1275. S_{20}=20×21/2=210. Therefore 1275−210=1065.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 1 ਤੋਂ 50 ਦਾ ਜੋੜ 1275 ਅਤੇ 1 ਤੋਂ 20 ਦਾ 210 ਹੈ। ਫ਼ਰਕ 1065।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: S_{50}−S_{20} = 1275−210 = 1065।

Ex 5 **Find $1^2+2^2+...+10^2$.**

$1^2+2^2+...+10^2$ ਲੱਭੋ।

A) 365 **B)** 385 **C)** 405 **D)** 425

Answer: B — 385

Quick method (≈20 sec): 10×11×21/6 = 5×11×7=385.

Full method: Use n(n+1)(2n+1)/6 with n=10: 10×11×21/6. Divide 6 into 10×21: 10×21/6=35. Thus 35×11=385.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 10×11×21/6 = 5×11×7 =385।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: n=10 ਰੱਖੋ। 10×11×21/6 ਵਿੱਚ 10×21/6=35, ਫਿਰ 35×11=385।

Ex 6 **Find $1^3+2^3+...+5^3$.**

$1^3+2^3+...+5^3$ ਲੱਭੋ।

A) 200 **B)** 215 **C)** 225 **D)** 250

Answer: C — 225

Quick method (≈15 sec): $[5\times6/2]^2=15^2=225$.

Full method: Sum of cubes=$[n(n+1)/2]^2$. For n=5: $[5\times6/2]^2=15^2=225$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): $[5\times6/2]^2 =15^2=225$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: cubes ਦਾ ਜੋੜ $[n(n+1)/2]^2$ ਹੈ। n=5 ਰੱਖਣ ਤੇ 225।

Ex 7 **The sum of the first n natural numbers is 465. Find n.**

ਪਹਿਲੀਆਂ n natural ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 465 ਹੈ। n ਲੱਭੋ।

A) 28 **B)** 29 **C)** 30 **D)** 31

Answer: C — 30

Quick method (≈25 sec): 30×31/2=15×31=465. Test the nearby option 30 directly.

Full method: n(n+1)/2=465, so n(n+1)=930. Since 30×31=930, n=30.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): option 30 check ਕਰੋ: 30×31/2=465।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: n(n+1)=930। 30×31=930, ਇਸ ਲਈ n=30।

Ex 8 **SSC GD pattern: Find the sum of odd numbers from 31 to 59.**

SSC GD ਪੈਟਰਨ: 31 ਤੋਂ 59 ਤੱਕ ਦੀਆਂ odd ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 630 **B)** 645 **C)** 675 **D)** 705

Answer: C — 675

Quick method (≈25 sec): There are (59−31)/2+1=15 terms. Average=(31+59)/2=45. Sum=15×45=675.

Full method: Sum of odd numbers 1 to 59 is $30^2=900$. Sum of odd numbers 1 to 29 is $15^2=225$. Required sum=900−225=675.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): terms=(59−31)/2+1=15। average=(31+59)/2=45। 15×45=675।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 1 ਤੋਂ 59 ਤੱਕ odd sum=30^2=900। 1 ਤੋਂ 29 ਤੱਕ=15^2=225। ਫ਼ਰਕ 675।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Using n(n+1)/2 for even or odd numbers.
- Taking n=40 in 2+4+...+40; here 40=2n, so n=20.
- For 21 to 50, subtracting S_{21} instead of S_{20}.

- For squares/cubes, forgetting the entire bracket is squared in the cube-sum formula.

Natural, odd ਅਤੇ even ਦੇ formulas ਨਾ ਮਿਲਾਓ। 2 ਤੋਂ 40 ਵਾਲੀ series ਵਿੱਚ n=20 ਹੈ। Range sum ਲਈ ਪਹਿਲੇ term ਤੋਂ ਇੱਕ ਘੱਟ ਤੱਕ ਦਾ total ਘਟਦਾ ਹੈ। Cubes ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ bracket square ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

These questions are direct scoring questions. Target **15–30 seconds**. When options are nearby, test a likely n rather than solving a quadratic; when the series has first and last terms, average × number of terms is often fastest.

ਇਹ ਸਿੱਧੇ scoring ਸਵਾਲ ਹਨ। **15–30 ਸਕਿੰਟ** ਲਗਾਓ। Options ਨੇੜੇ ਹੋਣ ਤਾਂ n ਨੂੰ check ਕਰਨਾ quadratic ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ ਹੈ। ਪਹਿਲਾ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ term ਹੋਣ ਤੇ average×terms ਤੇਜ਼ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

TYPE 11 Arithmetic Progression Basics

Arithmetic Progression ਦੇ ਬੁਨਿਆਦੀ ਸਵਾਲ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

An Arithmetic Progression (AP) is a list in which the same amount is added or subtracted each time: 5, 8, 11, 14, ... The fixed amount is called common difference d. It models equal daily savings, equally spaced milestones, and consecutive multiples.

Arithmetic Progression (AP) ਉਹ ਲੜੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਹਰ ਵਾਰ ਇੱਕੋ ਜਿੰਨਾ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਘਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ: 5,8,11,14,... । ਇਹ fixed ਫ਼ਰਕ common difference d ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

- n^{th} term: $a_n=a+(n-1)d$
- Sum of first n terms: $S_n=n/2[2a+(n-1)d]$
- Also: $S_n=n/2(first+last)$

Here a is the first term, d is the common difference, and n is the number of terms. The sum formula comes from pairing first+last, second+second-last, and so on; every pair has the same total.

a ਪਹਿਲਾ term, d common difference ਅਤੇ n terms ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ। n^{th} term = a+(n−1)d। Sum = n/2(first+last)। ਇਹ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ, ਦੂਜੇ ਅਤੇ ਦੂਜੇ-ਆਖ਼ਰੀ term ਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ ਜੋੜੀਆਂ ਤੋਂ ਬਣਦਾ ਹੈ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Write first term a and common difference d.
2. For a term number, use a+(n−1)d.
3. For sum, find the last term if needed, then use n/2(first+last).
4. For number of terms, set last=a+(n−1)d and solve.

ਪਹਿਲਾਂ a ਅਤੇ d ਲਿਖੋ। ਕਿਸੇ term ਲਈ a+(n−1)d। Sum ਲਈ last term ਕੱਢ ਕੇ n/2(first+last) ਵਰਤੋ। terms ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ last=a+(n−1)d ਬਣਾਓ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

In an AP, the average of all terms is (first+last)/2. So the sum is simply number of terms × average. Use this only for equally spaced terms; it does not work for an irregular list.

AP ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ terms ਦਾ average (first+last)/2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ sum=terms ਦੀ ਗਿਣਤੀ×average। ਇਹ ਸਿਰਫ਼ ਬਰਾਬਰ gap ਵਾਲੀ AP ਲਈ ਚੱਲਦਾ ਹੈ।

Ex 1 **Find the 20th term of 3, 7, 11, 15, ...**

3,7,11,15,... ਦਾ 20ਵਾਂ term ਲੱਭੋ।

A) 75 **B)** 79 **C)** 83 **D)** 87

Answer: B — 79

Quick method (≈15 sec): Start at 3 and make 19 jumps of 4: 3+19×4=79.

Full method: a=3, d=4, n=20. a_{20}=3+(20−1)×4=3+76=79.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 3 ਤੋਂ 20ਵੇਂ term ਤੱਕ 19 jumps ਹਨ। 3+19×4=79।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: a=3,d=4,n=20। a_{20}=3+19×4=79।

Ex 2 **Find the sum of the first 25 terms of 2, 5, 8, ...**

2,5,8,... ਦੇ ਪਹਿਲੇ 25 terms ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 925 **B)** 950 **C)** 975 **D)** 1,000

Answer: B — 950

Quick method (≈25 sec): Last term=2+24×3=74. Average=(2+74)/2=38. Sum=25×38=950.

Full method: a=2,d=3,n=25. S_{25}=25/2[2×2+24×3]=25/2(4+72)=25×38=950.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): last=2+24×3=74। average=(2+74)/2=38। sum=25×38=950।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: S_{25}=25/2[4+72]=25×38=950।

Ex 3 **How many terms are there in 7, 12, 17, ..., 102?**

7,12,17,...,102 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ terms ਹਨ?

A) 19 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 22

Answer: B — 20

Quick method (≈20 sec): Gap from 7 to 102 is 95; 95/5=19 jumps, so terms=19+1=20.

Full method: 102=7+(n−1)×5. Thus 95=5(n−1), n−1=19, so n=20.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 102−7=95। 95/5=19 jumps ਹਨ; ਪਹਿਲਾ term ਮਿਲਾ ਕੇ 20 terms।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 102=7+(n−1)×5 ਤੋਂ n−1=19, n=20।

Ex 4 **Find the sum of all multiples of 7 from 7 to 70.**

7 ਤੋਂ 70 ਤੱਕ 7 ਦੇ ਸਾਰੇ multiples ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 350 **B)** 385 **C)** 420 **D)** 455

Answer: B — 385

Quick method (≈15 sec): 7(1+2+...+10)=7×55=385.

Full method: AP has first=7, last=70, n=10. Sum=10/2(7+70)=5×77=385.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 7(1+2+...+10)=7×55=385।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਪਹਿਲਾ 7, ਆਖ਼ਰੀ 70 ਅਤੇ terms 10 ਹਨ। Sum=10/2×77=385।

Ex 5 **The 8th term of an AP is 31 and d=4. Find its first term.**

AP ਦਾ 8ਵਾਂ term 31 ਅਤੇ d=4 ਹੈ। ਪਹਿਲਾ term ਲੱਭੋ।

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7

Answer: B — 3

Quick method (≈15 sec): Reach the 8th term after 7 jumps: first=31−7×4=3.

Full method: $a_8=a+7d$. So 31=a+7×4=a+28. Therefore a=3.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 8ਵੇਂ term ਤੱਕ 7 jumps ਹਨ। ਪਹਿਲਾ=31−7×4=3।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 31=a+7×4 ਤੋਂ a=3।

Ex 6 **Find the arithmetic mean between 18 and 42.**

18 ਅਤੇ 42 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ arithmetic mean ਲੱਭੋ।

A) 28 **B)** 30 **C)** 32 **D)** 34

Answer: B — 30

Quick method (≈10 sec): Mean=(18+42)/2=60/2=30.

Full method: In a three-term AP, middle term is equally distant from both ends. Let it be m. Then m−18=42−m, so 2m=60 and m=30.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): mean=(18+42)/2=30।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: m−18=42−m। 2m=60 ਤੋਂ m=30।

Ex 7 **If the sum of first n terms of 4, 8, 12, ... is 420, find n.**

ਜੇ 4,8,12,... ਦੇ ਪਹਿਲੇ n terms ਦਾ ਜੋੜ 420 ਹੈ, ਤਾਂ n ਲੱਭੋ।

A) 13 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16

Answer: B — 14

Quick method (≈25 sec): Series is 4(1+2+...+n). So 4×n(n+1)/2=420 gives n(n+1)=210; 14×15=210.

Full method: a=4,d=4. $S_n=n/2[8+(n-1)4]=n/2(4n+4)=2n(n+1)$. Set 2n(n+1)=420, so n(n+1)=210. Hence n=14.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): ਲੜੀ 4(1+2+...+n) ਹੈ। 4×n(n+1)/2=420 ਤੋਂ n(n+1)=210। 14×15=210।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $S_n=2n(n+1)$। 420=2n(n+1) ਤੋਂ n=14।

Ex 8 **PSSSB pattern: Find the sum of integers from 35 to 95 that are divisible by 5.**

PSSSB ਪੈਟਰਨ: 35 ਤੋਂ 95 ਤੱਕ 5 ਨਾਲ divisible integers ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 780 **B)** 845 **C)** 910 **D)** 975

Answer: B — 845

Quick method (≈25 sec): Terms: 35,40,...,95. Count=(95−35)/5+1=13. Average=(35+95)/2=65. Sum=13×65=845.

Full method: This AP has a=35,d=5,last=95. n=(95−35)/5+1=13. S=13/2(35+95)=13/2×130=845.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): terms=(95−35)/5+1=13। average=(35+95)/2=65। 13×65=845।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: a=35,d=5,last=95,n=13। S=13/2×130=845।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Using n instead of n−1 in the nth-term formula.
- For count of terms, forgetting the first term after counting gaps.
- Using average × terms when gaps are not equal.
- Mixing first term a with the nth term a_n.

n^{th} term ਵਿੱਚ n−1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। Gaps ਗਿਣ ਕੇ ਪਹਿਲਾ term ਵੀ ਜੋੜਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। Equal gap ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ average×terms ਨਹੀਂ ਲਗਦਾ। ਪਹਿਲੇ term a ਅਤੇ a_n ਨੂੰ ਨਾ ਮਿਲਾਓ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

AP is often asked through multiples, consecutive even/odd numbers, and term-count questions. Target **20–35 seconds**. If first and last are known, prefer average × count; it is shorter than the longer AP sum formula.

AP ਦੇ ਸਵਾਲ multiples, consecutive even/odd numbers ਅਤੇ term count ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। **20–35 ਸਕਿੰਟ** ਵਿੱਚ ਕਰੋ। ਪਹਿਲਾ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ term ਪਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ average×count ਸਭ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ ਹੈ।

TYPE 12 Factorials and Trailing Zeros

ਫੈਕਟੋਰੀਅਲ ਅਤੇ ਅੰਤ ਦੇ ਸਿਫ਼ਰ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

A factorial means multiplication of all positive integers up to that number: 5! = 5×4×3×2×1. A trailing zero is created by 10=2×5. In factorials, 2s are plentiful, so counting the available 5s tells us the number of ending zeros.

Factorial ਵਿੱਚ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਤੱਕ ਦੇ ਸਾਰੇ positive integers ਦਾ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ: 5!=5×4×3×2×1। ਅੰਤ ਦਾ ਇੱਕ zero ਬਣਨ ਲਈ 10=2×5 ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। Factorial ਵਿੱਚ 2 ਬਹੁਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ 5 ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੀ zeros ਦੱਸਦੀ ਹੈ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Zeros in n! = ⌊n/5⌋ + ⌊n/25⌋ + ⌊n/125⌋ + …. The second term counts extra factors of 5 from 25, 50, 75, and so on. Stop when the quotient becomes 0.

n! ਵਿੱਚ zeros = ⌊n/5⌋ + ⌊n/25⌋ + ⌊n/125⌋ + …। 25,50,75 ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਾਧੂ 5 ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ n/25 ਵੀ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ। quotient 0 ਹੋਣ ਤੇ ਰੁਕੋ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. For n!, divide n by 5 and keep the integer part.
2. Divide n by 25, then 125, and add every integer part.
3. For a product/quotient of factorials, count 5s in each and add/subtract as the expression directs.
4. Never count only multiples of 10.

n ਨੂੰ 5,25,125 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇ ਕੇ integer parts ਜੋੜੋ। Product ਵਿੱਚ zeros ਜੋੜਦੇ ਅਤੇ quotient ਵਿੱਚ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਸਿਰਫ਼ 10 ਦੇ multiples ਗਿਣਨਾ ਗਲਤ ਹੈ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For 100!, calculate 100/5=20 and 100/25=4; answer 24. Do not write the factorial. This works because every 5 pairs with an available 2; it is different from the number of zero digits in an ordinary product.

100! ਲਈ 100/5=20 ਅਤੇ 100/25=4; ਕੁੱਲ 24। Factorial ਲਿਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ। ਹਰ 5 ਨੂੰ ਇੱਕ 2 ਮਿਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 5 ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ।

Ex 1 **How many trailing zeros are there in 10!?**

10! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Answer: B — 2

Quick method (≈10 sec): ⌊10/5⌋=2; ⌊10/25⌋=0. Answer 2.

Full method: Factors 5 occur in 5 and 10. Each pairs with a 2, giving two 10s. Hence 10! has 2 trailing zeros.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): 10/5 ਦਾ integer part 2 ਹੈ; 25 ਵਾਲਾ 0। ਉੱਤਰ 2।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 5 ਅਤੇ 10 ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਇੱਕ factor 5 ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਨੂੰ 2 ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਦੋ zeros।

Ex 2 **How many trailing zeros are there in 25!?**

25! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8

Answer: B — 6

Quick method (≈15 sec): 25/5=5 and 25/25=1. Total=6.

Full method: Multiples of 5 up to 25 are 5,10,15,20,25: five factors of 5. Number 25 contains one extra factor of 5, so total factors of 5=6. Hence 6 zeros.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 25/5=5 ਅਤੇ 25/25=1। ਕੁੱਲ 6।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 5 ਦੇ ਪੰਜ multiples ਹਨ। 25=5×5 ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਇੱਕ extra 5 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਕੁੱਲ 6 zeros।

Ex 3 **How many trailing zeros are there in 100!?**

100! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 20 **B)** 22 **C)** 24 **D)** 25

Answer: C — 24

Quick method (≈15 sec): 100/5=20, 100/25=4. Total=24.

Full method: Formula: ⌊100/5⌋+⌊100/25⌋+⌊100/125⌋ =20+4+0=24.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 100/5=20 ਅਤੇ 100/25=4। ਜੋੜ 24।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 20+4+0=24। ਇਸ ਲਈ 100! ਵਿੱਚ 24 trailing zeros ਹਨ।

Ex 4 **How many trailing zeros are there in 125!?**

125! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 28 **B)** 30 **C)** 31 **D)** 32

Answer: C — 31

Quick method (≈20 sec): 125/5=25, /25=5, /125=1. Total=31.

Full method: Count factors of 5: ⌊125/5⌋+⌊125/25⌋+⌊125/125⌋=25+5+1=31.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 125/5=25, /25=5, /125=1। ਕੁੱਲ 31।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: formula ਲਗਾ ਕੇ 25+5+1=31 zeros।

Ex 5 **How many trailing zeros are there in 50! × 20!?**

50! × 20! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 14 **B)** 15 **C)** 16 **D)** 17

Answer: C — 16

Quick method (≈20 sec): Zeros in 50!=10+2=12; in 20!=4. Product has 12+4=16 zeros.

Full method: Number of 5s in 50! is ⌊50/5⌋+⌊50/25⌋=10+2=12. In 20!, it is ⌊20/5⌋=4. Product combines factors, so 12+4=16 zeros.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 50! ਵਿੱਚ 12 ਅਤੇ 20! ਵਿੱਚ 4 zeros ਹਨ। Product ਵਿੱਚ 16।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: factors of 5 ਨੂੰ ਜੋੜੋ: (10+2)+4=16।

Ex 6 **How many trailing zeros are there in 100!/20!?**

100!/20! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 18 **B)** 20 **C)** 22 **D)** 24

Answer: B — 20

Quick method (≈20 sec): Zeros: 100! has 24; 20! has 4. Difference=20.

Full method: 100!/20!=21×22×...×100. Its factors of 5 are those in 100! minus those in 20!: 24−4=20. Thus it has 20 trailing zeros.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 100! ਦੇ 24 ਅਤੇ 20! ਦੇ 4 zeros। quotient ਵਿੱਚ 24−4=20।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: quotient ਵਿੱਚ 21 ਤੋਂ 100 ਤੱਕ ਦੇ factors ਹਨ। 5 ਦੀ ਗਿਣਤੀ 24−4=20 ਹੈ।

Ex 7 **What is the greatest power of 5 that divides 200!?**

200! ਨੂੰ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ 5 ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ power ਕੀ ਹੈ?

A) 5^{48} **B)** 5^{49} **C)** 5^{50} **D)** 5^{51}

Answer: B — 5^{49}

Quick method (≈20 sec): 200/5=40, /25=8, /125=1. Total exponent=49.

Full method: Count 5s in 200!: ⌊200/5⌋+⌊200/25⌋+⌊200/125⌋=40+8+1=49. Thus highest power is 5^{49}.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 200/5=40, /25=8, /125=1। ਕੁੱਲ exponent 49।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 5 ਦੇ factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ 40+8+1=49 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 5^{49} ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ power ਹੈ।

Ex 8 **SSC CGL pattern: Find the least n for which n! has at least 10 trailing zeros.**

SSC CGL ਪੈਟਰਨ: ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ n ਲੱਭੋ ਜਿਸ ਲਈ n! ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ 10 trailing zeros ਹੋਣ।

A) 40 **B)** 45 **C)** 50 **D)** 55

Answer: B — 45

Quick method (≈30 sec): Check 45: ⌊45/5⌋+⌊45/25⌋=9+1=10. At 44 it is 8+1=9, so 45 is least.

Full method: For n from 40 to 45: 40! has 8+1=9 zeros; 41!,42!,43!,44! also have 9 because no new factor 5 arrives. At 45, floor(45/5)+floor(45/25)=9+1=10. Hence n=45.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 45 ਲਈ 45/5=9 ਅਤੇ 45/25=1; ਕੁੱਲ 10। 44 ਲਈ 8+1=9। ਇਸ ਲਈ least 45।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 40 ਤੋਂ 44 ਤੱਕ 5 ਦਾ ਨਵਾਂ factor ਨਹੀਂ ਆਉਂਦਾ, ਇਸ ਲਈ zeros 9 ਹੀ ਹਨ। 45 ਤੇ 10 ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Counting only ⌊n/5⌋ and forgetting 25,125,... .
- Counting factors of 10 instead of factors of 5.
- Adding factorial values rather than zero counts for a product.
- For a quotient, adding instead of subtracting zero counts.

n/25, n/125 ਵਾਲੇ extra factors ਨਾ ਭੁੱਲੋ। 10 ਨਹੀਂ, 5 ਦੇ factors ਗਿਣਦੇ ਹਾਂ। Product ਵਿੱਚ zero counts ਜੋੜਦੇ ਅਤੇ quotient ਵਿੱਚ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Trailing-zero questions are frequent, direct, and worth **15–30 seconds**. Write only the divisions by 5,25,125; never expand a factorial.

Trailing-zero ਦੇ ਸਵਾਲ ਸਿੱਧੇ ਅਤੇ ਆਮ ਹਨ। **15–30 ਸਕਿੰਟ** ਵਿੱਚ 5,25,125 ਵਾਲੇ divisions ਲਿਖੋ; factorial ਕਦੇ ਨਾ ਖੋਲ੍ਹੋ।

TYPE 13 Algebraic Identities for Fast Simplification

ਤੇਜ਼ ਹਿਸਾਬ ਲਈ ਬੀਜਗਣਿਤੀ ਪਹਿਚਾਣਾਂ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

Identities convert a difficult multiplication or square into a small adjustment around a friendly number such as 10, 50, 100 or 1000. For example, 98^2 is not a long multiplication: it is $(100-2)^2$.

Identities ਨਾਲ ਔਖੀ multiplication ਜਾਂ square ਨੂੰ 10,50,100,1000 ਦੇ ਨੇੜੇ ਛੋਟੇ ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ 98^2 ਨੂੰ ਲੰਮਾ ਗੁਣਾ ਨਹੀਂ ਕਰਨਾ; ਇਹ $(100-2)^2$ ਹੈ।

Identity	Use	Example idea
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	Square near a base	$52^2=(50+2)^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	Square just below a base	$98^2=(100-2)^2$
$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	Difference of squares	103^2-97^2
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	Near-equal multiplication	$48\times52=50^2-2^2$
$a^3\pm b^3$	Factorisation/divisibility	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Pick a base nearest to the numbers. The closer the base, the smaller the correction. The identity is exact—not estimation—when every term, including the small square b^2, is included.

ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ base ਨੂੰ ਚੁਣੋ। Base ਨੇੜੇ ਹੋਵੇ ਤਾਂ correction ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। Identity ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਨਹੀਂ, ਬਿਲਕੁਲ ਸਹੀ ਹੈ—ਜੇ b^2 ਵਾਲਾ ਆਖ਼ਰੀ term ਵੀ ਜੋੜੋ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Look for a base: 10, 50, 100, 1000 or a common middle number.
2. Rewrite numbers as base±small difference.
3. Choose the identity that matches the signs.
4. Calculate every term, especially the final small square.

ਨੇੜਲਾ base ਲਵੋ। ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ base±ਛੋਟੀ value ਲਿਖੋ। Signs ਅਨੁਸਾਰ identity ਚੁਣੋ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ ਛੋਟਾ square ਵੀ ਜ਼ਰੂਰ ਲਗਾਓ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For numbers equally distant from a middle value, multiply by difference of squares: $48\times52=(50-2)(50+2)=2500-4=2496$. It works only when both numbers are equally distant from the same middle number.

ਜੇ ਦੋ numbers ਇੱਕੋ middle value ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰ ਹਨ ਤਾਂ difference of squares ਲਗਾਓ: $48\times52=(50-2)(50+2)=2500-4=2496$। ਦੋਵੇਂ ਦਾ gap ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

Ex 1 Find 98^2.

98^2 ਲੱਭੋ।

A) 9,404 B) 9,504 C) 9,604 D) 9,704

Answer: C — 9,604

Quick method (≈15 sec): $(100-2)^2=10000-400+4=9604$.

Full method: Use $(a-b)^2$. With $a=100, b=2$: $100^2-2\times100\times2+2^2=10000-400+4=9604$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): $(100-2)^2=10000-400+4=9604$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $(a-b)^2$ ਵਿੱਚ $a=100, b=2$ ਰੱਖੋ। $10000-400+4=9604$।

Ex 2 Find 48×52.

48×52 ਲੱਭੋ।

A) 2,396 B) 2,496 C) 2,596 D) 2,696

Answer: B — 2,496

Quick method (≈15 sec): $(50-2)(50+2)=50^2-2^2=2500-4=2496$.

Full method: Apply $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$, with $a=50, b=2$. Thus $48\times52=2500-4=2496$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): $(50-2)(50+2)=2500-4=2496$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ ਵਿੱਚ $a=50, b=2$ ਰੱਖੋ।

Ex 3 Find 103^2-97^2.

103^2-97^2 ਲੱਭੋ।

A) 1,000 B) 1,100 C) 1,200 D) 1,300

Answer: C — 1,200

Quick method (≈15 sec): $(103-97)(103+97)=6\times200=1200$.

Full method: Use $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$. Thus $103^2-97^2=(103-97)(103+97)=6\times200=1200$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): $(103-97)(103+97)=6\times200=1200$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: difference of squares identity ਨਾਲ $6\times200=1200$।

Ex 4 Find 104×96.

104×96 ਲੱਭੋ।

A) 9,884 B) 9,984 C) 10,004 D) 10,084

Answer: B — 9,984

Quick method (≈15 sec): $(100+4)(100-4)=10000-16=9984$.

Full method: The factors are equally 4 above and below 100. Therefore $(a+b)(a-b)=a^2-b^2=100^2-4^2=10000-16=9984$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): $(100+4)(100-4)=10000-16=9984$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਦੋਵੇਂ numbers 100 ਤੋਂ 4-4 ਦੂਰ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ $100^2-4^2=9984$।

Ex 5 Find 49^2.

49^2 ਲੱਭੋ।

A) 2,301 B) 2,401 C) 2,501 D) 2,601

Answer: B — 2,401

Quick method (≈10 sec): $(50-1)^2=2500-100+1=2401$.

Full method: With $a=50, b=1$: $a^2-2ab+b^2=2500-100+1=2401$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): $(50-1)^2=2500-100+1=2401$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $50^2-2\times50\times1+1^2=2401$।

Ex 6 **Which is a factor of 17^3-8^3?**

17^3-8^3 ਦਾ ਇੱਕ factor ਕਿਹੜਾ ਹੈ?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 25

Answer: C — 9

Quick method (≈15 sec): a^3-b^3 has factor $a-b$. Here $17-8=9$.

Full method: $17^3-8^3=(17-8)(17^2+17\times8+8^2)$. Thus 9 is a factor.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): a^3-b^3 ਵਿੱਚ $a-b$ factor ਹੁੰਦਾ ਹੈ। $17-8=9$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $17^3-8^3=(17-8)(17^2+17\times8+8^2)$। ਇਸ ਲਈ 9 factor ਹੈ।

Ex 7 **Find 999×1001.**

999×1001 ਲੱਭੋ।

A) 998,999 **B)** 999,999 **C)** 1,000,001 **D)** 1,001,001

Answer: B — 999,999

Quick method (≈10 sec): $(1000-1)(1000+1)=1000^2-1=999,999$.

Full method: Apply $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$. Here $a=1000, b=1$. Thus product $=1,000,000-1=999,999$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): $(1000-1)(1000+1)=10,00,000-1=9,99,999$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $a=1000, b=1$ ਰੱਖ ਕੇ a^2-b^2 ਲਗਾਓ। ਉੱਤਰ 999,999।

Ex 8 **Punjab Police pattern: Find 101^2-99^2.**

Punjab Police ਪੈਟਰਨ: 101^2-99^2 ਲੱਭੋ।

A) 200 **B)** 300 **C)** 400 **D)** 500

Answer: C — 400

Quick method (≈10 sec): $(101-99)(101+99)=2\times200=400$.

Full method: By $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$, difference is $(2)(200)=400$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): $(101-99)(101+99)=2\times200=400$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: difference of squares identity ਨਾਲ $2\times200=400$।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Using $(a-b)^2=a^2-b^2$; the middle term $-2ab$ is essential.
- Applying $(a-b)(a+b)$ when the numbers are not equally spaced around the same middle value.
- Dropping b^2 in a square identity.
- Using $a^3-b^3=(a-b)^3$, which is false.

$(a-b)^2$ ਵਿੱਚ $-2ab$ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ। Equal distance ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $(a-b)(a+b)$ shortcut ਨਹੀਂ। b^2 ਨਾ ਛੱਡੋ। a^3-b^3, $(a-b)^3$ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Identities are often hidden inside simplification and remainder questions. Spend **10–25 seconds** looking for equal distance from 50, 100, or 1000 before multiplying normally.

Identities simplification ਅਤੇ remainder ਦੇ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਲੁਕੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। Normal multiplication ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 50,100,1000 ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਜ਼ਰੂਰ ਵੇਖੋ।

TYPE 14 Number-Based Word Problems and Digit Conditions

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਾਲੇ ਸ਼ਬਦੀ ਸਵਾਲ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ

1. What is it? ਇਹ ਕੀ ਹੈ?

These questions hide a number inside words: “sum of digits”, “digits reversed”, “one number exceeds another”, or “consecutive integers”. The main skill is translating the sentence into a number expression before calculating.

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲੁਕੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ—digits ਦਾ sum, digits ਉਲਟਣਾ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੂਜੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂ consecutive integers। ਪਹਿਲਾਂ sentence ਨੂੰ number expression ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

KEY IDEA · ਮੁੱਖ ਗੱਲ

Word description	Number form
Two-digit number, tens x, units y	10x+y
Reversed two-digit number	10y+x
Three-digit number, digits x,y,z	100x+10y+z
Consecutive integers	n, n+1, n+2, ...
Consecutive even integers	2n, 2n+2, 2n+4, ...
Consecutive odd integers	2n+1, 2n+3, 2n+5, ...

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ $10x+y$ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਉਲਟ ਨੂੰ $10y+x$ ਲਿਖੋ। ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $100x+10y+z$ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। Consecutive integers $n,n+1,n+2$ ਅਤੇ consecutive even ਵਿੱਚ gap 2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

2. Standard method ਪੱਕਾ ਤਰੀਕਾ

1. Underline the words that give a relation: sum, difference, reverse, twice, consecutive.
2. Name digits x,y,z or choose n for consecutive numbers.
3. Write the numerical form before forming the equation.
4. Check that all digits are whole values from 0 to 9 and the first digit is non-zero.

ਸਬੰਧ ਦੱਸਣ ਵਾਲੇ ਸ਼ਬਦ underline ਕਰੋ। digits ਲਈ x,y,z ਅਤੇ consecutive ਲਈ n ਲਵੋ। Equation ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ number form ਲਿਖੋ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ digits 0 ਤੋਂ 9 ਅਤੇ ਪਹਿਲਾ digit non-zero ਹੈ ਕਿ ਨਹੀਂ, check ਕਰੋ।

ONE-MINUTE SHORTCUT · ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਦਾ ਸ਼ਾਰਟਕੱਟ

For a two-digit number and its reverse, their difference is 9×(difference of digits). Thus if the difference is 45, the digit difference is 5 immediately. Use it only when the two numbers are exact reverses.

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਉਲਟ ਦਾ ਫ਼ਰਕ 9×(digits ਦਾ ਫ਼ਰਕ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਫ਼ਰਕ 45 ਹੋਵੇ ਤਾਂ digits ਦਾ ਫ਼ਰਕ 5 ਤੁਰੰਤ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਿਰਫ਼ exact reverse ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋ।

Ex 1 **The sum of two consecutive integers is 51. Find the larger integer.**

ਦੋ consecutive integers ਦਾ ਜੋੜ 51 ਹੈ। ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 24 **B)** 25 **C)** 26 **D)** 27

Answer: C — 26

Quick method (≈15 sec): Consecutive integers around average 51/2=25.5 are 25 and 26. Larger is 26.

Full method: Let integers be n and n+1. Then n+n+1=51, so 2n=50 and n=25. Larger integer=n+1=26.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 51 ਦਾ ਅੱਧਾ 25.5 ਹੈ, ਇਸਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ 25 ਅਤੇ 26 ਹਨ। ਵੱਡੀ 26।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: n+(n+1)=51 ਤੋਂ 2n=50, n=25। ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ 26।

Ex 2 **The sum of three consecutive even integers is 78. Find the middle integer.**

ਤਿੰਨ consecutive even integers ਦਾ ਜੋੜ 78 ਹੈ। ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 24 **B)** 26 **C)** 28 **D)** 30

Answer: B — 26

Quick method (≈10 sec): In three equally spaced numbers, middle=average=78/3=26.

Full method: Let numbers be n−2,n,n+2. Their sum is 3n=78, giving n=26. Thus middle integer is 26.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈10 ਸਕਿੰਟ): ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ gap ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ middle=average। 78/3=26।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: n−2+n+n+2=3n=78 ਤੋਂ n=26।

Ex 3 **A two-digit number has digit sum 10. Its tens digit is 4 more than its units digit. Find the number.**

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ digits ਦਾ ਜੋੜ 10 ਹੈ। tens digit, units digit ਤੋਂ 4 ਵੱਧ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 37 **B)** 64 **C)** 73 **D)** 46

Answer: C — 73

Quick method (≈20 sec): Sum 10, difference 4: larger digit=(10+4)/2=7; smaller=3. Tens is larger, so 73.

Full method: Let units=y and tens=y+4. Then y+(y+4)=10, so 2y=6 and y=3. Tens digit=7. Number=73.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): ਜੋੜ 10 ਅਤੇ ਫ਼ਰਕ 4 ਹੈ। ਵੱਡਾ digit 7, ਛੋਟਾ 3। tens ਵੱਡਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 73।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: units y ਅਤੇ tens y+4 ਲਵੋ। 2y+4=10 ਤੋਂ y=3, tens=7।

Ex 4 **A two-digit number exceeds its reversed number by 36. The digit sum is 12. Find the number.**

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ ਉਲਟ ਤੋਂ 36 ਵੱਧ ਹੈ। digits ਦਾ ਜੋੜ 12 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 48 **B)** 66 **C)** 84 **D)** 93

Answer: C — 84

Quick method (≈25 sec): 36=9(digit difference), so difference=4. With sum 12, digits are 8 and 4. Original exceeds reverse, so 84.

Full method: Let digits be x and y. (10x+y)−(10y+x)=36 gives 9(x−y)=36, so x−y=4. Also x+y=12. Adding: 2x=16, x=8 and y=4. Number=84.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 36=9×4, ਇਸ ਲਈ digits ਦਾ ਫ਼ਰਕ 4। ਜੋੜ 12 ਹੋਣ ਤੇ digits 8 ਅਤੇ 4 ਹਨ। ਅਸਲ ਵੱਡੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ 84।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 9(x−y)=36 ਤੋਂ x−y=4 ਅਤੇ x+y=12। ਜੋੜਣ ਤੇ x=8,y=4। ਉੱਤਰ 84।

Ex 5 **A two-digit number is 4 times the sum of its digits. If its units digit is 2, find the number.**

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ digits ਦੇ ਜੋੜ ਦੀ 4 ਗੁਣਾ ਹੈ। units digit 2 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 12 **B)** 22 **C)** 32 **D)** 42

Answer: A — 12

Quick method (≈20 sec): Test options: 12 has digit sum 3 and 4×3=12.

Full method: Let tens digit=x. Number=10x+2 and digit sum=x+2. Given 10x+2=4(x+2). Thus 10x+2=4x+8, so 6x=6 and x=1. Number=12.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 12 ਦਾ digit sum 3 ਹੈ ਅਤੇ 4×3=12, ਇਸ ਲਈ 12।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਸੰਖਿਆ 10x+2 ਅਤੇ digit sum x+2। 10x+2=4(x+2) ਤੋਂ x=1। ਸੰਖਿਆ 12।

Ex 6 **The product of two consecutive positive integers is 156. Find the larger integer.**

ਦੋ consecutive positive integers ਦਾ ਗੁਣਾ 156 ਹੈ। ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14

Answer: C — 13

Quick method (≈20 sec): √156 is near 12.5. Check 12×13=156, so larger is 13.

Full method: Let integers be n and n+1. Then n(n+1)=156. Since 12×13=156, n=12 and larger integer=13.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): √156 ਲਗਭਗ 12.5 ਹੈ। 12×13=156, ਇਸ ਲਈ ਵੱਡੀ 13।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: n(n+1)=156। 12×13=156, ਇਸ ਲਈ n=12 ਅਤੇ ਵੱਡੀ 13।

Ex 7 **A three-digit number has hundreds digit 2, tens digit twice the units digit, and digit sum 14. Find the number.**

ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ hundreds digit 2 ਹੈ, tens digit units digit ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ ਅਤੇ digits ਦਾ ਜੋੜ 14 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 248 **B)** 284 **C)** 264 **D)** 246

Answer: B — 284

Quick method (≈25 sec): Let units=u. Then 2+2u+u=14, so 3u=12 and u=4; tens=8. Number 284.

Full method: Number is 200+10(2u)+u. Digit sum condition: 2+2u+u=14. Thus 3u=12, u=4. Tens digit=8, so number=284.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): units=u ਤਾਂ tens=2u। 2+2u+u=14 ਤੋਂ u=4 ਅਤੇ tens=8। ਸੰਖਿਆ 284।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: digit sum 2+2u+u=14। 3u=12, ਇਸ ਲਈ u=4। ਸੰਖਿਆ 284।

Ex 8 **Punjab Police pattern: Find the least three-digit number whose digit sum is 12 and which is divisible by 9.**

Punjab Police ਪੈਟਰਨ: digit sum 12 ਵਾਲੀ ਅਤੇ 9 ਨਾਲ divisible ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 129 B) 138 C) 147 D) No such number

Answer: D — No such number

Quick method (≈15 sec): A number divisible by 9 must have digit sum divisible by 9. Digit sum 12 is not divisible by 9, so impossible.

Full method: Let the number have digit sum 12. Divisibility rule of 9 says its digit sum must be 0,9,18,... . Since 12 is not a multiple of 9, no number with digit sum 12 can be divisible by 9.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 9 ਨਾਲ ਕਟਣ ਲਈ digit sum ਵੀ 9 ਦਾ multiple ਹੋਵੇ। 12 ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: Divisibility rule ਅਨੁਸਾਰ 9 ਲਈ digit sum 0,9,18,... ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। 12 ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ।

COMMON MISTAKE · ਆਮ ਗਲਤੀ

- Writing a two-digit number as x+y instead of 10x+y.
- Accepting a digit outside 0–9 after solving an equation.
- Using difference 36 directly as digit difference; first divide by 9 for a reverse-number question.
- Calling numbers consecutive when their gap is 2; those are consecutive even/odd numbers.

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 10x+y ਹੁੰਦੀ ਹੈ, x+y ਨਹੀਂ। Equation ਤੋਂ ਬਾਅਦ digit 0–9 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। Reverse ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ 9 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ। gap 2 ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ consecutive even/odd ਹਨ।

EXAM TIP · ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਸੁਝਾਅ

Number word problems are common in state police/clerk papers and SSC. Target **25–40 seconds**. Use the options to test a digit condition quickly, but write the equation when two conditions interact.

Number word problems state police/clerk ਅਤੇ SSC ਵਿੱਚ ਆਮ ਹਨ। **25–40 ਸਕਿੰਟ** ਦਾ ਟਾਰਗੇਟ ਰੱਖੋ। ਇੱਕ ਸੌਖੀ condition ਲਈ options check ਕਰੋ, ਪਰ ਦੋ conditions ਮਿਲਣ ਤੇ equation ਬਣਾਓ।

Mixed Exam-Level Examples

ਮਿਸ਼ਰਤ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਪੱਧਰ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ

Each question below deliberately mixes two or more Number System tools. First identify the fastest tool; do not begin long calculation automatically.

ਹੇਠਾਂ ਹਰ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ Number System ਦੇ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ tools ਮਿਲੇ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਤੇਜ਼ tool ਪਛਾਣੋ; ਲੰਮਾ ਹਿਸਾਬ ਤੁਰੰਤ ਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ।

Mix 1 **What is the unit digit of $3^{100}+2^{100}$?**

$3^{100}+2^{100}$ ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 5 **D)** 7

Answer: D — 7

Quick method (≈25 sec): 3^{100}: remainder 0 in cycle 3,9,7,1 gives 1. 2^{100}: remainder 0 in 2,4,8,6 gives 6. Sum ends in 7.

Full method: Both cycles have length 4. Since 100 is divisible by 4, 3^{100} ends in 1 and 2^{100} ends in 6. Unit digit of 1+6 is 7.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): 3 ਅਤੇ 2 ਦੇ cycles ਵਿੱਚ 100 mod 4=0 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ digits 1 ਅਤੇ 6। ਜੋੜ 7।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: 3 ਦਾ ਚੌਥਾ cycle term 1 ਅਤੇ 2 ਦਾ ਚੌਥਾ 6 ਹੈ। 1+6=7।

Mix 2 **Find the least number to be added to 1,250 so that it becomes a perfect square.**

1,250 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ perfect square ਬਣੇ?

A) 14 **B)** 19 **C)** 25 **D)** 46

Answer: D — 46

Quick method (≈20 sec): 35^2=1225 and 36^2=1296. Add 1296−1250=46.

Full method: 1,250 lies between 35^2=1,225 and 36^2=1,296. Next square is 1,296. Required addition=1,296−1,250=46.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈20 ਸਕਿੰਟ): 35^2=1225 ਅਤੇ 36^2=1296। 1296−1250=46।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਅਗਲਾ square 1296 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 46 ਜੋੜਣਾ ਪਵੇਗਾ।

Mix 3 **How many factors does $2^4\times3^3\times5^2$ have that are divisible by 6?**

$2^4\times3^3\times5^2$ ਦੇ ਕਿੰਨੇ factors 6 ਨਾਲ divisible ਹਨ?

A) 24 **B)** 30 **C)** 36 **D)** 48

Answer: C — 36

Quick method (≈30 sec): A factor divisible by 6 needs at least one 2 and one 3. Choices: exponent of 2=1–4 (4), 3=1–3 (3), 5=0–2 (3). Total=4×3×3=36.

Full method: Every factor has form $2^a3^b5^c$. For divisibility by 6=2×3, a≥1 and b≥1. Thus a has 4 choices, b has 3, c has 3. Product=36.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): 6 ਲਈ ਇੱਕ 2 ਅਤੇ ਇੱਕ 3 ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ। 2 ਦੀ power ਲਈ 4, 3 ਲਈ 3 ਅਤੇ 5 ਲਈ 3 choices ਹਨ। 4×3×3=36।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: factor $2^a3^b5^c$ ਹੈ। a≥1,b≥1 ਲਗਾਉਣ ਤੇ 36 factors ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

Mix 4 **What is the remainder when 2^{50} is divided by 31?**

2^{50} ਨੂੰ 31 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 8

Answer: A — 1

Quick method (≈30 sec): $2^5=32$ leaves remainder 1 modulo 31. So $2^{50}=(2^5)^{10}$ also leaves remainder 1.

Full method: Since $2^5=32=31+1$, $2^{50}=(2^5)^{10}=(31+1)^{10}$. All expanded terms except 1 are divisible by 31. Remainder is 1.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈30 ਸਕਿੰਟ): $2^5=32$ ਦਾ remainder 1 ਹੈ। ਇਸਦੀ 10ਵੀਂ power ਦਾ ਵੀ remainder 1।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $2^{50}=(31+1)^{10}$ ਹੈ। 1 ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਹਰ term ਵਿੱਚ 31 ਦਾ factor ਹੈ। ਇਸ ਲਈ remainder 1।

Mix 5 **The sum of the first n odd numbers is 961. Find n.**

ਪਹਿਲੀਆਂ n odd ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 961 ਹੈ। n ਲੱਭੋ।

A) 29 **B)** 30 **C)** 31 **D)** 32

Answer: C — 31

Quick method (≈15 sec): Sum of first n odd numbers=n^2. $\sqrt{961}=31$.

Full method: $n^2=961$. Since $31\times31=961$, $n=31$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): ਪਹਿਲੀਆਂ n odd ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ n^2 ਹੈ। $\sqrt{961}=31$।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: $n^2=961$ ਅਤੇ $31\times31=961$, ਇਸ ਲਈ $n=31$।

Mix 6 **Find the greatest number that divides 301 and 421 leaving the same remainder.**

301 ਅਤੇ 421 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 20 **B)** 30 **C)** 60 **D)** 120

Answer: D — 120

Quick method (≈15 sec): Same remainder divisor divides difference: 421−301=120. Greatest is 120.

Full method: If $301=da+r$ and $421=db+r$, subtracting gives $120=d(b-a)$. Hence d divides 120. The greatest possible d is 120. Both leave remainder 61.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): same remainder ਲਈ divisor difference ਨੂੰ ਕੱਟਦਾ ਹੈ। 421−301=120। ਉੱਤਰ 120।

ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: ਦੋ equations ਘਟਾਉਣ ਤੇ $120=d(b-a)$ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ divisor 120 ਹੈ।

Mix 7 **How many trailing zeros are there in 75!?**

75! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 16 **B)** 17 **C)** 18 **D)** 19

Answer: C — 18

Quick method (≈15 sec): 75/5=15 and 75/25=3; total=18.

Full method: Zeros in 75! $=\lfloor 75/5\rfloor+\lfloor 75/25\rfloor=15+3=18$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈15 ਸਕਿੰਟ): 75/5=15, 75/25=3। ਕੁੱਲ 18।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: factors of 5 ਦੀ ਗਿਣਤੀ 15+3=18 ਹੈ।

Mix 8 **Which least number must be multiplied by 1,296 to make a perfect cube?**

1,296 ਨੂੰ perfect cube ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿਸ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ?

A) 2 **B)** 3 **C)** 36 **D)** 12

Answer: C — 36

Quick method (≈25 sec): $1296=6^4=2^4\times3^4$. To reach powers 6,6, multiply by $2^2\times3^2=36$.

Full method: $1,296=2^4\times3^4$. A cube needs exponents multiples of 3; add 2 to both exponents. Required multiplier=$2^2\times3^2=36$.

ਝਟਪਟ ਤਰੀਕਾ (≈25 ਸਕਿੰਟ): $1296=2^4\times3^4$ ਹੈ। cube ਲਈ ਦੋਵੇਂ powers 6 ਬਣਾਉਣੀਆਂ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ $2^2\times3^2=36$ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
ਪੂਰਾ ਤਰੀਕਾ: exponents 4,4 ਹਨ। cube ਲਈ 3 ਦਾ multiple 6 ਲਵੋ। multiplier 36 ਹੈ।

Practice Set: 50 MCQs

ਅਭਿਆਸ ਸੈੱਟ: 50 MCQs

Attempt every question in one minute or less. Cover the answer key while solving.

ਹਰ ਸਵਾਲ ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ। Solve ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ answer key ਨੂੰ ਢੱਕੋ।

Easy: Questions 1–15 ਸੌਖੇ: ਸਵਾਲ 1–15

1. **Which number is whole but not natural?**

ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ whole ਹੈ ਪਰ natural ਨਹੀਂ?

A) −2 B) 1 C) 2 D) 0

2. **Which of the following is prime?**

ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜੀ prime ਸੰਖਿਆ ਹੈ?

A) 39 B) 29 C) 21 D) 27

3. **What is the face value of 8 in 48,236?**

48,236 ਵਿੱਚ 8 ਦਾ face value ਕੀ ਹੈ?

A) 80 B) 8,000 C) 8 D) 48,000

4. **Which number is divisible by 6?**

ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 6 ਨਾਲ divisible ਹੈ?

A) 234 B) 142 C) 175 D) 218

5. **How many positive factors does 72 have?**

72 ਦੇ ਕਿੰਨੇ positive factors ਹਨ?

A) 16 B) 14 C) 10 D) 12

6. **How many odd factors does 90 have?**

90 ਦੇ ਕਿੰਨੇ odd factors ਹਨ?

A) 6 B) 5 C) 9 D) 4

7. **What is the unit digit of 2^{13}?**

2^{13} ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 4 B) 2 C) 8 D) 6

8. **What is the remainder when 3^{10} is divided by 7?**

3^{10} ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 3 B) 4 C) 2 D) 1

9. **How many trailing zeros are there in 25!?**

25! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 7 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 8

10. **Find 2+4+6+...+40.**

2+4+6+...+40 ਲੱਭੋ।

A) 400 **B)** 410 **C)** 440 **D)** 420

11. **Find the 15th term of 5, 8, 11, ...**

5,8,11,... ਦਾ 15ਵਾਂ term ਲੱਭੋ।

A) 52 **B)** 50 **C)** 45 **D)** 47

12. **What is the least number to add to 87 to make a perfect square?**

87 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ perfect square ਬਣੇ?

A) 13 **B)** 11 **C)** 9 **D)** 12

13. **What is the remainder when 83 is divided by 7?**

83 ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 3

14. **Which pair is co-prime?**

ਕਿਹੜੀ ਜੋੜੀ co-prime ਹੈ?

A) 14, 21 **B)** 16, 24 **C)** 18, 27 **D)** 14, 25

15. **Find 49^2.**

49^2 ਲੱਭੋ।

A) 2,601 **B)** 2,301 **C)** 2,401 **D)** 2,501

Medium: Questions 16–35 ਦਰਮਿਆਨੇ: ਸਵਾਲ 16-35

16. **Find the least digit x so that 56×4 is divisible by 9.**

x ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ digit ਲੱਭੋ ਤਾਂ ਕਿ 56x4, 9 ਨਾਲ divisible ਹੋਵੇ।

A) 4 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

17. **What is the sum of all factors of 18?**

18 ਦੇ ਸਾਰੇ factors ਦਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੈ?

A) 36 **B)** 42 **C)** 39 **D)** 38

18. **What is the least multiplier to make 540 a perfect square?**

540 ਨੂੰ perfect square ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ multiplier ਕੀ ਹੈ?

A) 10 **B)** 3 **C)** 15 **D)** 5

19. **What is the unit digit of $12^{25}\times13^{12}$?**

$12^{25}\times13^{12}$ ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 6 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 8

20. **What is the remainder when 17^{15} is divided by 5?**

17^{15} ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 2 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 4

21. **A number leaves remainder 11 on division by 17. What least number must be added to make it divisible by 17?**

17 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder 11 ਹੋਵੇ ਤਾਂ divisible ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਜੋੜੀਏ?

A) 11 **B)** 6 **C)** 17 **D)** 5

22. **Find the least number that leaves remainder 2 on division by 5, 6 and 8.**

5,6,8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਹਰ ਵਾਰੀ remainder 2 ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 118 **B)** 122 **C)** 124 **D)** 120

23. **The sum of digits of a two-digit number is 11 and the tens digit is 3 more than the units digit. Find the number.**

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ digits ਦਾ ਜੋੜ 11 ਹੈ ਅਤੇ tens digit, units ਤੋਂ 3 ਵੱਧ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 74 **B)** 56 **C)** 47 **D)** 65

24. **Find $1^2+2^2+\ldots+10^2$.**

$1^2+2^2+\ldots+10^2$ ਲੱਭੋ।

A) 385 **B)** 365 **C)** 375 **D)** 395

25. **How many terms are in 7, 12, 17, ..., 102?**

7,12,17,...,102 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ terms ਹਨ?

A) 22 **B)** 19 **C)** 20 **D)** 21

26. **How many trailing zeros are there in 75!?**

75! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 18 **B)** 16 **C)** 19 **D)** 17

27. **Find the greatest number that divides 143, 191 and 239 leaving the same remainder.**

143,191,239 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਇੱਕੋ remainder ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 24 **B)** 48 **C)** 36 **D)** 12

28. **Which of these has an odd number of factors?**

ਹੇਠਾਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ factors ਦੀ ਗਿਣਤੀ odd ਹੈ?

A) 48 **B)** 75 **C)** 64 **D)** 50

29. **Find 104×96.**

104×96 ਲੱਭੋ।

A) 10,084 **B)** 9,884 **C)** 10,004 **D)** 9,984

30. **What is the least number to be subtracted from 560 to make a perfect square?**

560 ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨਾ ਘਟਾਈਏ ਤਾਂ perfect square ਬਣੇ?

A) 44 **B)** 25 **C)** 31 **D)** 16

31. **What is the remainder when $5^{43}+3^{43}$ is divided by 8?**

$5^{43}+3^{43}$ ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 2 **B)** 0 **C)** 4 **D)** 1

32. **A number has divisor 13, quotient 8 and remainder 5. Find the dividend.**

divisor 13, quotient 8 ਅਤੇ remainder 5 ਹੋਵੇ ਤਾਂ dividend ਲੱਭੋ।

A) 112 **B)** 117 **C)** 104 **D)** 109

33. **Which least number must multiply 432 to make a perfect cube?**

432 ਨੂੰ perfect cube ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ multiplier ਕੀ ਹੈ?

A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 3

34. **Find the sum of multiples of 7 from 7 to 70.**

7 ਤੋਂ 70 ਤੱਕ 7 ਦੇ multiples ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭੋ।

A) 420 **B)** 385 **C)** 350 **D)** 455

35. **A number exceeds its reverse by 27 and digit sum is 9. Find the number.**

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ ਉਲਟ ਤੋਂ 27 ਵੱਧ ਹੈ ਅਤੇ digit sum 9 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 63 **B)** 45 **C)** 54 **D)** 36

Hard: Questions 36–50 ਔਖੇ: ਸਵਾਲ 36–50

36. **Find the greatest digit x such that 53×4 is divisible by 11.**

x ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ digit ਲੱਭੋ ਤਾਂ ਕਿ 53x4, 11 ਨਾਲ divisible ਹੋਵੇ।

A) 4 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 2

37. **How many factors of $2^4\times3^3\times5^2$ are divisible by 6?**

$2^4\times3^3\times5^2$ ਦੇ ਕਿੰਨੇ factors 6 ਨਾਲ divisible ਹਨ?

A) 30 **B)** 24 **C)** 36 **D)** 48

38. **What is the unit digit of $9^{202}+7^{101}$?**

$9^{202}+7^{101}$ ਦਾ unit digit ਕੀ ਹੈ?

A) 8 **B)** 4 **C)** 0 **D)** 2

39. **How many trailing zeros are in 100!/20!?**

100!/20! ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ zeros ਹਨ?

A) 21 **B)** 20 **C)** 18 **D)** 19

40. **Find the least number divisible by 12, 15 and 18.**

12,15 ਅਤੇ 18 ਨਾਲ divisible ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 180 **B)** 150 **C)** 120 **D)** 360

41. **What is the remainder when 2^{50} is divided by 31?**

2^{50} ਨੂੰ 31 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 8 **B)** 1 **C)** 4 **D)** 2

42. **The sum of first n odd numbers is 961. Find n.**

ਪਹਿਲੀਆਂ n odd ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 961 ਹੈ। n ਲੱਭੋ।

A) 31 **B)** 29 **C)** 32 **D)** 30

43. **Find the least number that leaves remainders 1,2,3 on division by 2,3,4 respectively.**

2,3,4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 1,2,3 remainders ਛੱਡਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 7 **B)** 35 **C)** 23 **D)** 11

44. **What is the least multiplier for 1,200 to become a perfect cube?**

1,200 ਨੂੰ perfect cube ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ multiplier ਕੀ ਹੈ?

A) 90 **B)** 180 **C)** 30 **D)** 45

45. **Find 103^2-97^2.**

103^2-97^2 ਲੱਭੋ।

A) 1,000 **B)** 1,100 **C)** 1,300 **D)** 1,200

46. **A three-digit number has hundreds digit 2, tens digit twice its units digit, and digit sum 14. Find it.**

ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ hundreds digit 2 ਹੈ, tens digit units ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਅਤੇ digit sum 14 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

A) 284 **B)** 264 **C)** 246 **D)** 248

47. **How many even factors does 360 have?**

360 ਦੇ ਕਿੰਨੇ even factors ਹਨ?

A) 18 **B)** 12 **C)** 16 **D)** 24

48. **What is the sum of integers from 35 to 95 divisible by 5?**

35 ਤੋਂ 95 ਤੱਕ 5 ਨਾਲ divisible integers ਦਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੈ?

A) 780 **B)** 975 **C)** 910 **D)** 845

49. **What is the standard positive remainder corresponding to −2 modulo 9?**

9 ਨਾਲ ਭਾਗ ਵਿੱਚ −2 ਦੇ ਬਰਾਬਰ standard positive remainder ਕੀ ਹੈ?

A) 7 **B)** 11 **C)** 9 **D)** 2

50. **Which least number must multiply 1,296 to make a perfect cube?**

1,296 ਨੂੰ perfect cube ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ multiplier ਕੀ ਹੈ?

A) 3 **B)** 12 **C)** 36 **D)** 2

Answer Key
ਉੱਤਰ ਕੁੰਜੀ

1 D	2 B	3 C	4 A	5 D	6 A	7 B	8 B	9 C	10 D
11 D	12 A	13 C	14 D	15 C	16 D	17 C	18 C	19 B	20 C
21 B	22 B	23 A	24 A	25 C	26 A	27 B	28 C	29 D	30 C
31 B	32 D	33 B	34 B	35 A	36 D	37 C	38 A	39 B	40 A
41 B	42 A	43 D	44 B	45 D	46 A	47 A	48 D	49 A	50 C

1. D Whole numbers include 0; natural counting starts at 1.

2. B Test primes up to √29; 29 has no divisor 2,3 or 5.

3. C Face value is the digit itself: 8.

4. A 234 is even and its digit sum 9 is divisible by 3.

5. D $72=2^3\times3^2$; count=(3+1)(2+1)=12.

6. A Ignore 2 in $90=2\times3^2\times5$; odd factors=3×2=6.

7. B Cycle 2,4,8,6; 13 mod 4=1.

8. B Powers of 3 modulo 7 cycle 3,2,6,4,5,1; 10th gives 4.

9. C $[25/5]+[25/25]=5+1=6$.

10. D $40=2n$ gives n=20; $\text{sum}=n(n+1)=420$.

11. D $a_{15}=5+14\times3=47$.

12. A Next square after 87 is 100; add 13.

13. C $83=7\times11+6$.

14. D HCF(14,25)=1.

15. C $(50-1)^2=2500-100+1=2401$.

16. D Digit sum 15+x; least multiple of 9 is 18, so x=3.

17. C (1+2)(1+3+9)=39.

18. C $540=2^2\times3^3\times5$; multiply by 15.

19. B Last digits: $2^{25}\to2$ and $3^{12}\to1$; product 2.

20. C $17\equiv2 \pmod 5$; 2^{15} has cycle position 3.

21. B Add 17−11=6.

22. B LCM(5,6,8)=120; add common remainder 2.

23. A Digits with sum 11 and difference 3 are 7 and 4.

24. A $10\times11\times21/6=385$.

25. C $102=7+(n-1)5$ gives $n=20$.

26. A $\lfloor 75/5 \rfloor+\lfloor 75/25 \rfloor=15+3=18$.

27. B HCF of differences 48,48,96 is 48.

28. C Only $64=8^2$ is a square, so it has odd factor count.

29. D $(100+4)(100-4)=10000-16=9984$.

30. C Previous square is $23^2=529$; $560-529=31$.

31. B Odd powers give remainders 5 and 3 modulo 8; total $8\to0$.

32. D Dividend$=13\times8+5=109$.

33. B $432=2^4\times3^3$; multiply by $2^2=4$.

34. B $7(1+\ldots+10)=7\times55=385$.

35. A $27=9\times3$; digits differ by 3 and sum to 9, giving 63.

36. D For 11, $(5+x)-(3+4)=x-2=0$, so $x=2$.

37. C Need powers $a\geq1, b\geq1$: $4\times3\times3=36$.

38. A 9^{202} ends 1 and 7^{101} ends 7; total 8.

39. B Zero counts: $24-4=20$.

40. A LCM$=2^2\times3^2\times5=180$.

41. B $2^5=32\equiv1 \pmod{31}$, so $2^{50}\equiv1$.

42. A First n odd numbers sum to n^2; $\sqrt{961}=31$.

43. D The number is one less than LCM$(2,3,4)=12$.

44. B $1200=2^4\times3\times5^2$; missing powers give 180.

45. D $(103-97)(103+97)=6\times200=1200$.

46. A Units u gives $2+2u+u=14$, so $u=4$ and number 284.

47. A Total factors 24, odd factors 6; even=18.

48. D 13 terms with average 65 give 845.

49. A $-2+9=7$.

50. C $1296=2^4\times3^4$; multiply by $2^2\times3^2=36$.

QUICK REVISION · ਝਟਪਟ ਦੁਹਰਾਈ

- **Number families:** 0 is whole/integer; 1 is neither prime nor composite; 2 is the only even prime; co-prime means HCF=1.
- **Digits:** two-digit number$=10x+y$; reverse$=10y+x$; difference$=9(x-y)$.
- **Divisibility:** 3/9: digit sum; 4: last 2 digits; 8: last 3; 11: alternating difference; 12: 3 and 4; 25: last 00/25/50/75.
- **Factors:** if $N=p^aq^b\ldots$, count$=(a+1)(b+1)\ldots$; square: all exponents even; cube: all multiples of 3.
- **Unit digits:** 2,3,7,8 have 4-cycle; 4,9 have 2-cycle; 0,1,5,6 fixed. Remainder 0 uses last cycle term.
- **Division:** Dividend$=$Divisor$\times$Quotient$+$Remainder; $0\leq r<d$; add $d-r$, subtract r.

- **Remainders:** reduce the base first; negative remainder −r becomes d−r; same-remainder divisor uses HCF of differences.
- **Series:** $S_n=n(n+1)/2$; first n odd=n^2; first n even=$n(n+1)$; squares=$n(n+1)(2n+1)/6$; cubes=$[n(n+1)/2]^2$.
- **AP:** $a_n=a+(n-1)d$; $S_n=n/2(\text{first}+\text{last})$.
- **Factorials:** zeros in $n!=\lfloor n/5\rfloor+\lfloor n/25\rfloor+\lfloor n/125\rfloor+\ldots$.
- **Identities:** $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$; $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

ਸਵਾਲ ਦੇ keywords ਵੇਖੋ, ਛੋਟਾ rule ਚੁਣੋ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ option ਨਾਲ ਇੱਕ ਤੇਜ਼ check ਕਰੋ। ਲੰਮਾ ਹਿਸਾਬ ਸਿਰਫ਼ ਤਦ ਕਰੋ ਜਦੋਂ shortcut ਨਾ ਲੱਗੇ।